

## 論文 コンクリートの弾性係数と圧縮強度の関係についての一考察

川上 英男<sup>\*1</sup>

**要旨**：先に筆者はセメントペースト・細骨材・粗骨材の弾性係数をもとに、複合理論を2段階に適用してコンクリートの弾性係数を算定する方法を報告した。本論ではセメントペーストの圧縮強度・弾性係数に関する筆者既報の実験結果を用いて複合理論によってコンクリートの弾性係数を算定した結果、セメントペーストの圧縮強度とコンクリートの弾性係数算定値の関係が従来日本建築学会によって提示されているコンクリートの圧縮強度と弾性係数の関係に極めて類似していることを見出した。このことからコンクリートの圧縮強度・弾性係数の物理的関係解明への手がかりを得た。

**キーワード**：コンクリート, 圧縮強度, 弾性係数, 複合理論, 骨材, セメントペースト

### 1. はじめに

コンクリートは多質の材料で構成されている。したがってその複雑な構成体から成るコンクリートの圧縮強度や弾性係数（以下圧縮強度の1/3の応力度における割線弾性係数；Secant Modulusをいう）に対してもそれらの構成体が多様な影響を及ぼしている。

本論で主題とする弾性係数については、日本建築学会「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説」ではコンクリートの設計基準強度を主な指標とし、気乾単位容積重量、骨材岩種及び混和材を参考とする関係式を示している<sup>1)</sup>。一方コンクリートを2種類の素材から成る構成体とみなして、各素材の含有量と弾性係数に基づいて複合理論によって評価する方法がある<sup>例えば 2)</sup>。

先に筆者は実験的検討の上コンクリートの弾性係数と圧縮強度は本来物理的には無関係と考えられることを報告した。またコンクリートの構成材料を実用的見地からセメントペースト、細骨材及び粗骨材の3種と見なすことにした。粗骨材は細骨材に比べて格段にそのサイズが大きいこと、またそのサイズがコンクリートの力学的性質に及ぼす影響が大きいことを見出したからである<sup>3)</sup>。

ここに2相材料を対象とする複合理論解を3相の材料に展開するに当たって、筆者は先ずセメントペーストと細骨材に複合理論を用いてモルタルの弾性係数を算定し、次いでそのモルタルと粗骨材に同様に複合理論を適用してコンクリートの弾性係数を算定するという2段階適用を提案した<sup>4)</sup>。これによって粗骨材境界層のコンクリートの力学的性質に及ぼす影響を取り入れることも可能となり、その影響を補正係数として取り入れる方法を報告した。

本論ではセメントペーストの圧縮強度と弾性係数に関する筆者既報の実験に基づいて上記の複合理論を用いた方法によってコンクリートの弾性係数を算定し、それと前記日本建築学会の関係式との比較を行い、その物理的根拠を考察する。

### 2. 基礎資料

コンクリートの圧縮強度・弾性係数の関係を考察する資料として既報<sup>5)</sup>のセメントペーストの圧縮強度と弾性係数の関係ならびに日本建築学会の関係式<sup>1)</sup>を掲げておく。

#### 2.1 セメントペーストの圧縮強度と弾性係数に関する実験

\*1 福井大学名誉教授・福井工業大学名誉教授 工博 (正会員)

セメントペーストの圧縮強度と弾性係数（材齢4週）との関係を検討した筆者の既往論文<sup>5)</sup>の概略は次の通りである。

セメント：普通ポルトランドセメント

圧縮強度 39.2-46.7 MPa, 曲げ強度 8.0-8.6 MPa

養生・試験：JIS R 5201 セメントの物理試験方法に準ずる。

歪計測：角柱試験体（4x4x16cm）の縦方向圧縮において両側面に貼付した抵抗線歪計による。

圧縮強度：JIS R 5201, 4cm x 4cm 立方体強度

弾性係数：応力度歪度関係を3次式で表し、圧縮強度の1/3の応力度における割線係数と初期弾性係数を算定。

解析結果：本論関係の項目を抜粋し表-1に示す。

表-1 各種要因の回帰式とその相関係数

要因	回帰式	相関係数
$E_p : C/W$	$E_p = 31970 + 445890 \log(C/W)$	0.9824
$E_p : F_p$	$E_p = 17350 + 322 F_p$	0.9862
* $F_p, E_p$ : 立方体圧縮強度, 弾性係数 (kgf/cm <sup>2</sup> ),		
* $C/W$ : セメント水比		

表-1のセメントペーストの弾性係数( $E_p$ ) [GPa]と立方体圧縮強度 ( $F_p$ ) [MPa]の回帰式を現行単位に換算して式(1)に示す。

$$E_p = 1.70 + 0.322 F_p \quad (1)$$

またセメントペーストの弾性係数 ( $E_p$ ) とセメント水比の関係の回帰式を現行単位に換算して式(2)とし、 $E_p-C/W$ の関係を図-2に示す。

$$E_p = 3.133 + 43.7 \log(C/W) \quad (2)$$

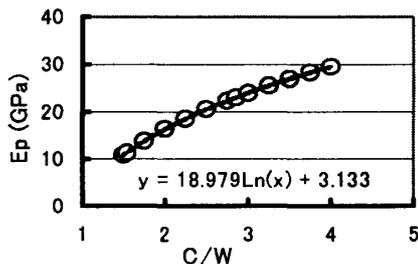


図-2 セメント水比 (C/W) と弾性係数 ( $E_p$ )

## 2.2 日本建築学会「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説」の関係式

表記解説には図-2に掲げるように、コンクリートの弾性係数(ヤング係数)を、その設計基準強度 ( $F_c$ ) を主な指標とし、気乾単位容積重量 ( $\gamma$ ) [kN/m<sup>3</sup>]及び骨材による係数 ( $\kappa_1 = 0.95 \sim 1.2$ ), 混和材による係数 ( $\kappa_2 = 0.95 \sim 1.1$ ) を含む式を示している。

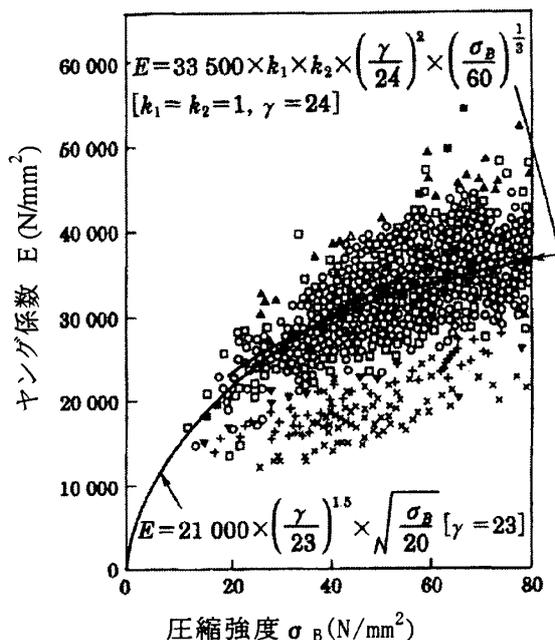


図-2 圧縮強度とヤング係数の関係<sup>1)</sup>

図-2中の関係式を本論の単位に換算して式(3)に示す。

$$\begin{aligned}
 F_c < 36 \text{ MPa}, \quad E &= 21 (\gamma/23)^{1.5} (F_c/20)^{0.5} \quad (3) \\
 F_c > 36 \text{ MPa}, \quad E &= 33.5 \kappa_1 \kappa_2 (\gamma/24)^2 (F_c/60)^{1/3} \\
 E : \text{GPa},
 \end{aligned}$$

なお 図-2 ではそれぞれの式に普通骨材を想定して  $\gamma$  に 23, 24 を用い、 $\kappa_1 = 1$  (川砂利),  $\kappa_2 = 1$  (混和材を使用しない場合)とした場合の  $F_c-EA$  関係が実線で示されている。Eの実測値はこの関係式を中心にかかなりの幅を持って分布している。

以下この関係式を学会式と称し、そのEの算定値をEAとする。  $F_c-EA$  関係を図-3に示す。

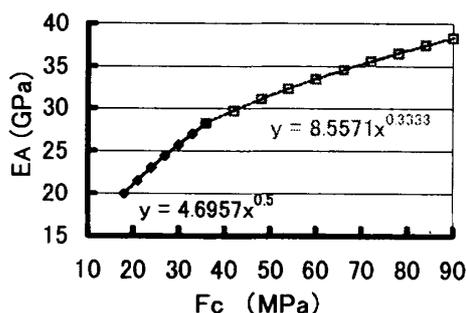


図-3 コンクリートの Fc-EA 関係

3. 考察

3.1 コンクリートの弾性係数算定

コンクリートの弾性係数算定について筆者の手順を次の①～④に示す。

①セメントペーストの弾性係数 (Ep) を式(2)によって求める。

②コンクリートの調合, 砂の弾性係数にもとづいてセメントペーストと砂に対して複合理論を適用してモルタルの弾性係数 (Em) を求める。

③同様にモルタルと粗骨材に対して複合理論の繰り返し適用によってコンクリートの弾性係数 (Ec) を算定する。

複合理論としては複合構造モデルの中で最も精緻とされる Hashin-Hansen の提案式(4)を用いる。

$$Ec = Em \frac{[Vm \cdot Em + (1+Va)Ea]}{[(1+Va)Em + Vm \cdot Ea]} \quad (4)$$

Ec, Em, Ea : 複合体, 母材, 骨材の弾性係数  
Vm, Va : 母材, 骨材の体積含有率,  
(Vm + Va = 1)

④このようにして得られた弾性係数に対して骨材境界面の影響を取り入れた算定値 (Ec') を求める (詳細は後述参照)。

3.2 コンクリートの調合とその性格及び

骨材の弾性係数

コンクリートの調合と骨材の弾性係数は多種多様である。さて式(4)を適用するには具体的数値を与えることになる。また前節の手順で得

られる (Ec, Ec') と学会式との関連性を探るには広範囲の実用的調合を対象にする必要がある。

日本建築学会の「コンクリートの調合設計・調合管理・品質検査指針案・同解説」<sup>6)</sup>には水セメント比とスランプに応じて参考調合が示されている。その付表2「普通ポルトランドセメントを用いる砂・砂利コンクリートの参考調合表(その2), 砂の粗粒率 2.8 (2.5mm, 砂利の最大寸法 25 mm)」の調合 30 例について検討を進める。同表の絶対容積調合を表-2 に掲げる。原表の水セメント比 70%の例は省いた。

この参考調合表では砂量は同一スランプでは W/C が大きく (C/W が小さく) なるほど多くなっている。また砂利量はスランプが小さいほど多くなっている。

その状況を次頁の図-6(a), (b)に, また骨材全量については図-6(c)に示す。細・粗骨材の

表-2 砂・砂利コンクリートの参考調合表

W/C (%)	スランプ (cm)	絶対容積 (l/m <sup>3</sup> )			
		水	セメント	砂	砂利
40	8	171	136	232	451
	12	182	144	213	451
	15	193	153	193	451
	18	205	163	204	418
	21	221	175	208	386
45	8	168	118	253	451
	12	179	126	234	451
	15	188	133	218	451
	18	199	140	233	418
	21	215	152	237	386
50	8	167	106	266	451
	12	176	112	251	451
	15	183	116	240	451
	18	194	123	255	418
	21	209	133	262	386
55	8	166	95	277	451
	12	174	100	265	451
	15	180	104	255	451
	18	191	110	271	418
	21	206	119	279	386
60	8	165	87	287	451
	12	173	91	275	451
	15	179	95	265	451
	18	189	100	283	418
	21	204	103	292	386
65	8	165	81	299	445
	12	172	84	289	445
	15	178	87	280	445
	18	188	92	298	412
	21	204	100	307	379

含有量はコンクリートの弾性係数に影響を及ぼすが、学会式はこれらの事象を直接には取り入れていない。一方、複合理論ではこれを忠実に反映できる特徴を有する。

表-2の各調合に対してコンクリートの弾性係数算定経過を表-3に示す。

なおセメントペーストの圧縮強度( $F_p$ )は式(1)より求めた値である。

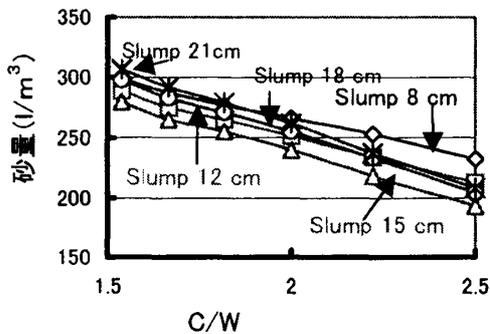


図-6(a) C/Wと砂量 (l/m³)

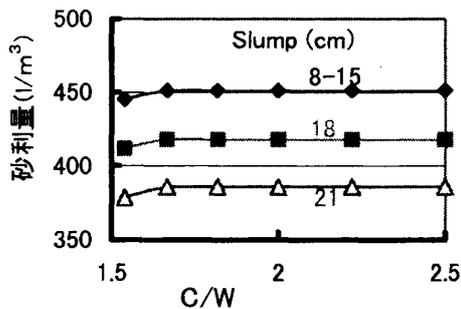


図-6(b) C/Wと砂利量

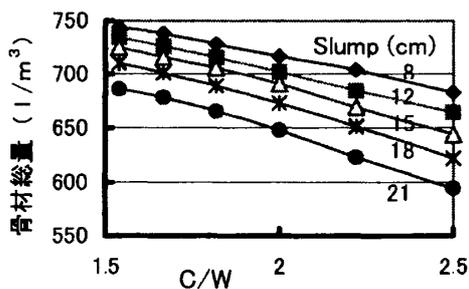


図-6(c) C/Wと全骨材量 (l/m³)

また以下の検討では川砂、川砂利の弾性係数は福井県九頭龍川産の実例を採用して次の値を採用する。

砂の弾性係数( $E_s$ )= 37.7 (GPa),

砂利の弾性係数( $E_g$ )= 50.0 (GPa)

### 3.3 コンクリートの弾性係数算定結果

表-3 弾性係数算定結果

W/C (%)	スランプ° (cm)	$F_p$ (MPa)	$E_p$ (GPa)	$E_m$ (GPa)	$E_c$ (GPa)	$E_c'$ (GPa)
	8			26.4	34.9	33.9
	12			25.8	34.5	33.5
40	15	58.5	20.5	25.3	34.1	33.0
	18			25.3	33.3	32.3
	21			25.1	32.5	31.5
	8			25.2	34.0	32.1
	12			24.6	33.5	31.6
45	15	51.5	18.3	24.1	33.1	31.3
	18			24.2	32.4	30.6
	21			23.9	31.5	29.7
	8			24.0	33.1	30.1
	12			23.5	32.6	29.7
50	15	45.3	16.3	23.1	32.3	29.4
	18			23.1	31.5	28.7
	21			22.9	30.6	27.8
	8			22.9	32.1	28.1
	12			22.4	31.7	27.7
55	15	39.7	14.5	22.0	31.4	27.4
	18			22.0	30.6	26.8
	21			21.8	29.6	25.9
	8			21.7	31.1	26.1
	12			21.2	30.7	25.8
60	15	34.6	12.8	20.8	30.3	25.5
	18			20.9	29.6	24.8
	21			20.7	28.6	24.0
	8			20.6	29.9	24.1
	12			20.1	29.5	23.8
65	15	29.8	11.3	19.7	29.2	23.5
	18			19.8	28.4	22.9
	21			19.5	27.3	22.0

#### (1) 複合理論の2段階適用

まず弾性論に基づく手順③までの結果について  $F_p$ - $E_c$  関係を図-7に示す。同一の  $F_p$  に対して  $E_c$  はスランプ8 cm の場合が最も大きく、以下スランプが大きくなるほど  $E_c$  は小さい値を示し、スランプ21 cm の場合が最も小さい。この両者に対して図中にはその回帰式を示した。

このうちスランプ8 cm と 21 cm の場合を学会式と比較して図-8に示す。 $F_p$ - $E_c$  関係(塗りつぶし印)と学会式の  $F_c$ - $E_A$  関係は良く近接した

関係を示している。

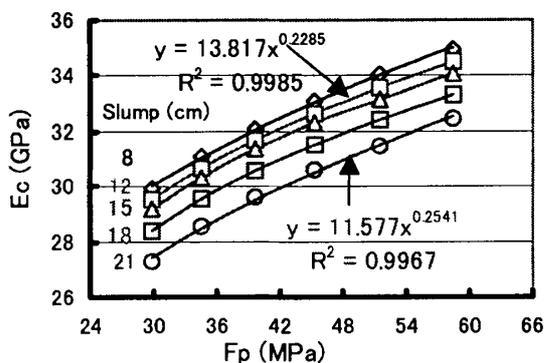


図-7 Ec- Fp の関係

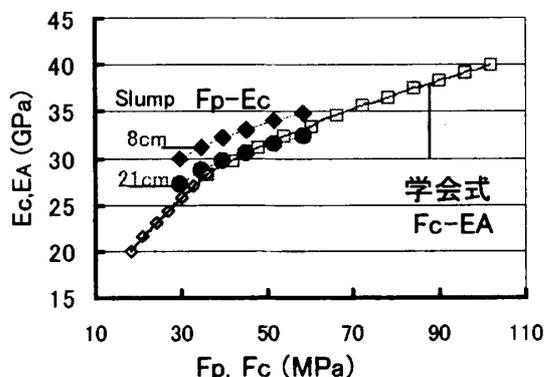


図-8 Fp-Ec 関係と Fc-EA 関係の比較

(2) 骨材境界層の影響

図-8 の結果は弾性論に立脚した複合理論に基づくものである。実際には粗骨材の境界層に起因する弾性係数の低下と言う現象がある。その影響はセメント水比が小さいほど、粗骨材の粒径が大きいほど顕著になること、セメント水比が3以上ではその現象は無視できることを報告した<sup>3)</sup>。実験値にバラツキはあるものの、実験値の複合理論値に対する比すなわち補正係数 (J) とセメント水比のおおよその関係として式(8)を示した。

$$J = -0.1083 x^2 + 0.6073 x + 0.1285 \quad (8)$$

x : セメント水比

式(8)によれば表-3の各水セメント比40, 45,

50, 55, 60, 65%に対するJ値はそれぞれ0.97, 0.94, 0.91, 0.87, 0.84, 0.81となる。これらを取り入れた算定値 Ec'を表-3の最右欄に示し、Fp-Ec' 関係 (塗りつぶし印) を図-9に学会式と比較して示す。境界層が弾性係数を低下せしめる影響は低強度になるほど大きく、Fp-Ec 関係の全体的傾向は学会式に近づくと考えられる。

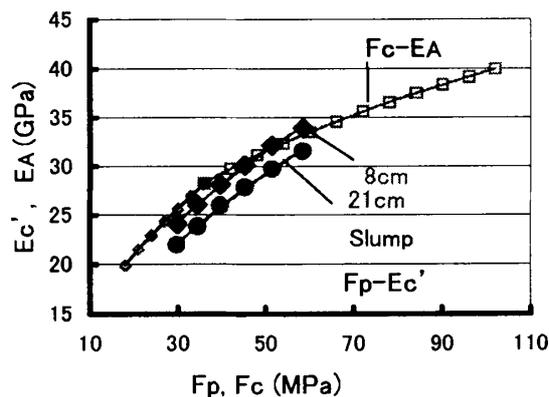


図-9 境界層影響補正後の Fp-Ec' 関係

4. ペースト強度とコンクリート強度

セメントペーストの圧縮強度はそのままコンクリートの圧縮強度と一致する訳ではない。セメントペーストに川砂を配合したモルタルの実験結果<sup>7)</sup>では砂の絶対容積含有率を0 (ペースト) から0.48まで増加させると、圧縮強度は砂含有率の増加につれて大きくなり1.14倍、また弾性係数は1.32倍程度に達した。砂のマイクロクラック拘束効果やモルタルの均質化効果によるものと考えられる。

またモルタルに川砂利の含有率を増加してゆくと砂利境界層の弱点のため圧縮強度は低下する傾向を示す。その傾向は砂利の粒径が大きくなるほど著しくなる<sup>8)</sup>。

多質多相材料であるコンクリートの圧縮強度には影響要因が多くその決定は複雑である。そのような圧縮強度と弾性係数の物理的関係は把握し難く、未だにその説明は見当たらない。

一方、セメントペーストは角柱供試体とコンクリート中の状態を同一視するには検討の余地

があるが、ここでは現実的手段として前者を対象としている。セメントペーストの応力度歪度関係は極めて直線に近い。すなわち弾性係数は圧縮応力度の大小に影響を受けることは極めて小さい。コンクリートの弾性係数に対してはコンクリート圧縮強度より影響要因の少ないセメントペーストを基本とする複合理論の方がより明快な現象解明を示唆すると考えられる。

## 5. 複合理論方式の今後

本論の弾性係数算定法は広範囲の使用材料と調合に対応して個別に算定値を与えるという特長がある。以下にその課題に触れておく。

### 1) セメントペーストの弾性係数

本論ではセメント単味のペーストの実験結果を採用して検討した。最近では微粉混和材や化学混和剤を含む場合が多い。これらについては清原ら<sup>9)</sup>が貴重な研究成果を報告している。

### 2) 骨材の弾性係数

骨材の原石が1種類であれば原石のコアから弾性係数を求めることが出来る。また川砂・川砂利のように数種の岩種が混合している場合、あるいは人工軽量骨材のように粒状体のまま存在するに対しては、母材（ペーストまたはモルタル、セメント水比3以上）と細・粗骨材をそれぞれ含んだ複合体との圧縮試験を行い、複合理論を用いた逆解析によって骨材の弾性係数を求めることができる。この場合骨材境界層の影響を除去するにはセメント水比を3以上とする必要がある。一旦求めた弾性係数はその骨材が使用される期間有効である。

### 3) 骨材境界層の影響

補正係数(J)値のおおよそは把握されているがその影響要因についてはさらにデータの蓄積が望まれる。

## 6. 結び

複合理論の2段階適用と境界層の影響を考慮する方法で川砂・川砂利コンクリートの参考調合30種の弾性係数を算定した結果、セメントペ

ーストの圧縮強度とコンクリートの弾性係数算定値の関係が日本建築学会提示のコンクリートの設計基準強度と弾性係数の関係によく類似していることを見出した。

ここにコンクリートの圧縮強度と弾性係数の関係に対してその物理的現象の解明に複合理論によるアプローチが手がかりを与えることが示唆されるに至った。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説—許容応力度設計法—, 1999
- 2) HANSEN, T.C. : Theories of multi - phase Materials applied to concrete, cement mortar and cement paste. "The Structure of Concrete," Proceedings of an International Conference, London, Sep. 1965
- 3) 川上英男：コンクリートの弾性係数に及ぼす骨材と境界層の影響, コンクリート工学年次論文集, Vol.22, No.2, pp.529-534, 2000.6
- 4) 川上英男：近似複合理論の多段階適用とコンクリートの弾性係数評価, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.19, Vol.1, pp.511- 516, 1997.6
- 5) 川上英男, 松田勝彦, 熊井雄大：セメント硬化体の弾性係数について, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.16, No.1, pp.497-502, 1994.6
- 6) 日本建築学会：コンクリートの調合設計・調合管理・品質管理指針案・同解説, 1976, p.152
- 7) 川上英男, 脇敬一：セメントモルタルの弾性係数と近似複合理論, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.1, pp.543-548, 1996.6
- 8) 川上英男：粗骨材とコンクリート強度に関する基礎的研究, 日本建築学会論文報告集, Vol.166, pp.19-27, 1969, Vol.167, pp.7-11, 1970.
- 9) 清原千鶴・永松静也・佐藤嘉昭・三橋博三：混和材を用いたコンクリートのヤング係数の評価方法に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.25, No.2, pp.389-394, 2003.7