

論文 常時微動測定に基づく鉄筋コンクリート建築物の振動モードの同定とモデル・アップデートング

青木 孝義^{*1}・武藤 治子^{*2}・湯浅 昇^{*3}・師橋 憲貴^{*4}

要旨：本研究は、日本大学生産工学部5号館の局部破壊試験適用前後において測定した多点同時常時微動データを、ARMAVモデルにより解析することにより、基本的な振動特性である固有振動数、固有モードと減衰定数の同定を行うとともに、モデル・アップデートングにより、局部破壊試験適用前後における振動特性の変化と、損傷箇所を同定を試みている。
キーワード：常時微動, ARMAV, 固有振動数, 固有モード, モデル・アップデートング

1. はじめに

日本大学生産工学部5号館(1971年竣工, RC造, 4階建, 桁行及び梁間方向ラーメン架構+耐力壁, 写真-1, 図-1)は、老朽化により、2004年10月に解体工事が開始された。

本研究は、解体に先立ち実施した局部破壊試験の適用前後(図-2)において測定された多点同時常時微動測定結果に基づき、5号館の基本的な振動特性である固有振動数、固有モードと減衰定数の同定を行うとともに^{1), 2)}、モデル・アップデートングにより、局部破壊試験適用前後における5号館の振動特性の変化と、損傷箇所の同定を試みることを目的としている。

2. 常時微動測定と振動特性の同定

2.1 多点同時常時微動測定

固有振動数、固有モードと減衰定数を推定するため、5号館の多点同時常時微動測定を行った。測定機器として、小型換振器(S社製: 動電型速度計, 水平2成分, 上下1成分, 固有周期1秒(測定周波数1.4~30Hz), 固有周期5秒(測定周波数0.3~30Hz))と増幅器(S社製: ローパスフィルタ42Hz)を用いた。常時微動は速度の形で測定し、AD変換器を通して、サンプリング周波数100Hzで2分間収録した。

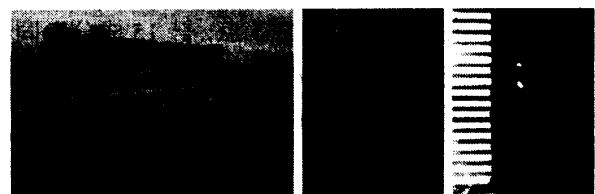


写真-1 5号館と西側局部破壊試験適用状況

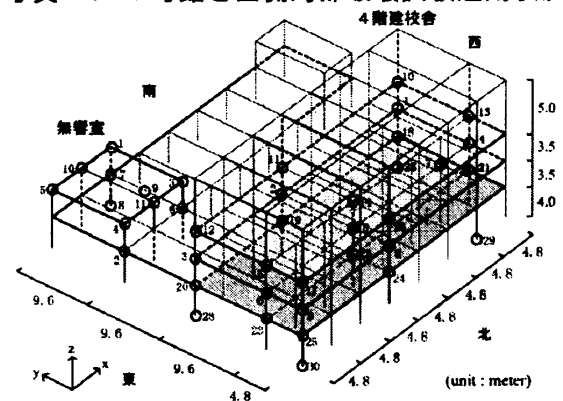


図-1 5号館の構造概略と常時微動測定位置

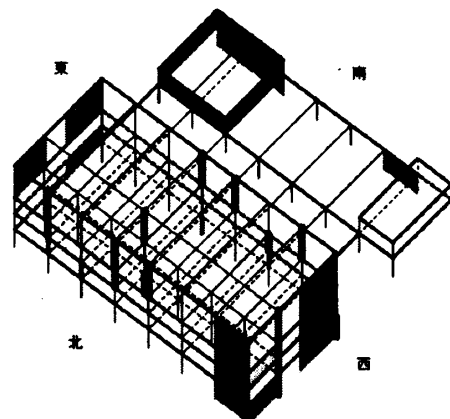


図-2 局部破壊試験適用位置

*1 名古屋市立大学大学院 芸術工学研究科助教授 工博 (正会員)

*2 名古屋市立大学大学院 芸術工学研究科大学院生

*3 日本大学 生産工学部建築工学科助教授 工博 (正会員)

*4 日本大学 生産工学部建築工学科講師 工博 (正会員)

常時微動測定は、局部破壊試験適用前、主に壁への局部破壊試験適用後、主に柱・壁への局部破壊試験適用後の3回実施した(写真-1(b), (c), 図-2)。

測定に用いたセンサーは5個で、そのうちの1個を固定し、他のセンサーを対象構造物の振動性状が全体的に把握できるように、表-1のセットアップに従って配置した(図-1)。

測定点は、地盤レベル4点、2階レベル8点、3階レベル9点、4階レベル8点の計29点である。各点で水平2成分、上下1成分の3成分を測定し、各セットアップ5点、計15成分の同時測定を、各セットアップで4回行った。セットアップ数は、表-1のA~Gに示した7である。

表-1 多点同時常時微動測定のセットアップ

	常時微動測定位置					備考
A	1	10	12	16	17	4F
B	1	11	13	14	15	
C	1	9	6	2	4	3F
D	1	7	8	5	3	
E	1	18	20	24	25	2F
F	1	19	21	22	23	
G	1	26	28	27	29	1F

2.2 ARMAV モデル

ARMAV (Autoregressive Moving Average Vectors) (p, q)モデル³⁾は、ARMAモデルを g 個の時系列によるベクトル形式で表したモデルであり、式(1)で定義される。

$$\begin{aligned} \{x[n]\} = & \sum_{k=1}^p [a_k] \cdot \{x[n-k]\} \\ & + \{u[n]\} + \sum_{k=1}^q [b_k] \cdot \{u[n-k]\} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\{x[n]\}$ と $\{u[n]\}$ は $g \times 1$ の出力と入力ベクトル、 $[a_k]$ と $[b_k]$ はそれぞれ $g \times g$ の自己回帰係数と移動平均係数マトリックスである。式(1)を状態空間モデルにすると、

$$\{y[n]\} = [A]\{y[n-1]\} + [B]\{w[n]\} \quad (2)$$

ここで、 $\{y[n]\}$ と $\{w[n]\}$ はそれぞれ p 個の $\{x[n]\}$ 、 $\{u[n]\}$ で構成されるベクトルである。

測定データに、ARVモデル(式(3))

$$\bar{x}[n] = \sum_{k=1}^p \hat{A}[k] \bar{x}[n-k] + \hat{u}[n] \quad (3)$$

を適用し、推定された自己回帰係数マトリックス $\hat{A}[k]$ を用いて残差ベクトル $\hat{u}[n]$ を求め、ARMAVモデル(式(4))

$$\begin{aligned} \bar{x}[n] = & \sum_{k=1}^p \hat{A}[k] \bar{x}[n-k] \\ & + \hat{u}[n] + \sum_{k=1}^q \hat{B}[k] \hat{u}[n-k] \end{aligned} \quad (4)$$

の入力ベクトルとする。 $\hat{u}[n]$ を最小化する $\hat{A}[k]$ と $\hat{B}[k]$ を求め、 $\hat{A}[k]$ を分解することで、固有値 λ_i が求まる。サンプリング時間 i ($t = iT$, T はサンプリング周期)において、離散時間系と連続時間系が等価であるとする $\lambda_i = e^{\mu_i T}$ が成り立ち、式(5)~(7)からモードパラメータ(固有振動数 ω_i , 減衰 ζ_i)が求まる。

$$\mu_i, \mu_i^* = -\omega_i \pm \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}, i = 1, 2, \dots, g \quad (5)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{2T} \ln(\mu_i \mu_i^*); \Omega_i = \frac{1}{T} \arctan\left(\frac{\text{Im}(\mu_i)}{\text{Re}(\mu_i)}\right) \quad (6)$$

$$\omega_i = \sqrt{\sigma_i^2 + \Omega_i^2}; \zeta_i = -\frac{\sigma_i}{\omega_i} \quad (7)$$

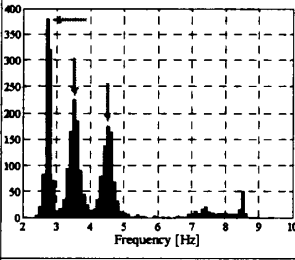
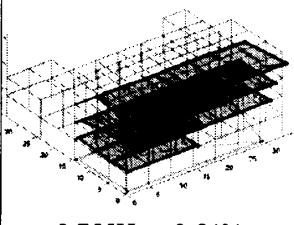
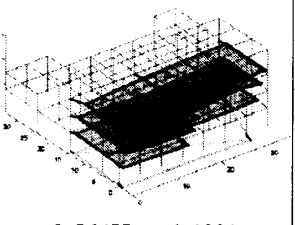
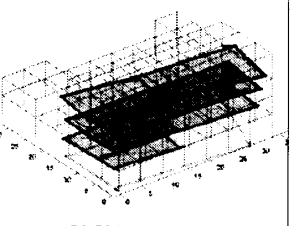
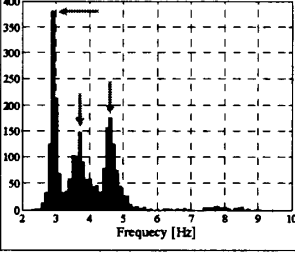
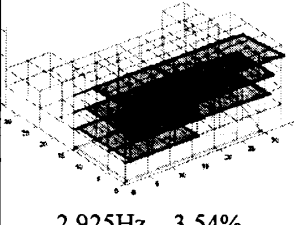
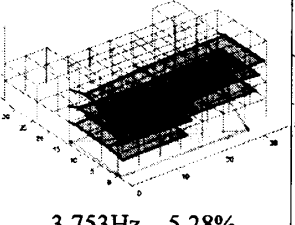
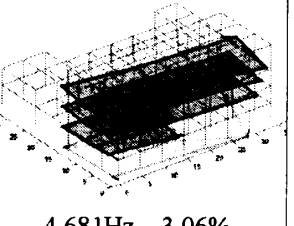
2.3 ARMAV モデルによる振動特性の同定

ここでは、測定された常時微動の時系列データを、ARMAVモデルを用いて解析することにより、5号館の固有振動数、固有モードと減衰定数の実験による動的パラメータの同定を行う。

表-2に、ARMAVモデルによる固有振動数の頻度分布、重み付け平均により同定された固有振動数、固有モードと減衰定数を、各状態についてそれぞれ示す。ここで、初期状態とは、局部破壊試験適用前の状態を、損傷状態とは、主に柱・壁への局部破壊試験適用後の状態を指す。頻度分布中の矢印は、1次~3次の固有振動数を示している。いずれの状態においても、1次モードは桁行方向、2次モードは梁間方向、3次モードはねじれモードが現れていることが分かる。また、減衰定数は約3%~5%である。

表-2より、局部破壊試験適用後の5号館の固有振動数は、適用前と比較して、大きくなっていることが分かる。一般に、局部破壊により部材の剛性が低くなれば、建物の固有振動数は

表-2 ARMAV モデルによる固有振動数, 固有モードと減衰定数の同定結果

	頻度分布	1次モード	2次モード	3次モード
初期状態		 2.755Hz, 3.54%	 3.564Hz, 4.42%	 4.537Hz, 2.86%
損傷状態		 2.925Hz, 3.54%	 3.753Hz, 5.28%	 4.681Hz, 3.06%

小さくなると考えられるが、本測定で得られた結果は逆の傾向を示している。これは、局部破壊試験適用前には、新5号館への移動前あるいは廃棄前の什器類が建物内部に残っていたが、局部破壊試験適用後には、それらの移動と廃棄が進み、建物内部の積載荷重が大きく減少したことが原因と考えられる。

3. モデル・アップデートによる損傷同定
 モデル・アップデート⁴⁾により、損傷箇所の同定を行う。ここでは、IEM (Inverse Eigensensitivity Method)⁵⁾を用いる。

3.1 IEM

IEMでは、有限要素解析モデルから得られる解析結果と実験結果から得られるモードパラメータ(固有値, 固有モード)の誤差を、各有限要素の質量と剛性の摂動量と、それらの固有値と固有モードに対する変化率であるモードの敏感性を用いて表せると仮定する。

$$\{\Delta w\} = [S] \cdot \{\Delta p\} \tag{8}$$

ここで、 $\{\Delta p\}$ は質量と剛性の摂動量、 $[S]$ は式(9)で表される敏感性マトリックス、 $\{\Delta w\} = \{\Delta \lambda_1, \{\Delta \phi_1\}, \Delta \lambda_2, \{\Delta \phi_2\}, \dots, \Delta \lambda_m, \{\Delta \phi_m\}\}^T$ はモードパラメータにおける誤差で、 $\Delta \lambda_i$ と $\{\Delta \phi_i\}$ はそれぞれ*i*次の固有値, 固有モードの誤差である。

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_{A1}}{\partial a_1} / \lambda_1 & \dots & \frac{\partial \lambda_{A1}}{\partial a_L} / \lambda_1 & \frac{\partial \lambda_{A1}}{\partial b_1} / \lambda_1 & \dots & \frac{\partial \lambda_{A1}}{\partial b_L} / \lambda_1 \\ \frac{\partial \{\phi_{A1}\}}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial \{\phi_{A1}\}}{\partial a_L} & \frac{\partial \{\phi_{A1}\}}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial \{\phi_{A1}\}}{\partial b_L} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \lambda_{Am}}{\partial a_1} / \lambda_m & \dots & \frac{\partial \lambda_{Am}}{\partial a_L} / \lambda_m & \frac{\partial \lambda_{Am}}{\partial b_1} / \lambda_m & \dots & \frac{\partial \lambda_{Am}}{\partial b_L} / \lambda_m \\ \frac{\partial \{\phi_{Am}\}}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial \{\phi_{Am}\}}{\partial a_L} & \frac{\partial \{\phi_{Am}\}}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial \{\phi_{Am}\}}{\partial b_L} \end{bmatrix} \tag{9}$$

式(8)の解は、質量と剛性のアップデートを行い、反復計算により得られる。また、 $\{p\}$ は、 $\{p\}_{new} = \{p\}_{old} + \{\Delta p\}$ (10)で、収束計算を行うことで得られる。アップデート後の質量と剛性マトリックスは、修正係数 a_i, b_i を用いて、それぞれ

$$\begin{aligned} [M_u] &= \sum_{i=1}^L (1 + a_i) \cdot [M]_i \\ [K_u] &= \sum_{i=1}^L (1 + b_i) \cdot [K]_i \end{aligned} \tag{11}$$

で与えられる。ここで、 L は要素数、 $[M]_i, [K]_i$ はそれぞれ、要素質量, 要素剛性マトリックスである。

実際の実験では、固有モードが測定できる箇所は限定されることが多いことから、パラメータによって異なる測定応答値に対する寄与率を考慮するために、重み付けマトリックス $[W]$ を式(12)で定義する。

$$\{\delta p\} = [W] ([S]^T [S] [W])^{-1} [S]^T \{\delta w\} \tag{12}$$

m 個の固有モードが有効である場合、重み付けマトリックスは式(13)と式(14)で与えられる。

$$W_{ij} = \begin{cases} i = j \Rightarrow \frac{\sum_{k=1}^m \xi_{i,k}}{\max(W)} \\ i \neq j \Rightarrow 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\xi_{i,k} = \frac{\{\phi_X\}_k^T [T]^T [K^e]_i [T] \{\phi_X\}_k}{\{\phi_X\}_k^T [T]^T [K] [T] \{\phi_X\}_k} \quad (14)$$

ここで、 ϕ_X は実験結果に基づく固有ベクトル、 $[K^e]_i$ は i 次のマクロ要素または要素の剛性マトリックス、 $[T]$ は縮小変換マトリックスである。

3.2 5号館の有限要素解析モデル

図-3に、5号館の有限要素解析モデルを示す。柱の断面寸法は、0.55m×0.75m および 0.55m×0.65m で、梁要素を用いてモデル化した。梁の断面寸法は、最小で0.40m×0.70m、最大で0.40m×1.5m で、同じく梁要素を用いてモデル化した。床スラブ、屋根スラブ、ならびに耐力壁は、耐震壁のブレース置換法を用いてモデル化した。解析には、単位体積重量 24.0kN/m³、ヤング係数 21.0kN/mm² を用いた。ただし、建物全体の重量をあわせるように、床スラブ、屋根スラブ、ならびに耐力壁に対応する等価置換部材の単位体積重量を決定している。解析モデルの節点数は228、要素数は738（梁要素404、等価置換トラス要素334）である。また、地盤面における境界条件は、完全固定とした。なお、ペントハウスは重量のみ考慮し、剛性は無視している。

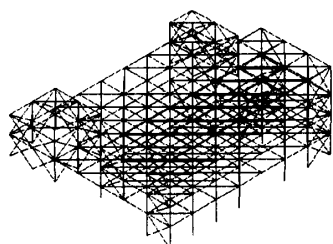


図-3 有限要素解析モデル

3.3 モデル・アップデートング結果

モデル・アップデートングには、測定データの ARMAV モデルによる解析から同定された初期状態および損傷状態における1次から3次の固有振動数と固有モードを用いる。

表-3 アップデートング結果（初期状態）

モデル	モード	方向	固有振動数(Hz)		Error (%)	MAC
			実験	解析		
初期モデル	1次	桁行	2.755	2.894	5.055	0.925
	2次	梁間	3.564	3.576	0.334	0.847
	3次	ねじれ	4.537	4.700	3.606	0.919
アップデートモデル	1次	桁行	2.755	2.753	-0.067	0.935
	2次	梁間	3.564	3.575	-0.314	0.920
	3次	ねじれ	4.537	4.522	-0.324	0.926

表-3に、初期状態におけるモデル・アップデートングの結果を示す。表中、初期モデルはモデル・アップデートング前の解析結果を、アップデートモデルはモデル・アップデート後の解析結果をそれぞれ示している。これより、モデル・アップデート前の有限要素解析モデルによる固有振動数と実験結果による固有振動数の間には、最大で5.06%の誤差があったのが、モデル・アップデート後は、誤差が最大で0.32%になっていることが分かる。これに対応して、MAC（モード信頼性評価関数）の値は、1.0に近づいている。

実験結果に基づき、有限要素解析モデルをアップデートすることで、構造物の解析モデルの各要素における質量（重量）と剛性の変化量が分かる。表-4に、初期状態における質量修正係数 a_i と剛性修正係数 b_i をそれぞれ示す（式(11)）。図中、正の値は質量と剛性の増加を、負の値は低下をそれぞれ表している。立体図中、青色（濃い濃淡）は質量または剛性の増加箇所を、赤色（薄い濃淡）は減少箇所をそれぞれ示し、線の太さはその大きさを表している。これより、初期状態（局部破壊試験適用前）では、有限要素解析モデルの質量は、全体的に実構造物の質量と非常に近い値であることが分かる。また、西側面に位置する2本の柱をモデル化した梁要素の剛性が増加しているのは、有限要素解析モデルにおいて袖壁をモデル化していないためであると考えられる。これに対し、北側面の柱をモデル化した梁要素と壁をモデル化した等価置換トラス要素の剛性が低減しているが、これは階段室の開口の影響と考えられる。

表-4 モデル・アップデート後の修正係数

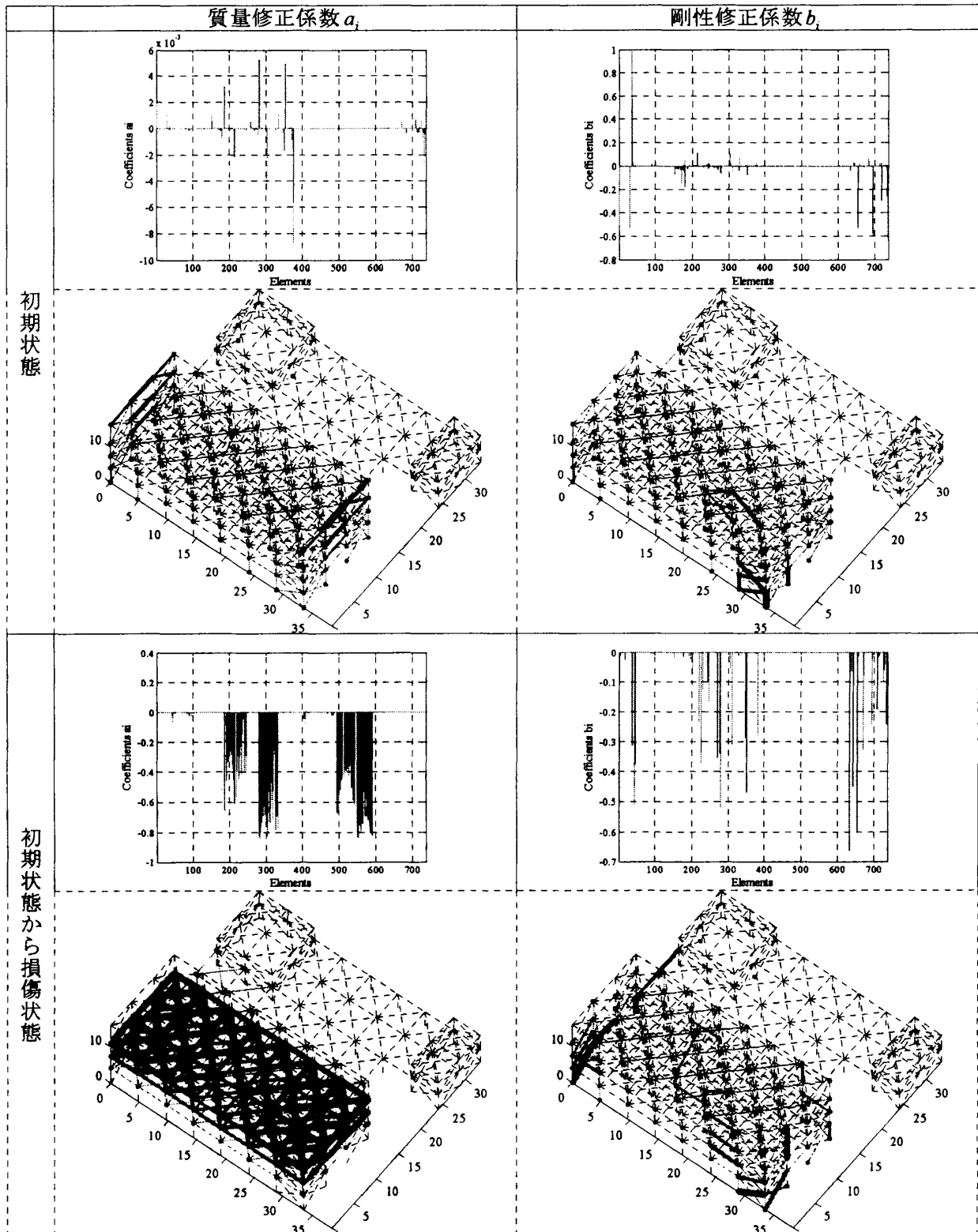


表-5 に、初期状態から損傷状態におけるモデル・アップデートの結果を示す。これより、モデル・アップデート前の有限要素解析モデルによる固有振動数と実験結果による固有

振動数の間には、最大で 5.87%の誤差があったのが、モデル・アップデート後は、誤差が最大で 0.36%になっていることが分かる。これに対応して、MAC の値は、1.0 に近づいている。

表-5 アップデーティング結果（初期→損傷）

モデル	モード	方向	固有振動数(Hz)		Error (%)	MAC
			実験	解析		
初期モデル	1次	桁行	2.925	2.753	-5.865	0.940
	2次	梁間	3.753	3.575	-4.744	0.918
	3次	ねじれ	4.681	4.522	-3.388	0.942
アップデートモデル	1次	桁行	2.925	2.927	0.070	0.942
	2次	梁間	3.753	3.755	0.059	0.927
	3次	ねじれ	4.681	4.664	-0.359	0.950

表-4 に、損傷状態における質量修正係数 a_i と剛性修正係数 b_i をそれぞれ示す。質量、剛性ともに、増加箇所はみられなかった。立体図より、損傷状態（局部破壊試験適用後）においては、建物内部の什器類の廃棄や移動などにより、4階と3階部分の質量に大きな減少が生じていることが分かる。また、柱をモデル化した梁要素と壁をモデル化した等価置換トラス要素における剛性の低下は、写真-1、図-2に見られるように、局部破壊試験の影響によるものと考えられる。

4. まとめ

本研究で得られた知見は、以下の通りである。

- 1) 日本大学生産工学部5号館の多点同時常時微動測定データに基づき、ARMAVモデルにより振動特性の同定を行った結果、固有振動数は、1次モードが桁行方向で約2.76Hz、2次モードが梁間方向で約3.56Hz、3次モードがねじれモードで約4.54Hzと推定された。また、減衰定数は約3%~5%であると推定された。
- 2) ARMAVモデルによる固有振動数の同定結果より、局部破壊試験適用後の固有振動数は、適用前の固有振動数に比べて大きくなっていることが分かった。これは、建物内部にあった什器類などの廃棄や移動などにより、積載荷重が大きく減少したことが原因と考えられる。この結果は、IEMを用いた有限要素解析モデルのモデル・アップデーティング結果と良い一致をみている。
- 3) 初期状態（局部破壊試験適用前）から損傷状態（適用後）におけるIEMを用いた有限要素

解析モデルのモデル・アップデーティング結果では、東側面および西側面に剛性低下が見られたが、この剛性低下箇所は、実際の局部破壊試験適用箇所と比較的良く一致していることが分かった（図-2）。

謝辞

振動調査に際して、ナカ工業(株)の熊倉怜子さんには助力を得、佐藤商事(株)の佐藤克己氏、(株)永楽開発の稲田修氏と坪井利弘氏には、測定機器の貸出しに便宜をはかっていただきました。また、トリノ工科大学のDonato Sabia助教授には、振動測定データの分析で助言を得ました。感謝致します。なお本研究は、日本科学技術振興会科学研究費補助金（基礎研究(B)一般、研究者代表：湯浅昇）、名古屋市立大学特別研究奨励費により進められた研究成果の一部である。

参考文献

- 1) 武藤治子，青木孝義，湯浅昇，師橋憲貴：日本大学生産工学部5号館の常時微動測定に基づく振動モードの同定，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），B-2（構造II），pp.67-68，2005.9
- 2) Aoki, T., Yuasa, N., Sabia, D., Rivella, D. and Muto, H. : Dynamic Identification of the RC Building No.5 of College of Industrial Technology at Nihon University, Proc. of the 10th Int. Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, Paper 246, pp.1-14 (CD-ROM), Aug. 2005
- 3) De Stefano, A., Sabia, D. and Sabia, L. : Structural Identification using ARMAV Models from Noisy Dynamic Response under Unknown Random Excitation, Proc. of DAMAS Int. Conference, Sheffield, pp.419-428, 1997
- 4) Friswell, M. I. and Mottershead, J. E. : Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1995
- 5) Jung, H. and Ewins, D. J. : Error Sensitivity of the Inverse Eigensensitivity Method for Model Updating, IMAC 10, 1992