

論文

[2040] 高軸力・二軸曲げを受けるRC部材のM- ϕ 関係

正会員 ○ 須田 久美子 (鹿島建設技術研究所)

正会員 村山 八洲雄 (鹿島建設技術研究所)

正会員 古市 耕輔 (鹿島建設技術研究所)

1. はじめに

中央径間が200mを超える長大コンクリート斜張橋では、死荷重によってRCタワーに作用する軸応力が80~100kg/cm²にもなる。また、タワーの形状や、斜橋・曲線橋等の構造上の特徴によっては、橋軸あるいは橋軸直角方向の外力を検討する場合でも、二軸曲げを考慮する必要が生じる。

高軸力・二軸曲げが作用するRC部材の変形の問題は建築の分野で古くから取組まれており、ファイバーモデルに代表されるマイクロモデルやマルチスプリングモデル、移動硬化則に基づいた塑性ヒンジモデル等多くの方法が提案されてきた。現在は、部材引張部の寄与を解析的にどう取込むかの問題が論じられている段階である。マイクロモデルの立場からは、付着作用のモデル化、コンクリートの応力-ひずみ曲線の引張軟化域のモデル化等の研究が行われている。しかし、これらの研究は部材引張部の平均的な変形性状のみでなくひびわれ間の鉄筋の引張応力や付着応力の分布を計算することができるなど今後の発展性に富む分野であるが、それだけ取り扱いが複雑となり実用設計法の立場からは不利である¹⁾。

一方、たわみ制御の観点からM- ϕ 関係を評価するための簡便法が種々提案されている¹⁾。これらの簡便法には軸力が作用する場合については塚・角田らの方法²⁾があるが、二軸曲げを取り扱える方法はない。本論文では、軸力と二軸曲げが作用する場合のM- ϕ 関係評価方法の定式化と斜張橋RCタワー部材への適用性について述べる。

2. 軸力・二軸曲げが作用する場合のM- ϕ 関係評価方法

ACI 318や我が国の土木学会コンクリート標準示方書には、ひびわれによる剛性低下を考慮する場合の部材の平均的な換算断面二次モーメントを求める基本式としてBransonの提案式が与えられている。これは主として材料の弾性範囲を対象に、全断面有効とした断面の断面二次モーメントと引張コンクリートを無視した断面(ひびわれ断面)の断面二次モーメントを $(M_{cr}/M)^m$ で比例配分して部材の平均的な断面二次モーメントを求める方法である。この方法の特徴は、mの選び方により結果的にM- ϕ 関係の非線形性が表現できるところにある。

塚・角田らはこの考え方を拡張し軸力が作用する場合の方法を提案した²⁾。著者らは既に文献³⁾で主に斜張橋タワーを対象とした高軸力下の二軸曲げ柱部材にこの方法が適用可能であることを確認した。斜張橋タワーを想定した断面では鉄筋降伏時の圧縮縁応力度がコンクリートの圧縮強度の8割に及ぶことがあるが、ひびわれ発生に伴う剛性変化の影響が大きいため、コンクリートの非線形性を考慮しなくてもM- ϕ 関係の非線形性を表現できる。

ここでは、塚・角田らの方法を基に、更に二軸曲げが作用する場合にも適用できるように定式化を行った。

(1) 定式化

a. 評価方法の前提条件

一般に一軸曲げの場合、重心軸回りの曲げモーメント M_0 と曲率 ϕ について次の関係が成立つ。

$$\phi = M_G / (E \cdot I) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、

E : 弾性係数

I : 重心軸回りの断面二次モーメント

軸力が作用する場合は重心軸（曲げの中心）と中立軸（ひずみが零）が一致しないので、 M_G に重心位置の補正を施して全断面有効とした断面の重心軸回りの曲げモーメントMを求める必要がある。

長方形断面であることが多い斜張橋タワー部材や正方形断面でも配筋が偏っている断面を有する部材に二軸曲げが作用すると、各主軸 x, y 軸回りで断面の剛性が異なるために、曲げモーメントベクトルの方向 θ_M と曲率ベクトルの方向 θ_c が一致しない。 θ_M と θ_c の関係は、断面の主軸 x, y 成分毎（図-1 参照）に(1)式の関係が成立つことから、(2)式のように表される。

$$\tan \theta_c = (I_x / I_y) \cdot \tan \theta_M \dots \dots \dots (2)$$

二軸曲げを受ける場合には I_x, I_y がひびわれが生じている断面と生じていない断面で異なるので、 θ_c も変化する可能性がある。しかしこれについては、文献¹⁾で斜張橋タワーを想定した断面を持つ部材について、ひびわれ発生前後及び鉄筋降伏前後に θ_M と部材の平均的な θ_c の関係があまり変化しないことを実験的に確認している。 θ_M の履歴が非常に複雑な場合などは対象外として、ここでは二軸曲げが作用する同じ部材の θ_c はいずれの断面でも等しく、その値は全断面有効とした断面の I_x / I_y を(2)式に代入して得られるものと仮定した。

また断面の絶対座標軸 (x, y 軸) は、全断面有効とした断面の重心を原点とし、その主軸と一致するように設定するものとする。原則として、断面二次モーメントの小さい軸を主軸 I 及び x 軸とする。

角度は x 軸の方向を零とし、反時計回りを正、時計回りを負とする。

なお、任意の断面形状及び配筋に対応できるように一般化して定式化しておく。

b. 平均断面の M- ϕ 関係

軸力と二軸曲げが作用する RC 部材の平均的な M- ϕ 関係を考えるために、部材の平均的な変形特性を代表する‘平均断面’を仮定する。平均断面とはひびわれの生じている断面と生じていない断面の中間的な断面定数を有する仮想の断面を意味する。平均断面の主軸方向 α_{eff} 、重心位置 (x_{eff}, y_{eff}) 及び重心を通る主軸回りの断面二次モーメント I_{eff} が推定できれば、(1)式を用いて(3)式のように M- ϕ 関係を表現することができる（図-2 参照）。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} \\ \phi_1 &= M \cdot (e_2 - \gamma_2) / (e \cdot E_c \cdot I_{eff,1}) \\ \phi_2 &= M \cdot (e_1 - \gamma_1) / (e \cdot E_c \cdot I_{eff,2}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、

$\gamma_1 (\gamma_2)$: 主軸 I (II) に投影した断面中心から重心位置までのベクトル

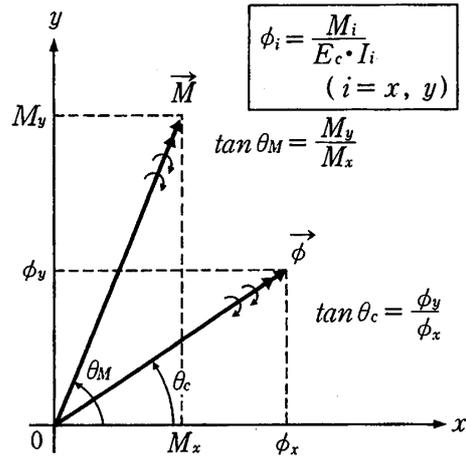


図-1 Mベクトルと ϕ ベクトルの x, y 成分

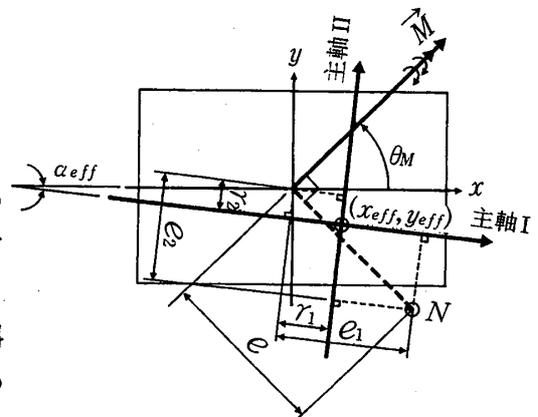


図-2 平均断面の重心と主軸

θ_M の履歴が非常に複雑な場合などは対象外として、ここでは二軸曲げが作用する同じ部材の θ_c はいずれの断面でも等しく、その値は全断面有効とした断面の I_x / I_y を(2)式に代入して得られるものと仮定した。

$$\gamma_1 = \sqrt{x_{eff}^2 + y_{eff}^2} \cdot \cos\{\tan^{-1}(y_{eff}/x_{eff}) - \alpha_{eff,1}\}$$

$$\gamma_2 = \sqrt{x_{eff}^2 + y_{eff}^2} \cdot \sin\{\tan^{-1}(y_{eff}/x_{eff}) - \alpha_{eff,1}\}$$

e : 偏心量 (断面中心から軸力作用位置までの距離)

$$e = M/N$$

M : 全断面有効とした断面の重心回りの曲げモーメント

N : 軸力

$e_1 (e_2)$: 主軸 I (II) に投影した断面中心から軸力作用位置までのベクトル

$$e_1 = e \cdot \cos(\theta_M - \pi/2 - \alpha_{eff,1})$$

$$e_2 = e \cdot \sin(\theta_M - \pi/2 - \alpha_{eff,1})$$

E_c : コンクリートの弾性係数

$I_{eff,1} (I_{eff,2})$: 主軸 I (主軸 II) 回りの換算断面二次モーメント

c. 平均断面の換算断面二次モーメントと重心位置

平均断面の換算断面二次モーメント I_{eff} 及び重心位置 (x_{eff}, y_{eff}) については、塚・角田らが提案した軸力が作用する一軸曲げ部材の方法²⁾ にならって、全断面有効とした断面の値 (添え字 g) とひびわれ断面の値 (添え字 cr) を用いて (4)・(5) 式で評価した。

$$I_{eff,i} = I_{g,i} \cdot \lambda^m + I_{cr,i} \cdot (1 - \lambda^m) \dots\dots\dots (4)$$

i=1, 2

$$\left. \begin{aligned} x_{eff} &= x_g \cdot \lambda^{m'} + x_{cr} \cdot (1 - \lambda^{m'}) \\ y_{eff} &= y_g \cdot \lambda^{m''} + y_{cr} \cdot (1 - \lambda^{m''}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

$$\lambda = T_{s,cr} / T_s$$

$T_{s,cr}$: ひびわれ断面におけるひびわれ発生時の引張鉄筋力

T_s : ひびわれ断面における注目する曲げモーメント時の引張鉄筋力

m, m', m'' : 定数

$I_{g,1} (I_{g,2})$: 全断面有効とした断面の主軸 I (II) 回りの換算断面二次モーメント

(x_g, y_g) : 全断面有効とした断面の重心位置

$I_{cr,1} (I_{cr,2})$: ひびわれ断面の主軸 I (II) 回りの換算断面二次モーメント

(x_{cr}, y_{cr}) : ひびわれ断面の重心位置

(4)・(5) 式では、全断面有効とした断面の換算断面二次モーメントの値とひびわれ断面の値を比例配分するために、ひびわれ断面におけるひびわれ発生時の引張鉄筋力 $T_{s,cr}$ とひびわれ断面における注目する曲げモーメント時の引張鉄筋力 T_s の比 λ を用いた。 λ は塚・角田らが軸力を考慮できるようにするため導入した値であるが、軸力の加力条件として偏心量 e 一定 (軸力は曲げモーメントに比例) であることを条件としている。そのため、これに合わせて (3) 式は e を用いて表現した。曲げモーメントの大きさに応じて e の値が変化する軸力一定のような加力条件の場合に適用する場合には、 $T_{s,cr}$ として、ある載荷履歴のもとで実際にひびわれが発生した時の値ではなく、注目する曲げモーメント M についてそれぞれその時の e (=M/N) 一定となる載荷をした場合にひびわれが発生した時の値を用いる必要がある。

$I_{cr,1}$ の値は、ひびわれ断面の重心 (x_{cr}, y_{cr}) を原点とする主軸回りについて求めるものとする。ひびわれ断面の諸量を計算する際には、前述のように θ_c がどの断面でも等しいと仮定したので、 $I_{g,1}$ 、 $I_{g,2}$ を (2) 式に代入して得られた θ_c に平行に中立軸を設定するものとする。

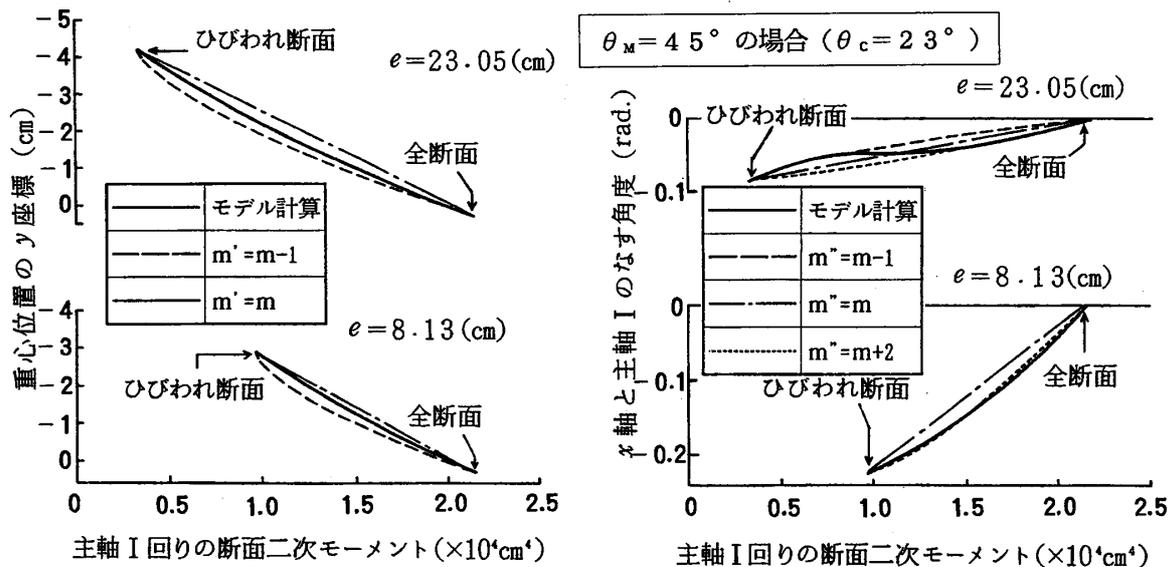


図-3 モデル計算と(4)・(5)式の対比

d. 平均断面の主軸方向

平均断面の主軸 I の方向 $\alpha_{avr, 1}$ の推定式は(6)式に示すとおりで、(4)・(5)式と同じ表現方法を主軸方向の推定にも拡張した。

$$\alpha_{avr, 1} = \alpha_{e, 1} \cdot \lambda^{m''} + \alpha_{cr, 1} \cdot (1 - \lambda^{m''}) \quad (6)$$

ここで、

$\alpha_{e, 1}$: 全断面有効とした断面における主軸 I の方向 ($\alpha_{e, 1} = 0$)

$\alpha_{cr, 1}$: ひびわれ断面における主軸 I の方向 ($-\pi/2 \leq \alpha_{cr, 1} \leq \pi$)

前述したように主軸 I は全断面有効断面及びひびわれ断面のそれぞれの断面において断面二次モーメントの小さい方の軸とする。主軸 II はそれぞれの主軸 I に対して $+\pi/2$ の方向に設定する。

(2) 平均断面の重心位置及び主軸方向推定式の検討

引張り部コンクリートの応力分布を三角形に仮定し、その最大応力が引張剛性の低下に伴って減少していくようなモデル化を考えて重心位置・主軸方向・主軸回りの断面二次モーメントを計算し(「モデル計算」と略記)、定数 m' , m'' の値を検討した結果の一例を図-3 に示す。

塚・角田らが諸実験への適合性を考慮して m の値を3としていることから、 m に対する m' , m'' の関係を調べた。

重心位置については、モデル計算の結果が全断面有効とした断面とひびわれ断面の値の間で単調に変化しており、(4)式による推定の妥当性を示している。 m' の値としては、軸力の小さい(e 大)場合も大きい(e 小)場合も $m-1 \sim m$ の間にある。

主軸方向については、軸力の小さい(e 大)場合は重心位置と同様、単調な変化になるので(5)式による推定が妥当であると考えられる。軸力の大きい場合については途中で変曲点をもっており、 m'' は $m-1 \sim m+1$ の範囲で変化している。これについては、軸力が大きい場合の $M-\phi$ 関係で m'' の影響を調べると(図-4)、その影響が少ない

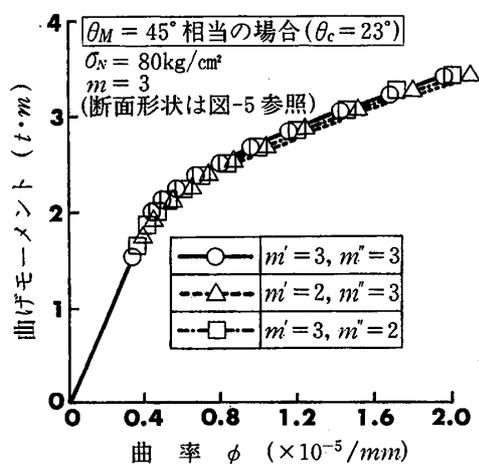


図-4 $M-\phi$ 関係に及ぼす m' , m'' の影響

ことがわかる。

以上から軸力の大きさによって、 m と m' 及び m'' の関係は微妙に変化するが、 $M-\phi$ 関係への影響も勘案すれば $m=m'=m''=3$ として問題ないと考えられる。

3. 提案式の適用性検討

(1) 実験の概要

a. 試験体及び実験配列

試験体は図-5に示すとおりである。これは、実構造物で一般に想定されている断面の約1/20に相当する。

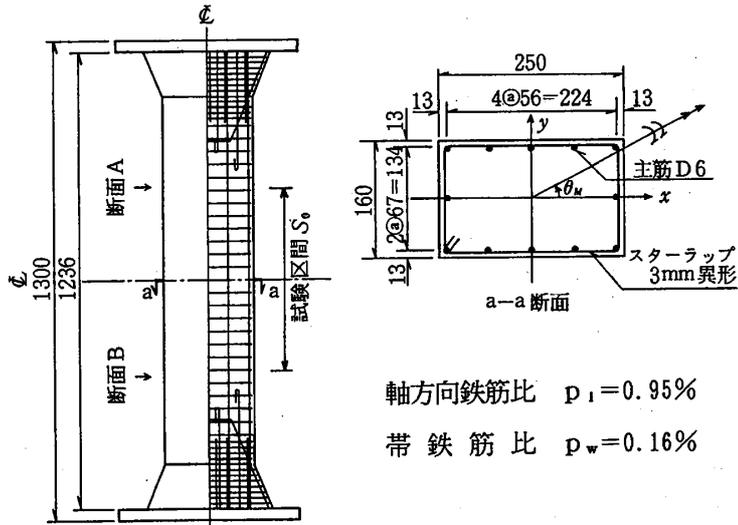


図-5 試験体形状と配筋詳細

軸方向鉄筋比 $p_l = 0.95\%$

帯鉄筋比 $p_w = 0.16\%$

各試験体の材料特性及び荷重条件を表-1に示す。No. 1~No. 3はx軸(座標軸は図-5参照)に対するモーメントベクトルの方向 θ_M が 45° 一定(交番は $\theta_M=45^\circ$ と 225° を交互に荷重)の場合で、軸力の違いによる影響を調べるための試験体である。No. 4はx軸回りにひびわれ発生モーメントよりも小さな曲げモーメントを荷重した状態でy軸回りに交番曲げ荷重をした場合で、曲げモーメントの変化に応じて θ_M が逐次変化する影響を調べる試験体である。

b. 加力方法

加力には、断面の任意方向に曲げモーメントが荷重できる装置を用いた。この装置は曲げモーメントの荷重をする3本の押し引き両用ジャッキ(J1, J2, J3)と軸圧縮力専用ジャッキ(J4)の計4台のジャッキで構成されている^{*)}。

c. 測定方法

ϕ 及び θ_c は、試験体中央部分の50cm(断面の長辺の2倍)を測定区間として、断面の隅角部における相対変位を1/1000mmの精度で測定することによって求めた。

ひびわれ発生時の測定は引張ひずみの生じる側面にワイヤーストレインゲージ(ゲージ長60mm)を数枚張り付けることにより行った。

(2) 実験結果と解析値の対比

図-6及び図-7に $M-\phi$ 関係の実験値と解析値を対比して示す。それぞれ、xまたはy座標軸に投影した $M-\phi$ 関係で表した。解析値はひびわれ発生時の曲げモーメントが実験値と同じになるようにコンクリートの引張強度を設定して求めた。図中には参考値として μ (ACI-Codeの破壊係

表-1 材料特性及び荷重条件

試験体 No.	軸方向鉄筋			実験時コンクリート		軸力の加力条件	曲げモーメントの荷重条件	
	降伏応力度 σ_{yy} (kgf/cm ²)	降伏時のひずみゲージの読み ϵ_{yy} ($\times 10^{-3}$)	応力換算係数 ^{*)} E_s (kgf/cm ²)	圧縮強度 f_c (kgf/cm ²)	弾性係数 E_c (kgf/cm ²)	軸圧縮応力度 σ_N 一定 (kgf/cm ²)	曲げモーメントベクトルの方向 θ_M が一定	曲げモーメントベクトルの方向 θ_M が曲げモーメントに応じて変化
1	3,030	2,000	1.5×10^6	490	3.62×10^6	80	45° 単調	-
2				409				
3				407	3.70×10^6	30	45° 交番	
4				426				

*) 異径鉄筋に貼り付けたひずみゲージの読み値を応力度に換算する係数。材質を表すヤング係数とは表現を区別した。

数に対する、ひびわれ発生時の引張鉄筋力を求める際に用いる曲げ引張強度の比率)の値を示した。

a. θ_M が変化しない場合 (図-6)

θ_M が 45° 一定のNo.1~No.3のM- ϕ 関係について見ると、いずれの計算値も実験値によく一致しており、提案した評価方法は軸力の大小にかかわらず θ_M が変化しない二軸曲げ载荷を受ける場合に適用可能であることがわかった。

b. θ_M が変化する場合 (図-7)

No.4はx軸回りに $M_x=0.57\text{tm}$ 载荷した状態でy軸回りに交番载荷した試験体で、 θ_M が曲げモーメントの増加に伴って逐次変化する。ここに示す解析値は、各 θ_M におけるM- ϕ 関係をそれぞれ計算し、 $M=M_x \cdot \sqrt{1+\tan^2 \theta_M}$ の関係を用いて、No.4の载荷履歴に応じたM- ϕ 関係を求めるという手順で得られたものである。ひびわれ発生時の係数 μ の値は、実験時のひびわれ発生モーメント $M_{cr}=2.01\text{tm}$ ($\theta_M=73^\circ$)の時の計算で1.8と決定し、他の θ_M の時もこの値を用いた。

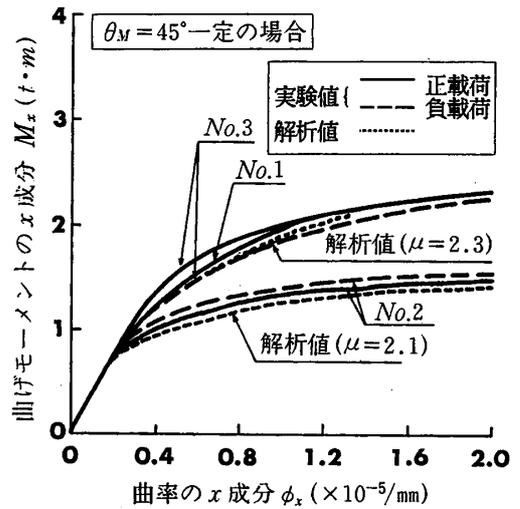
計算値は実験値によく一致しており、提案した評価方法は θ_M が変化する場合にも適用可能であることがわかった。

4. おわりに

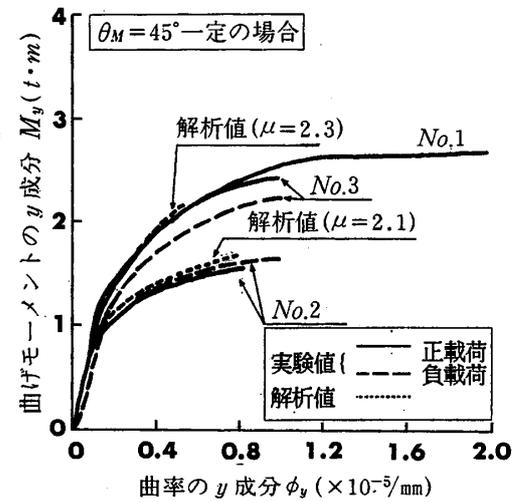
本論文では、斜張橋RCタワーを対象とした軸力と二軸曲げが作用する場合に適用できる簡便的なM- ϕ 関係の評価方法を提案し、実験的にこれを検討した。その結果、各実験値と解析値はよく一致し、軸力の大小によらず、またモーメントベクトルの方向が変化しない場合も変化する場合も、提案した評価式が適用可能であることが明らかになった。

【参考文献】

- 1) 角田与史雄：<研究展望>曲げを受けるコンクリート部材のひびわれとたわみに関する研究の現状、土木学会論文集、第384号/V-7、1987年8月、pp. 21~32
- 2) K. Sakai and Y. Kakuta: Moment-Curvature Relationships of Reinforced Concrete Members Subjected to Combined Bending and Axial Force, ACI journal/May-June 1980, pp. 189~p194
- 3) 古市耕輔、村山八洲雄、須田久美子：高軸力・2軸曲げを受けるRC部材の剛性評価方法に関する適用性検討、土木学会年次学術講演会、1989年10月、V-226、pp. 506~507



(a) x成分



(b) y成分

図-6 θ_M が変化しない場合のM- ϕ 関係

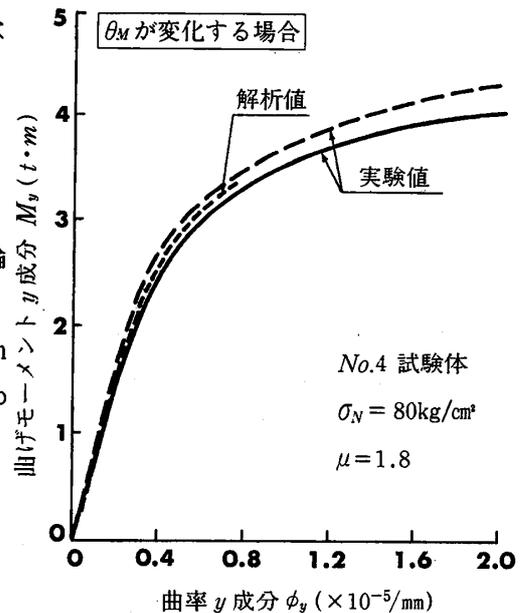


図-7 θ_M が変化する場合のM- ϕ 関係