

## 論文

## [2052] 多数本の引張鉄筋を配置したRC梁の疲労寿命

正会員○松本信之（鉄道総合技術研究所）

正会員 山住克巳（ 同 上 ）

正会員 宮本征夫（ 同 上 ）

## 1. まえがき

異形鉄筋の疲労強度に関する研究は、その開発当初から積極的に行われてきており、土木学会コンクリート標準示方書に疲労強度算定式として取り入れられているが、これらは鉄筋単体や鉄筋を1・2本程度を含むRC梁の試験結果に基づいて定められたものである。

一方、RC鉄道橋等には多くの引張鉄筋が用いられており、その疲労寿命が鉄筋単体や1・2本の鉄筋を有する梁の疲労寿命との間に違いがあるか否かについては興味のあるところである。

本研究では、多数本の引張鉄筋を配置したRC梁における鉄筋の疲労過程および梁の疲労寿命の分布特性に関する検討を行うことを目的として、実構造物をモデルとした10本の引張鉄筋を配置した梁供試体等の疲労試験を行い、さらに、この疲労過程を並列系の破壊過程の現象として捉えて線形破壊力学を利用した数値モデルを設定して統計的なシミュレーション解析を行ったので、以下にその試験結果の概要および解析結果を示す。

## 2. 試験概要と結果

疲労試験は、次の二種類の  $S-N$  試験よりなる。試験Ⅰは、25本の異形鉄筋の単純引張空中疲労試験（以下、「空中疲労試験」という）を行い、鉄筋単体の疲労強度およびその分布特性を把握した。試験Ⅱは、4体の梁供試体（空中疲労試験で用いたものと同じロットから切出した鉄筋10本を含むRC梁）に一定振幅荷重を与えて疲労試験（以下、「梁疲労試験」という）を行い、個々の鉄筋の疲労寿命および桁の変形等を把握した。試験に用いた鉄筋の特性を表-1に示す。

表-1 異形鉄筋の材料特性

製造会社	寸法	降伏点 $\sigma_y$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	引張強さ $\sigma_u$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	伸び $\epsilon$ (%)	化学成分(%) ミルシートより				
					C	Si	Mn	P	S
東京鉄鋼	D16	4,159	6,143	20	0.27	0.23	0.80	0.036	0.033

## 2. 1 空中疲労試験（試験Ⅰ）

## (1) 試験方法

空中疲労試験は、図-1に示す両端にアンカー部を有する鉄筋を供試体として、5つの応力振幅レベルについて行った。1応力振幅レベルあたりのサンプルサイズは5とした。载荷波形は正弦波を用い、加振周波数は10Hzとした。

## (2) 試験結果

試験結果を表-2および図-2に示す。試験打ち切り回数は500万回以上とした。表中の応力度

表-2 空中疲労試験結果（疲労寿命）

No	$\sigma_{max}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{min}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$S_r^*$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$S_r$ (kg/cm <sup>2</sup> )	疲労寿命 N				
					1	2	3	4	5
1	3,800	400	3,200	3,636.8	119,900	151,520	163,680	193,980	237,150
2	3,400	400	3,000	3,209.0	162,590	262,610	312,090	321,980	323,250
3	3,000	400	2,600	2,781.1	419,820	425,960	525,850	525,990	671,030
4	2,600	400	2,200	2,353.2	775,520	1,406,930	5,000,000+	6,255,650+	7,243,000+
5	2,200	400	1,800	2,045.7	5,348,430+	6,075,100+	6,140,450+	6,860,240+	6,920,250+

$S_r$  は完全片振り時の応力振幅で、修正グッドマンの関係より計算した。+は非破壊で打ち切った回数。

は載荷荷重と鉄筋公称断面積を用いて計算した。

(3) 疲労寿命とその分布特性

破断した供試体のデータ ( $n=17$ ) のみによる最小自乗法を用いた  $S-N$  曲線 (50% 累積破壊確率) は、

$$\log N = 20.13 - 4.188 \cdot \log S, \quad \dots(1)$$

となる。図-2 にこの  $S-N_{(0.5)}$  曲線を同時に示す。

この試験結果から鉄筋単体の疲労寿命の分布特性を推定するために、順序統計量 (ミーンランク法 [1]) を用いて正規確率紙上で直線のあてはめを試みた。各応力振幅でのサンプルサイズが小さいため、各応力振幅における分布特性はいずれも同じであることを前提として、全破断データ  $N_{i(ex)}$  と式(1)により求まる各応力振幅に対する平均疲労寿命  $N_{i(c)}$  との残差  $e_i$  に着目してその分布特性を評価した。

$$e_i = \log N_{i(ex)} - \log N_{i(c)} \quad \dots(2)$$

図-3 に正規確率紙上での  $e_i$  と累積確率  $P_c$  の関係を示す。両者の関係がほぼ直線で近似できることより、異形鉄筋の疲労寿命の対数の分布を正規分布と仮定することができ、その母集団の標準偏差  $\sigma_1$  は標本不偏分散より  $\sigma_1 = 0.105$  と求められる。

2. 2 梁疲労試験 (試験 II)

(1) 試験方法

梁疲労試験は、図-4 に示す寸法諸元を有する幅広の梁を用い、引張鉄筋は横一列に配置した。材令28日におけるコンクリートの圧縮強度は  $362 \text{ kgf/cm}^2$  であった。

荷重振幅は終始一定としているが、各供試体毎には違っている。測定は、一定載荷回数毎に動的に行った。ただし、各鉄筋の破断回数は鉄筋に微弱な検知電流を流し、その導通状態を常時監視して求めた。載荷波形は正弦波を用い、加振周波数は  $3 \text{ Hz}$  とした。

(2) 試験結果

試験結果の概要を表-3 に示す。鉄筋応力度は鉄筋に貼付したひずみゲージより得られた値と鉄筋の弾性係数  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$  を用いて算定した。

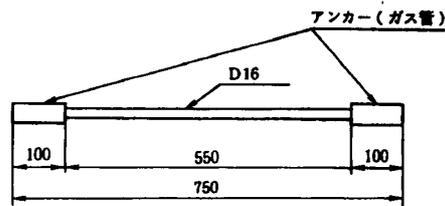


図-1 空中疲労試験用供試体 (mm)

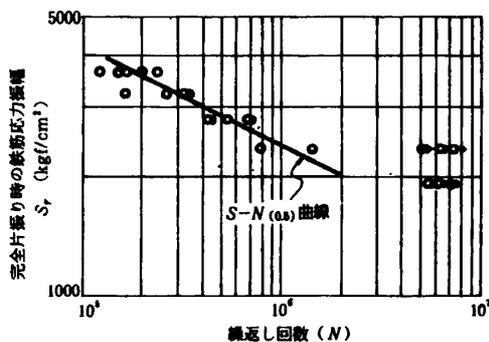


図-2 空中疲労試験による  $S-N$  関係

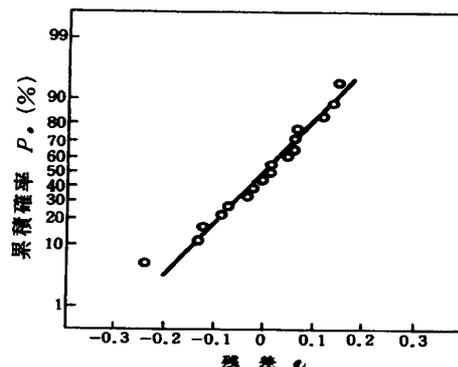


図-3 疲労寿命の残差の分布

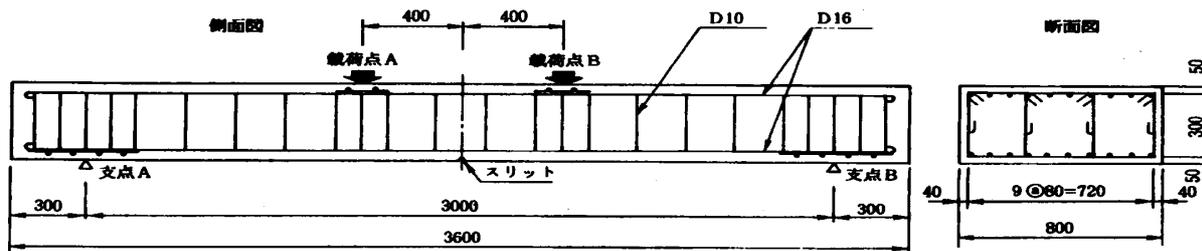


図-4 梁疲労試験用供試体 (mm)

鉄筋の疲労過程は、各供試体とも概ね梁の疲労寿命  $N_f$  の約6割程度の寿命で最弱の鉄筋が破断し、次弱の鉄筋は  $N_f$  の約8割程度まで余命を有することが認められた。その後は  $N_f$  の9割程度から逐次破断をしながら配置鉄筋の約半数が疲労破断した段階で梁の疲労寿命に到達する傾向となった。

表-3 梁疲労試験結果の概要(疲労寿命)

No.	載荷荷重(t)		鉄筋応力度(kgf/cm <sup>2</sup> )			最初の鉄筋破断 $N_i$	供試体破断 $N_f$
	$P_{max}$	$P_{min}$	$\sigma_{max}$	$\sigma_{min}$	$S_r$		
1	37.0	3.0	3734	869	3337	$1.63 \times 10^5$	$2.59 \times 10^5$
2	35.0	3.0	3156	827	2691	$2.48 \times 10^5$	$4.19 \times 10^5$
3	28.0	3.0	2642	794	2122	$7.47 \times 10^5$	$1.394 \times 10^6$
4	25.0	3.0	2274	752	1734	$6.74 \times 10^5$	$8.710 \times 10^5$

鉄筋応力度は、初期値を示す。

### 3. 数値シミュレーションによる計算と考察

梁中にある引張鉄筋の疲労過程を推定する数値モデルとして、各鉄筋に対して線形破壊力学における亀裂進展則(Paris則)をあてはめた「基本モデル」、および並列系の破壊過程をモデル化した「逐次破断モデル」を設定した。また、この設定モデルを用いて任意の  $n$  本鉄筋を含むサンプルサイズ  $p$  体の梁の疲労試験したことと等価となるモンテカルロ法による数値シミュレーションを行い、多数本の鉄筋を含む梁の疲労寿命の分布特性および本数効果について考察した。

#### 3.1 数値モデルの設定

##### (1) 基本モデル

鉄筋の疲労過程は、1鉄筋内には1つのある長さを有する初期亀裂が存在しており、その疲労寿命はこの亀裂の進展過程のみにより定まると仮定した。亀裂の伸長はParis則に従い、最終破壊は静的破壊靱性によって規定されるとした。すなわち、疲労亀裂伝播速度( $da/dN$ )は、応力拡大係数の振幅( $\Delta K$ )の関数として次式で与えられる。[2]

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad \dots(3) \quad \Delta K = S_r \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F \quad \dots(4)$$

ここに、 $a$ : 亀裂長さ、 $N$ : 載荷回数、 $\Delta K$ : 応力拡大係数の振幅、 $C$ ,  $m$ : 材料により定まる定数、 $S_r$ : 応力振幅、 $F$ : 亀裂の位置や形状による補正係数

これより1本の鉄筋の疲労寿命  $N$  は、初期亀裂長を  $a_i$ 、破壊が生じる限界亀裂長を  $a_f$  として、 $m \neq 2$  のもとに式(3)を積分して求められる。

$$N = \int da = \frac{1}{C \cdot (F \cdot S_r \cdot \sqrt{\pi})^m \cdot (m/2 - 1)} \times \left( \frac{1}{a_i^{m/2-1}} - \frac{1}{a_f^{m/2-1}} \right) \quad \dots(5)$$

さらに、擬初期亀裂長  $a_i^* (= 1/a_i^{m/2-1})$ 、擬限界亀裂長  $a_f^* (= 1/a_f^{m/2-1})$  とし、 $A^* = C \cdot (F \cdot S_r \cdot \sqrt{\pi})^m \cdot (m/2 - 1)$  とすると、式(5)は次に示すように簡略化される。

$$N = (a_i^* - a_f^*) / A^* \quad \dots(6)$$

##### (2) 逐次破断モデル

梁中の各鉄筋の疲労過程を表す「逐次破断モデル」は、次の仮定に基づくものとした。

① 梁中には「基本モデル」に従う鉄筋が  $n$  本含まれており、破断の順序は初期亀裂長  $a_{i(k)}$  の大きさの順序のみに支配される。また、その順序は次のように既知である。

$$a_{i(1)} > a_{i(2)} > \dots > a_{i(k)} > \dots > a_{i(n)} \quad \dots(7)$$

②各鉄筋応力状態は均一であり、1本の鉄筋が破断した場合、他の未破断鉄筋には破断した鉄筋がそれまで受持っていた応力が均等に再配分される。

すなわち、 $k$ 番目の鉄筋が破断するまでの未破断鉄筋の応力振幅  $S_{r(k)}$  は、次による。ただし、 $S_{r(k)}$  が  $\sigma_y$  を超えても計算を打切らない。

$$S_{r(k)} = n \cdot S_{r(1)} / (n - k + 1) \quad \dots(8)$$

③  $k$ 番目の鉄筋が破断した時点の  $k+1$ 番目の鉄筋の亀裂長  $a_{(k)}$  が次段の応力振幅  $S_{r(k+1)}$  に対する限界亀裂長  $a_{f(k+1)}$  より大きくなった場合は、 $N_{(k+1)}$  は0とする。

これより、 $k$ 番目の鉄筋が破断するまでの寿命  $N_{(k)}$  と鉄筋の亀裂長  $a_{(k)}$  の関係は図-5のように表され、 $S_{r(k)}$  に対応する  $A^*$  を  $A^*_{(k)}$  とすると  $N_{(k)}$  は、式(6)より導かれる漸化式をまとめると次のように表される。

$$N_{(k)} = \frac{[a_{i^*_{(k)}} - a_{f^*_{(k)}}] - [a_{i^*_{(k-1)}} - a_{f^*_{(k-1)}}]}{A^*_{(k)}} \quad \dots(9)$$

ただし、 $a_{i^*_{(0)}} - a_{f^*_{(0)}} \equiv 0$

故に、梁供試体の疲労寿命  $N_f$  は、 $\sum_{k=1}^n N_{(k)}$  により求められることになる。

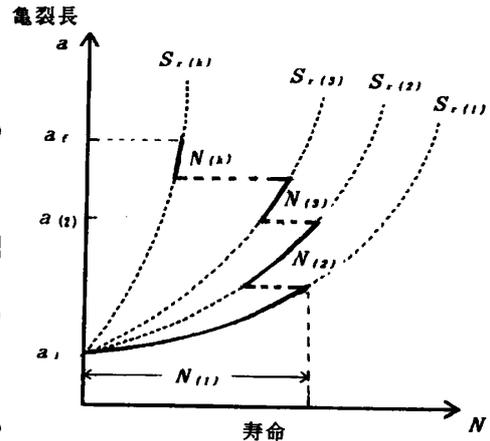


図-5 逐次破断モデルの概念図

(3) 初期亀裂長

$n$ 本の鉄筋を含むサンプルサイズ  $p$ 体の梁の疲労試験の数値シミュレーションを行うためには、 $n$ 個の初期亀裂を1組として、 $p$ 組の初期亀裂群を上記の設定モデルの初期値として用意しなければならない。このため、ある供試体  $j$ 内の鉄筋  $k$ に含まれる擬初期亀裂長を  $a_{i^*_{(k^j)}}$  として、式(6)を変形した式(10)を用いてこれを求めることとし、式中の  $N_{(RND)}$  は空中疲労試験による鉄筋単体の疲労寿命の分布特性より、その疲労寿命の対数が正規分布 ( $\mu, \sigma$ ) に従う性質を利用して *Box and Muller* 法により  $n$ 個  $p$ 組の正規乱数を発生させて求めた。

$$a_{i^*_{(k^j)}} = N_{(RND)} \cdot A^* + a_{f^*} \quad \dots(10)$$

ここでは、 $N_{(RND)}$  を唯一の変動値とし、他のパラメーターは全て確定値として取扱った。各パラメーターの値を表-4に示す。

(4) 限界亀裂長

限界亀裂長  $a_f$  は、鋼材の静的破壊靱性値  $K_{Ic}$  を与える式(11)より求めた。また、 $K_{Ic}$  は疲れデータシート[3]より異形鉄筋と含有炭素量がほぼ同じである S 2 5 C 鋼のシャルピー-Vノッチ試験の最小値 (60 J/cm<sup>2</sup>) を用いて、式(12)に示す *Barson*ら[4]による関係式を用いて算出した。

表-4 シミュレーションに用いた定数

パラメータ	数 値	備 考
$\sigma$	0.105	空中疲労試験による $\sigma I$ の値
$\mu$	5.693	$S_r=2,800$ として式(1)より求めた
$S_r$	2,800 (kgf/cm <sup>2</sup> )	ここでは完全片振りとする
$m$	4.188	空中疲労試験による
$F$	0.8775	表面亀裂による補正 $F_1=1.12$ 亀裂形状による補正 $F_2=0.7835$ (亀裂長/亀裂半幅=0.5) $F=F_1 \cdot F_2$
$C$	$4.749 \times 10^{-19}$	$a_f$ が大略0.05mmとなるよう定めた係数
$n$	10	梁中の鉄筋の数
$p$	10,000	サンプルサイズ

$$K_{Ic} = S_r \cdot \sqrt{\pi a_f} \cdot F' \quad \dots(11)$$

$$\frac{K_{Ic}^2}{E} = B \cdot CVN \quad \dots(12)$$

ここに、 $F'$ :補正係数で  $F \cdot F_g$  とし、部材厚さによる補正係数  $F_g (= \sqrt{\sec(\pi a/W)})$  を考慮したもの、 $W$ :部材厚さ、 $CVN$ :エネルギー吸収量 (kgf・cm)、 $B$ :係数 (=0.1603)

3. 2 数値シミュレーションによる疲労過程と疲労寿命の分布特性

梁内に含まれる鉄筋の数  $n$  を10、サンプルサイズ  $p$  を10,000、また、 $S_r$  を2,800kgf/cm<sup>2</sup>とした数値シミュレーションによる梁内の鉄筋の疲労寿命と分布の特性を以下に示す。

(1) 最弱鉄筋の疲労寿命と分布

各梁中の最弱鉄筋は、 $a_{1(1)}$ を有する鉄筋であり、この亀裂が限界亀裂長に達する時がその疲労寿命となる。最弱鉄筋の疲労寿命の度数分布を図-6に示す。右方に若干歪んだ正規分布に似た分布形となり、これを正規分布と仮定した場合、平均値は5.53、標準偏差は0.062、確率密度関数の最大値は、0.40と計算され、鉄筋単体の疲労寿命(表-4参照)と比較すると平均値の低下と分散の減少がみられる。この結果を最小値の漸近分布[5](式(13)参照)と対比すると、最小値の確率密度関数のピーク値は  $x = 5.54$  において0.36(原分布として空中疲労試験結果を用い、 $n = 10$ とする)と計算でき、この分布も右方に歪んだ正規分布に近い形状となるので両者はほぼ同様の分布特性を有し、最弱鉄筋の疲労寿命に関してはシミュレーションの妥当性が検証されていると考えられる。

$$f(x) = n \cdot \{1 - F_0(x)\}^{n-1} f_0(x) \quad \dots(13)$$

ここに、 $f_0(x)$ :原分布の確率密度関数、 $F_0(x)$ :原分布の分布関数、 $n$ :一組の数

(2) k 番目の鉄筋の疲労寿命と分布

k 番目の鉄筋の疲労寿命  $\log \Sigma N_{(k)}$  の平均値、標準偏差の範囲、および最大・最小値を図-7に示す。

これより、5番目までの疲労寿命には差があるが、それ以降はほとんど余命がみられない。また、標準偏差が徐々に小さくなる傾向があり、度数分布形状も左右対象の整形となっていくことがみられた。

(3) 梁の疲労寿命と分布

梁の疲労寿命、すなわち10番目の鉄筋破断時の寿命  $\log \Sigma N_{(10)}$  の度数分布を図-8に示す。

この分布に対して正規分布に関する  $\chi^2$  検定を行うと、有意水準5%で仮定は棄却されず、分布は正規分布と見なせる。また、平均値は5.60、標準偏差は0.042と計算され、鉄筋単体の疲労寿命と比較するとやはり平均値の低下と分散の減少がみられる。

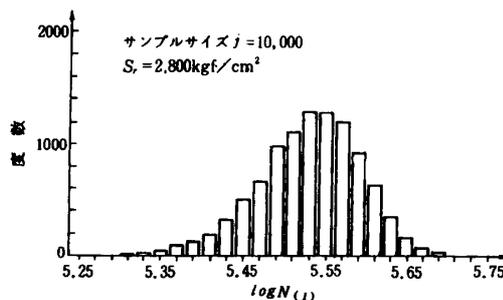


図-6 最弱鉄筋の疲労寿命の分布 (シミュレーション)

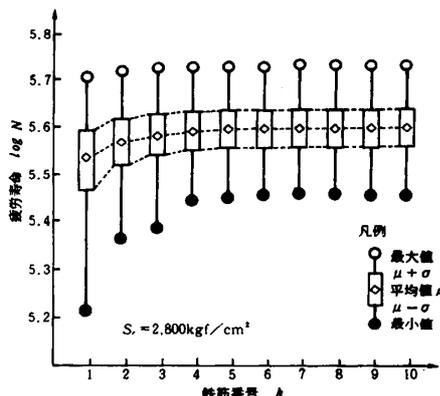


図-7 k 番目の鉄筋の疲労寿命 (シミュレーション)

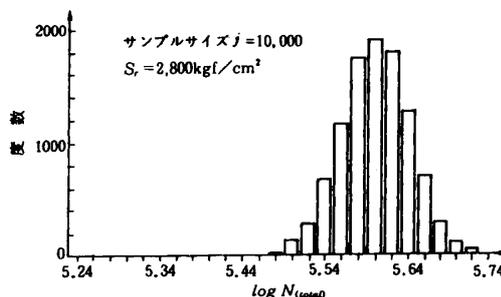


図-8 梁の疲労寿命 (シミュレーション)

### 3. 3 疲労寿命の比較と本数効果

空中疲労試験結果 ( $S-N$  線) および最弱鉄筋の疲労寿命と梁の疲労寿命に関する梁疲労試験結果と数値シミュレーション結果 ( $S-N$  線:  $S_r$  を数種類変えて得られる平均寿命から計算したもの) の比較を図-9 に示す。B線が梁の疲労寿命を、C線が最弱鉄筋の疲労寿命を表す。これより10本の鉄筋を配置した梁の疲労寿命およびその最弱鉄筋の疲労寿命は、空中疲労試験による平均寿命 (A線) より長寿命のものを除き低下することがわかり、数値シミュレーションから定まる  $S-N$  線による方が実験結果をより正確に近似できることがわかる。

梁中の鉄筋の本数  $n$  を変化させた場合の疲労寿命  $N_n$  を  $S_r = 2,800 \text{ kgf/cm}^2$  を例として図-10 に示す。梁の平均寿命 (50%破壊確率)、最弱鉄筋の平均寿命および5%破壊確率の寿命は鉄筋本数の増加とともに短くなるが、梁の5%破壊確率の寿命は、寿命の分散が鉄筋本数の増加に従い減少するため1本の鉄筋の寿命とほぼ同程度の寿命となる。また、疲労強度 (配置鉄筋本数  $n$  毎に求まる  $S-N$  曲線上において  $N_n$  に対応する疲労強度: 同図右縦軸参照) も鉄筋本数の増加により低下するが、梁の疲労強度と1本の鉄筋の疲労強度は5%破壊確率レベルでほぼ同値となるといえる。

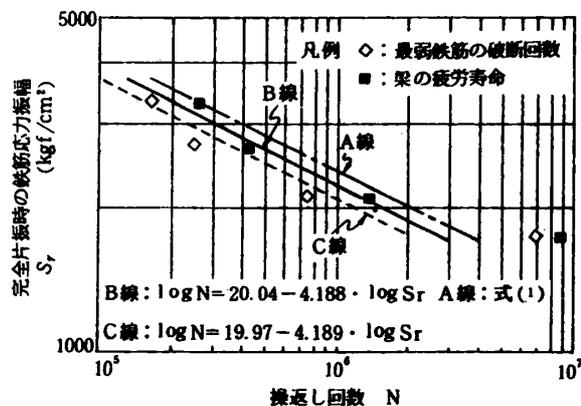


図-9 疲労試験結果との比較

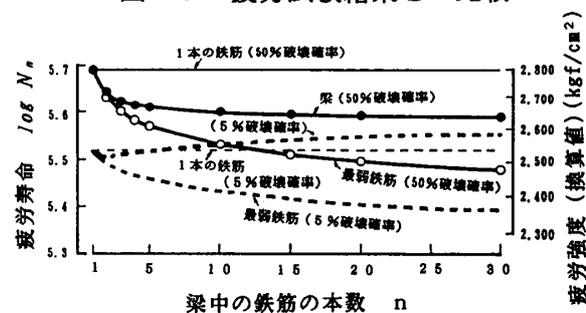


図-10 疲労寿命に対する本数効果

(シミュレーション)

### 4. まとめ

多数本の引張鉄筋を配置したRC梁の疲労寿命の特性を把握するために、疲労試験、数値モデルの提案およびシミュレーションを行った。これらによる結果をまとめると以下のとおりである。

- (1) 多数本の鉄筋を配置したRC梁の疲労寿命は、鉄筋単体の疲労寿命より一般に短い。最弱鉄筋の疲労破断から梁の疲労寿命までには余命があることが認められた。
- (2) RC梁中の鉄筋の疲労過程は、各鉄筋に対して亀裂進展則を利用した数値モデルをあてはめることによりシミュレーション解析が可能である。また、これを利用した統計シミュレーションにより、各鉄筋の疲労寿命とその分布特性および本数効果を把握することができた。

謝辞 この研究を行うにあたり前田建設工業技術研究所およびオリエンタル建設技術研究所の皆様の大変な御協力を得ました。ここに紙面を借りて深甚に感謝の意を表します。

### 参考文献

- [1] 市川晶弘：構造信頼性工学，海文堂，1988。 [2] 西谷弘信編：疲労強度学，オーム社，1985。
- [3] 金属材料技術研究所：疲れデータシート，No.1，1978。 [4] Rolfe, S. T. and Barsom, J. M. : Fracture and Fatigue Control in Structures, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1977。
- [5] Gumbel, E. J. : Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York, 1958。