

論文

[2025] 鉄筋コンクリート床スラブの端部上ば鉄筋定着部の伸びによる付加たわみ概算法

正会員 井野 智 (北海道大学工学教室)
 正会員 伊藤 正義 (北海道工業大学経営工学科)
 正会員 杉野目 章 (室蘭工業大学理科教室)
 正会員○植松 武是 (北海道大学大学院)

1. はじめに

鉄筋コンクリート造 (以下, RCと略記する) の梁またはスラブの長期たわみ計算法が種々提案されている〔1〕. その多くは, 曲げひび割れによる剛性低下と, コンクリートのクリープと乾燥収縮の三つを, RC曲げ部材の長期たわみの支配的要因として, それぞれの影響を計算に取り入れている. しかしながら, このような計算法を既往の長期載荷実験例などに適用してみると, 両端固定の一方スラブまたは周辺固定のスラブでは, ほとんどの場合, 計算値と実測値との間に大きな違いが生ずる.

東・小森〔2〕と, 高橋・小柳ら〔3〕は, その原因がスラブの端部上ば鉄筋定着部の伸び (以下, 定着筋の伸びという) による影響であることを実験で明らかにしており, 本影響要因による付加たわみ解析法もいくつか提案されている〔4〕. なかでも, 岩原が誘導した一方スラブの定着筋の伸びを考慮した弾塑性たわみ角式は, 当該現象を厳密に定式化したもので, 計算値が既往の実験結果ともよく適合することを検証している〔5〕.

筆者らは, 標記付加たわみの計算法として, 定着筋の伸びによる付加回転角でスラブ固定辺を強制変形する方法を用いてきたが〔6〕, この方法は二方向スラブへの適用も容易であり, ここでは, 本強制変形法に立脚したより簡便な概算法について検討する.

2. 定着筋の伸びと回転角の大きさ

スラブの固定端における定着筋の伸び u による付加回転角 θ は次式で与えられる.

$$\theta = \frac{u}{(1 - x_{n1}) d} \quad (1)$$

ただし,

d : 圧縮縁から引張鉄筋重心までの距離

x_{n1} : ひび割れ断面の中立軸比

$$x_{n1} = n p_t \left[\left\{ (1 + \gamma)^2 + \frac{2}{n p_t} \left(1 + \gamma \frac{d_c}{d}\right) \right\}^{1/2} - (1 + \gamma) \right] \quad (2)$$

n : ヤング係数比

p_t : 引張鉄筋比 ($a_t / b d$, a_t : 引張鉄筋の断面積, b : 部材幅)

γ : 複筋比 (a_c / a_t , a_c : 圧縮鉄筋の断面積)

スラブ定着筋の伸び u と鉄筋応力 σ_t の関係式は, 既往の実験結果に基づき種々の実験式が提案されている〔7〕. ここでは, スラブ筋として使用される異形鉄筋 D13, D10 による小柳らの長期付着試験から導かれた以下の式を用いる〔8〕.

(1) 片引きの場合

$$u = (1 + k_4) u_0 \quad (3)$$

ただし,

 k_4 : 付着クリープ係数 (= 1.0)

$$u_0 = \frac{\sigma_t}{257 - 35 \sigma_t} \quad (4)$$

ここで,

 u_0 : 片引き試験における加力直後の伸び量 (cm)

 σ_t : 鉄筋応力度 (t/cm^2)

(2) 両引きの場合

通常の建物における梁幅は40cm程度であり, 小柳らの実験結果によれば付着長20cmの両引き試験では, 鉄筋応力 $\sigma_t = 2.0, 1.0 t/cm^2$ に対する加力直後の伸び量が, いずれも裸鉄筋の伸び変形の8割強を示し, 材令1年では付着効果が皆無となることから, (3)式の k_4, u_0 は, それぞれ k'_4, u'_0 となり以下のように表される.

$$k'_4 = 0.25$$

$$u'_0 = 0.8 \cdot \frac{\sigma_t}{E_s} \cdot \frac{W_b}{2} \quad (5)$$

ただし,

 E_s : 鉄筋のヤング係数 (t/cm^2)

 W_b : スラブ端部にある支持梁の幅 (cm)

3. 付加たわみ計算法

3.1 両端固定一方向スラブ

スラブ固定端に曲げモーメント M が一様に分布するものとして, 一方の固定端 B に強制変形角 θ_B を与えたとき(図1), 任意点の曲げモーメント $M(x)$ とたわみ $\delta(x)$ は, それぞれ次のように表される〔9〕.

$$M(x) = -2 \frac{E_c I}{\ell} \theta_B (1 - 3\xi) \quad (6)$$

$$\delta(x) = \ell \theta_B (\xi^2 - \xi^3) \quad (7)$$

ただし,

 E_c : コンクリートのヤング係数

 ℓ : スパン

 x : A端からの距離

 ξ : x/ℓ

したがって, 両端に強制変形角 θ を与えたときのスラブの端モーメントと中央点の付加たわみ δ_c は, それぞれ

$$M_A = M_B = 2 \frac{E_c I}{\ell} \theta \quad (8)$$

$$\delta_c = \frac{\ell \theta}{4} \quad (9)$$

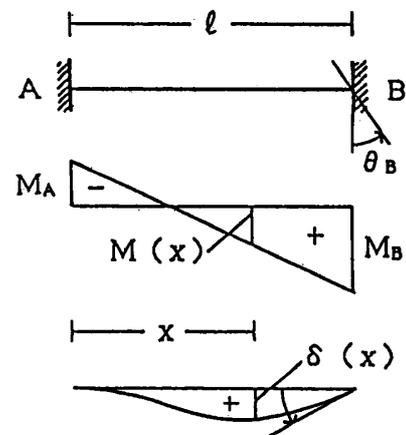


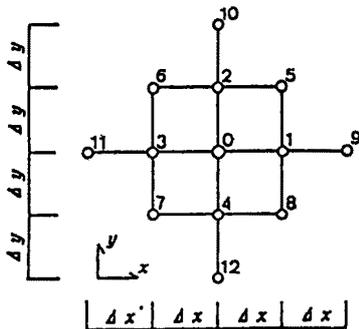
図1 固定端に強制変形角を与えた時の曲げモーメントとたわみ

3.2 周辺固定スラブ

ここでは、概算法検討のための基礎データ算出に用いた有限差法について概述する。

図2は、周辺固定長方形スラブの短、長辺スパンをそれぞれ幅 Δx 、 Δy に等分し、各格子点のたわみを未知数として、平板の基礎微分方程式を差分表示したものである。

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1/r^2 & w_{10} & \\
 & & 2 & w_6 & -4(1+1/r^2) & w_2 & 2 & w_5 \\
 r^2 & w_{11} & -4(1+r^2) & w_3 & (6r^2+6/r^2+8) & w_0 & -4(1+r^2) & w_1 & r^2 & w_9 \\
 & & 2 & w_7 & -4(1+1/r^2) & w_4 & 2 & w_8 & & \\
 & & & & 1/r^2 & w_{12} & & & & \\
 \end{array} = \frac{p \Delta x^2 \Delta y^2}{D} \tag{10}$$



- ※ w_i : たわみ
- p : 等分布荷重
- D : 板剛度
- $\frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$
- t : スラブ厚
- E : ヤング係数
- ν : ポアソン比
- r : 分割幅比 $\Delta y / \Delta x$

図2 差分表示による平板の基礎微分方程式

図2の(10)式によれば、固定辺から一つ内側の点の方程式は、スラブ外の格子点のたわみ(以下、仮想外点のたわみという)を未知数とする項を含むこととなるが、等分布荷重時などの通常の解析では、境界条件が固定ならば接線が水平となることから、

$$(w'_0 - w_1) / 2 \Delta x = 0, \quad (w'_0 - w_1) / 2 \Delta y = 0 \tag{11}$$

ただし、

w'_0 : 仮想外点のたわみ

w_1 : 固定辺から一つ内側の格子点(内点)のたわみ

となるゆえ、 $w_1 = w'_0$ とおき仮想外点の項を消去できる。

同様に、スラブ定着筋の伸びによる付加たわみ解析では、固定辺における接線の傾きを強制変形角 θ_x 、 θ_y とする、すなわち(11)式の右辺を θ_x 、 θ_y とおいて得られる次式で仮想外点の項が消去される。

$$w'_0 = w_1 + 2 \theta_x \Delta x, \quad w'_0 = w_1 + 2 \theta_y \Delta y \tag{12}$$

荷重 $p = 0$ としたときの解として、所要の付加たわみが得られる。

3.3 定着筋の伸びによる応力緩和

両端固定一方向スラブまたは周辺固定スラブでは、定着筋の伸びによってスパン全域に正曲げモーメントが付加されるので、負曲げモーメントが作用するスラブ端部の鉄筋応力は固定時に較べ緩和される。作用するモーメントの大きさに左右される緩和量は、固定時のスラブ定着筋元端の応力 σ_{t0} を初期値とする次式による繰り返し計算で容易に収斂値がえられる。

$$\sigma_{t,i+1} = \sigma_{t0} - \Delta \sigma_{t,i} \tag{13}$$

ただし、

- i : 計算回数
- $\Delta\sigma_{t,i}$: 元端応力を $\sigma_{t,i}$ とした時の
定着筋の伸びによる緩和量
- $\sigma_{t,i+1}$: $i+1$ 回目の計算仮定値

図3は、両端固定等分布荷重時の帯スラブの端部鉄筋の応力度 $\sigma_{t0} = 2.0 \text{ t/cm}^2$ となる具体例について、上記繰り返し計算における定着筋元端の応力度の変動状況を示したもので、4、5回の計算で実用上十分な誤差範囲に解が収敛することがわかる。

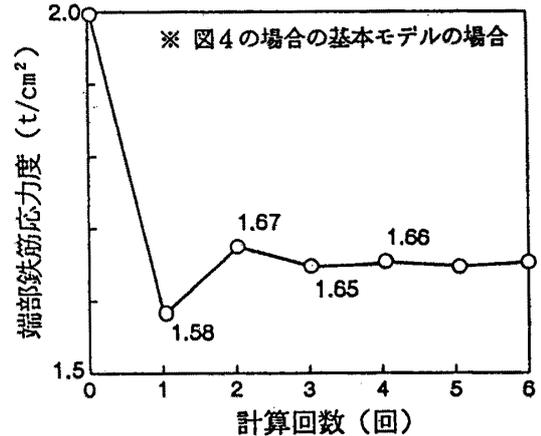


図3 付加たわみ計算時の解の収斂状況

4. 周辺固定スラブの付加たわみ概算法

床スラブの短、長辺内法スパンをそれぞれ l_x, l_y で表すとき、面積 $l_x \times l_y = 36.0 \text{ m}^2$ 、辺長比 $l_y/l_x = 1.0, 1.2, 1.4, \dots, 3.0$ となる各ケースについて、用途を事務所として、現行の学会RC構造計算規準に従ってスラブ厚と配筋とを定め〔10〕、前節による長期付加たわみ解析を行ったところ、図4に掲げるような結果を得た。

スラブ端部上ば鉄筋の応力度 $\sigma_{t0} = 2.0 \text{ t/cm}^2$ 時のスラブ短、長辺方向の柱間帯の配筋によって決まる強制変形角を θ_{x0}, θ_{y0} で表すこととし、スラブ周辺の強制変形角の分布形状が次の2通りの場合を解析した。

- ① 長辺方向の固定辺全域を θ_{x0} で、短辺方向の固定辺全域を θ_{y0} で、それぞれ一様に強制変形した場合
- ② 長辺方向の固定辺を中央で θ_{x0} 、両端が0となる放物線状に、短辺方向の固定辺を中央で θ_{y0} 、両端が0となる放物線状に、強制変形角を与えた場合

図4に、上記2通りの解析結果のほか、スラブ柱間帯の中央部を一方向スラブと仮定し両端に強制変形角 θ_{x0} を与えた

ときの最大たわみ $\delta_c = l_x \theta_{x0} / 4$ 値を併記した。実際の強制変形角の分布は、応力再配分によって、①、②のほぼ中間状態にあると考えられることから、両者の平均値を採ってみると（図4の白丸）、辺長比が小さい部分でややかけ離れるが、全体としては、一方向スラブとし算定した上記の δ_c 値にきわめてよく近似している。このことから、二方向スラブの定着

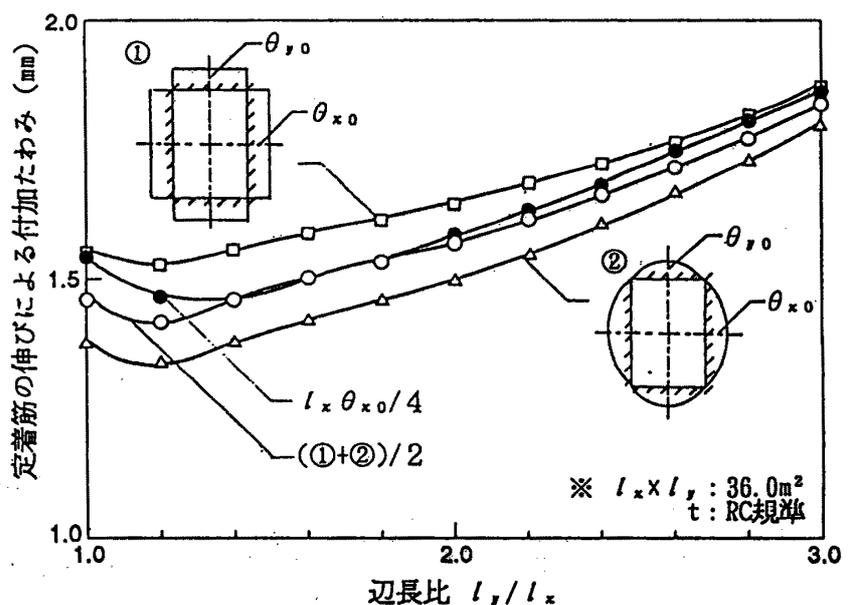


図4 周辺固定長方形スラブの定着筋の伸びによる付加たわみ

筋の伸びによる付加たわみは、スラブの短辺方向の最大負曲げモーメント M_{x1} 作用時の定着筋元端の応力度から得られる付加回転角 θ_{x0} を用いる 次式によって概算しても実用上は特に問題はないように思われる。

$$\delta_c = \frac{l_x \theta_{x0}}{4} \quad (14)$$

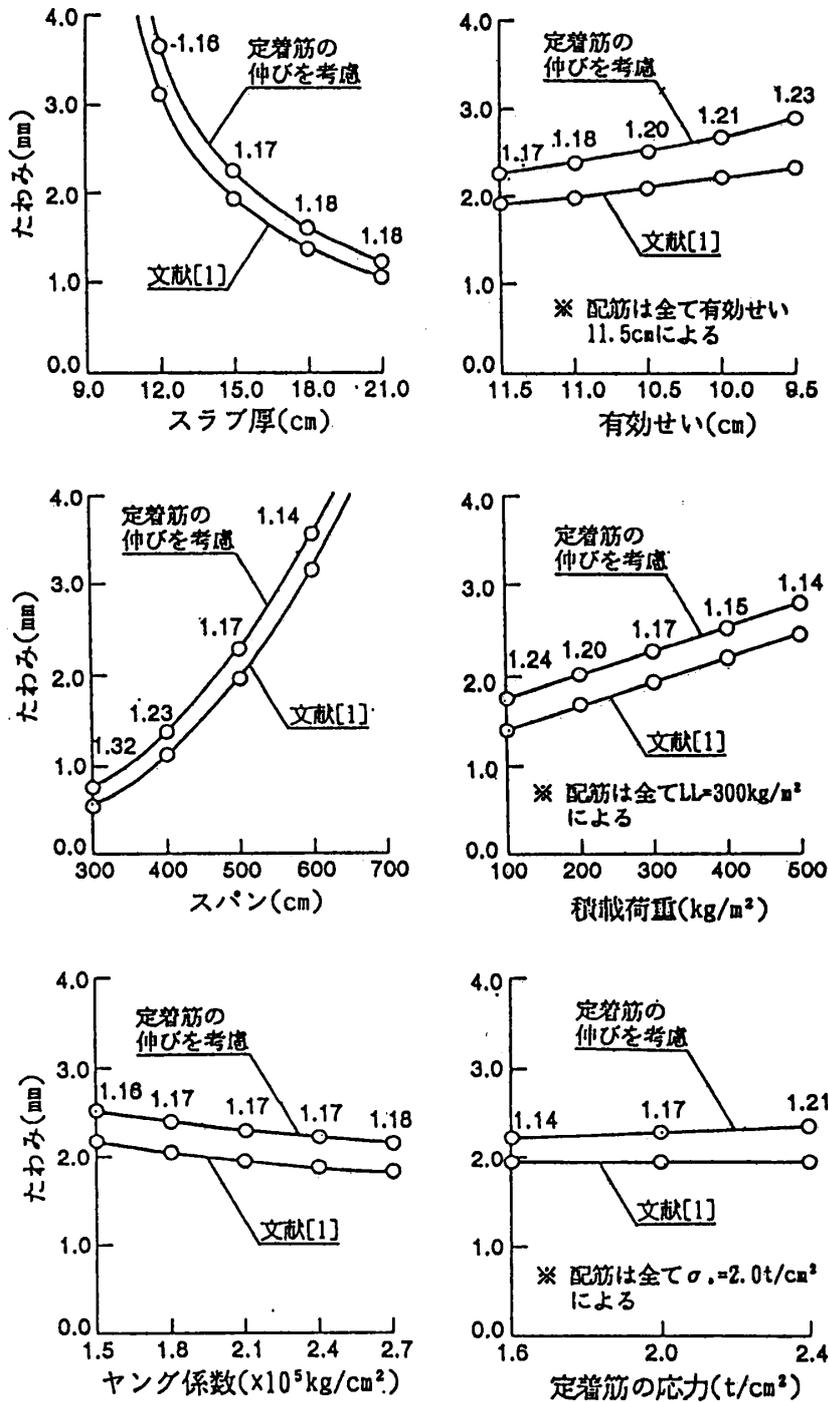
ただし、

l_x : 長方形スラブの短辺スパン

なお、定着筋の伸びによる応力緩和の影響は、(8)、(13)式を用い一方スラブとしての収斂計算から容易に算定できるが、施工上避け難いスラブ定着筋のレベル誤差などを勘案し、以下の計算では、考慮しないものとする。

5. 定着筋の伸びがスラブの長期たわみに及ぼす影響

図5は、幅1mの一方方向帯スラブを計算例として、スラブ厚、端部上ば鉄筋有効せい、スパン、積載荷重、ヤング係数、鉄筋応力の6項目を変動要因とするパラメータ解析を行い、長期たわみに及ぼす当該付加たわみの影響量を検討したものである。現行の学会RC構造計算規準/付13による長期たわみ予測値を基準として、これと本法による付加たわみとの合算値が何倍になるかを、図



※ 基本計算モデル
 スパン: 5.0m, スラブ厚: 15cm, 鉄筋かぶり厚: 3cm, ヤング係数: $2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, 定着筋元端の応力度: 2.0 t/cm^2 , 積載荷重+仕上げ荷重: 380 kg/m^2

図5 床スラブの長期たわみに及ぼす各要因の影響

中に示した。

6. 適合性の検討

本法で算定した両端固定一方方向スラブの定着筋の伸びによる付加たわみの値（収斂値）は、検討対象を両端に回転バネをもつ部材として誘導した岡田式〔11〕から得られる値ともほぼ一致する。紙幅の関係もあり、ここでは二方向スラブにおける検討例として、先に、筆者らが実施したあるRC事務所庁舎床スラブにおける実測調査データ〔12〕との対応を図6に示すにとどめ、詳細は稿を改めて報告する。

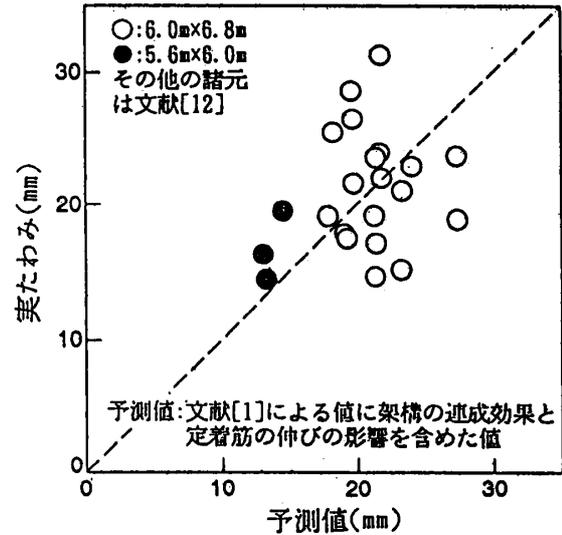


図6 既往調査データによる適合性の検討

7. まとめ

以上は、固定支持辺をもつスラブの定着筋の伸びによる付加たわみを簡便に求める方法を提案したもので、原理的には（1）スラブ端部上ば鉄筋の定着部の伸びによる付加回転角で固定辺を強制変形したときの解を得ることであるが、（2）一方または二方向スラブの当該付加たわみは $\delta_c = l_x \theta_x / 4$ で略算でき、（3）スラブの定着筋の伸びによる影響を考慮した長期たわみはこれを無視したときの1.14～1.32倍程度となる、ことなどを明らかにした。

参考文献

- 1) 例えば、日本建築学会：RC構造計算規準・同解説／付13，pp.506～516，1988
- 2) 東 洋一，小森清司：RC床スラブの長期たわみに関する実験的研究，日本建築学会大会学術講演梗概集〈構造系〉，pp.1837,1838，昭和52年10月
- 3) 高橋久雄，武田寿一，小柳光生：RCスラブの長期たわみに関する研究（はね出しスラブの実験結果），日本建築学会大会学術講演梗概集〈構造系〉，pp.1449,1450，昭和55年9月
- 4) 例えば，小柳光生：RC床スラブの長期たわみに関する研究，学位論文，P.46，1985.11
- 5) 岩原昭次：使用荷重下におけるRC床スラブの長期曲げ問題に対する解析法に関する研究（第一報），日本建築学会構造系論文報告集，第415号，pp.63～73，1990.9
- 6) 杉野目章，井野 智，伊藤正義，吉野修司：RC床スラブの長期たわみ解析とその適合性について，コンクリート工学年次大会論文報告集，No.11-2，pp.417～422，1989
- 7) 六車 照，森田司郎：鋼とコンクリートの付着に関する基礎的研究（付着応力分布について－II），日本建築学会論文報告集，第132号，pp.1～6，昭和42年2月
- 8) 前出4)，pp.83～97
- 9) BETON-KALENDER／Teil 1，p.593，Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn，1981
- 10) 前出1)，9条，pp.8,9,73～76，13条，pp.12,13,115～130
- 11) 岡田克也：両端固定RC部材の上端鉄筋の抜け出しによる付加たわみ，日本建築学会長期設計WG資料，H3-1-7，1991.4
- 12) 杉野目章，井野 智，伊藤正義：ある多層RC事務所建築の床構造についての総合的実測調査，日本建築学会構造系論文報告集，第429号，pp.101～110，1991.11