

論文

[1072] 細孔容積分布密度関数に基づくコンクリートの乾燥収縮モデル

下村 匠^{*1}・小沢一雅^{*2}・前川宏一^{*3}

1. はじめに

コンクリートの乾燥収縮のメカニズムを解明し、現象の予測手法を確立することは、構造物のひびわれの予測、材料の合理的な性能評価のために不可欠である。本研究は、コンクリートの乾燥収縮に関する材料モデルを提案するものであり、提案するモデルの特徴は、細孔容積分布密度関数[1]を用いることによりコンクリートの組織構造の特性を取り入れていること、メカニズムの考察に基づいた力学モデルの組み合わせにより構成されていることである。

コンクリートの乾燥収縮は、コンクリート中の硬化セメントペースト組織中に存在する水分が逸散し、それにともない組織の体積が変化する現象であり、その一連のプロセスにおいて、セメントペーストの細孔組織構造が重要な役割を演じていると考えられる。そこで本研究では、コンクリートの組織構造を数理的に表現することを出発点として、コンクリート中の水分移動[2]、水分状態の変化にとまなう体積変化[1][3]など、組織中において展開される微視的現象を、統一的な概念のもとに取り扱うことにより、コンクリートの乾燥収縮挙動を表現することを試みた。

2. 細孔容積分布密度関数

コンクリート中の硬化セメントペースト組織は、セメントの水和生成物と、それらの間の微小な空間（細孔）により構成され、細孔の大きさは、広範囲にわたって分布すると考えられる。本研究では、細孔の半径（壁間距離の1/2）と、その大きさの半径を有する部分の容積の関係を、連続関数により表すことで、細孔組織構造をモデル化した[1]。まず単位体積中において0から $r[m]$ までの大きさの半径を有する細孔の累積容積 $[m^3/m^3]$ を、細孔半径 r の関数 $V_{(r)}$ により与える。

$$V_{(r)} = V_{(\infty)} \{1 - \exp(-Br^C)\} \quad (1)$$

ここに、 $V_{(\infty)}$ ；単位体積中の総細孔容積 $[m^3/m^3]$ 、 B 、 C ；関数の形状を決定するパラメータである。累積細孔容積分布関数 $V_{(r)}$ を細孔半径 r について微分すると、半径 r の細孔の分布密度 $[m^3/m^3 \cdot m]$ を表す関数が得られる。この関数 $dV_{(r)}/dr$ を、細孔容積分布密度関数と定義する（図-1）。

$$\frac{dV_{(r)}}{dr} = V_{(\infty)} B C r^{C-1} \exp(-Br^C) \quad (2)$$

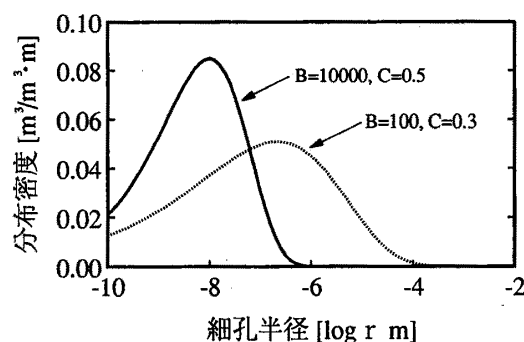


図-1 細孔容積分布密度関数

*1 東京大学助手 工学部土木工学科, 工修 (正会員)

*2 東京大学助教授 工学部土木工学科, 工博 (正会員)

*3 東京大学助教授 工学部土木工学科, 工博 (正会員)

3. 細孔組織中の水蒸気と液状水

3.1 水分平衡特性

コンクリート中の水分移動およびコンクリートの乾燥収縮現象において、とりわけ重要なメカニズムは、水の表面張力により生じる細孔中の液状水の圧力降下であると考えられる[4]。半径 r_s [m]の円形毛管に液状水が存在するとき、気液界面は曲率半径 r_s [m]の曲面を形成する。このとき毛管力は、界面をはさんでの気相と液相の圧力差として、Laplaceの式により表される[5]。

$$p_G - p_L = \frac{2\gamma}{r_s} \quad (3)$$

ここに、 p_G ；気相の圧力[Pa]、 p_L ；液相の圧力[Pa]、 γ ；水の表面張力[N/m]である。毛管力により拘束された液状水は、自由な水面を有する液状水に比べて、高い水蒸気圧を示すことができない。温度 T [K]のもとで、半径 r_s [m]の毛管に存在する液状水と水蒸気の平衡関係は、Kelvinの式により表される[4][5]。

$$\ln \frac{p_v}{p_{v0}} = - \frac{2\gamma M}{RT\rho_L r_s} \quad (4)$$

ここに、 M ；水の分子量[kg/mol]、 R ；気体定数[J/mol·K]、 ρ_L ；液状水の密度[kg/m³]、 p_v ；水蒸気分圧[Pa]、 p_{v0} ；温度 T [K]における飽和水蒸気圧[Pa]である。本研究では、式(3)(4)で表される関係が、コンクリートの細孔組織に存在する液状水と水蒸気にも適用できるものとし、これに基づき細孔組織中の水分の状態を表現する。

単位体積中において、その半径が r_s より小さい部分は、液状水により満たされ（図-2）、水分状態の変化にともなう細孔組織の幾何構造の変化が無視できるものとするれば、細孔容積分布密度関数の定義より、単位体積中の液状水量 w_L [kg/m³]は、次のように表される（図-3）。

$$w_L = \rho_L \int_0^{r_s} \frac{dV_{(r)}}{dr} dr = \rho_L V_{(r_s)} \quad (5)$$

以上により、図-4に示す水分平衡特性、すなわち雰囲気相の相対湿度 p_v/p_{v0} と、その環境下において平衡状態にあるコンクリート中の液状水量の関係が導かれる。なお、ここで用いた仮定のみに基づけば、ひとつの相対湿度に対し、平衡状態がただひとつ定まるため、水分平衡特性は完全に可逆となり、仮定した細孔容積分布密度関数の形状により一意的に定まることとなる。

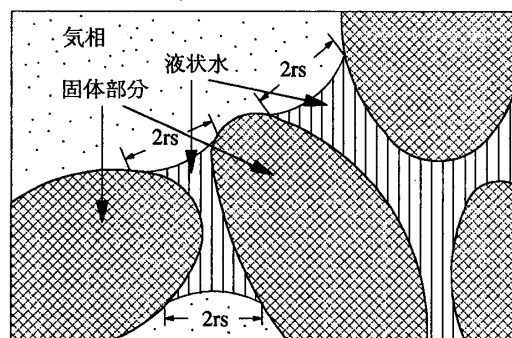


図-2 細孔組織中の液状水

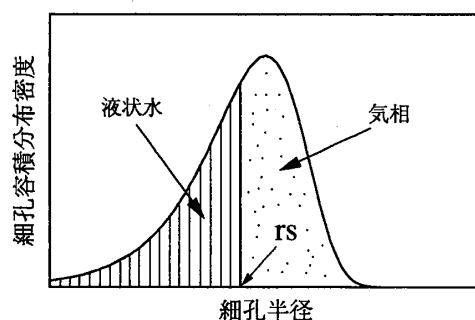


図-3 細孔組織中の液状水量

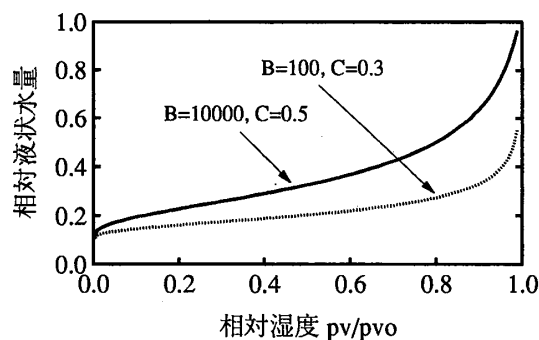


図-4 細孔組織の水分平衡特性

3. 2 水分移動則

本モデルは、水分を液状水と水蒸気の2相に分けて扱っており、コンクリート中の水分の移動の形態として、水蒸気での移動と液状水での移動の双方を表現することが可能である。前報[2]では、水蒸気拡散のみを考慮した解析手法を示した。ここでは、水蒸気拡散に加え毛管力による液状水移動を考慮することにする。それぞれの移動流束を以下のように表現する。

水蒸気移動の主たるメカニズムは、空気（水蒸気と乾燥空気より成る混合気体）中における、水蒸気と乾燥空気との相互拡散であると考え、その移動流束をFickの第1法則により与える。

$$J_v = -D_v \text{grad} \rho_v \quad \left(\rho_v = \frac{M}{RT} p_v \right) \quad (6)$$

ここに、 J_v ；水蒸気流束[kg/m²・s]、 D_v ；コンクリート中の水蒸気拡散係数[m²/s]、 ρ_v ；水蒸気密度[kg/m³]である。コンクリート中では、水蒸気は狭く複雑に入り組んだ細孔組織中を移動経路とするため、自由な空間における拡散に比べ、移動速度が小さくなると考えられること、また、水蒸気拡散に有効な空間容積は、液状水量によって変化すること、これらの影響を表現するため、本研究ではコンクリート中の水蒸気拡散係数 D_v を次式により評価する。

$$D_v = K_v V_G D_{v0} \quad (V_G = V_{(\infty)} - V_{(r)}) \quad (7)$$

ここに、 K_v ；水蒸気拡散に対する抵抗を表す材料特性値、 V_G ；単位体積中において気相の占める空間容積[m³/m³]、 D_{v0} ；自由な空間における水蒸気と乾燥空気の相互拡散係数[m²/s]である。

コンクリートが不飽和状態にあるときの液状水移動の主たるメカニズムは、式(3)で表される毛管力を駆動力とした移動であると考えられる。ここでは液状水移動を以下のように定式化する。まず、それぞれの半径の細孔における流れを考え、これを直円管における層流として表現できるものとする。次に、液状水が存在している細孔についてこれらの総和をとることで、液状水流束を表現する。液状水移動に対し細孔組織が示す移動抵抗は、平均的な移動抵抗を無次元の定数で与え、乗じることにより表現した。

$$J_L = \int_0^{r_s} \left\{ \frac{d(\rho_L V_{(r)})}{dr} v_{L(r)} \right\} dr \quad \left(v_{L(r)} = -K_L \frac{r^2}{8\mu} \text{grad} \left(-\frac{2\gamma}{r_s} \right) \right) \quad (8)$$

ここに、 J_L ；液状水流束[kg/m²・s]、 $v_{L(r)}$ ；半径 r の細孔における液状水の移動速度[m/s]、 K_L ；液状水移動に対する抵抗を表す材料特性値、 μ ；水の粘性係数[Pa・s]である。

水蒸気、液状水に対する移動抵抗を表す係数 K_v および K_L は、ともにコンクリートの空隙・細孔組織の特性、すなわち粗密、屈曲、連結の程度を平均的に表す量である。したがって、これらは互いに、さらには式(1)で表される細孔容積分布と独立ではなく、むしろ、さらに微視的な立場に立ち適切な力学モデルを与えることができれば、細孔組織の容積分布や連結の程度などの情報より導くことができる量であると考えている。

3. 3 質量保存則

コンクリートの内部において空間的には、圧力、温度などの状態量の分布が一様でなく、移動が行われている非定常状態であっても、局所的には各場所、各瞬間において平衡状態にあるという局所平衡性の仮定[6]を導入すれば、先述の水分平衡則と移動則を連立することができる。さら

に、水蒸気の質量は液状水の質量に比べ十分小さいと仮定すれば、式変形の結果、主たる変数である液状水量の質量保存式として、次のような非線形拡散方程式を得る。

$$\frac{\partial w_L}{\partial t} = \text{div}(D(w_L) \text{grad} w_L) \quad (9)$$

ここに、 $D(w_L)$ ；水分拡散係数[m²/s]である。本モデルでは、細孔容積分布密度関数の形状を決定するパラメータ B および C 、水蒸気、液状水の移動

特性を表す係数 K_v および K_L が与えられれば、液状水量勾配基準に関する拡散係数である $D(w_L)$ が示す、液状水量 w_L および相対湿度 p_v/p_{vo} への依存性が決定されることとなる。図-5は、相対湿度 p_v/p_{vo} との関係を示したものである。

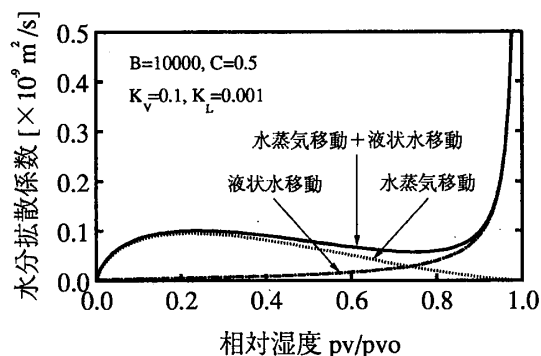


図-5 水分拡散係数の水分量依存性

4. 水分の逸散による体積変化

4. 1 毛管力に起因する応力

本研究では、コンクリートの乾燥収縮を、細孔に存在する液状水の表面張力に起因した毛管力による、材料の力学的な変形として表現する[1][4]。

細孔組織中の半径が r_s [m]の細孔に気液界面が形成され、半径が r_s [m]より小さい細孔が液状水により満たされている状態にある単位体積のコンクリートを考える。このとき、液状水の圧力は、気相の圧力よりも、式(3)により与えられる毛管力の大きさだけ低くなっているとすれば、液状水と接する細孔壁は、液状水から毛管力に相当する圧力（負の圧力）を受けていることになる。単位体積のコンクリートが、受ける合計の力は、圧力の大きさと、圧力が作用している部分の大きさの影響を考慮した形で表現するのが適当であると考えられる[4]。ここでは、単位体積中において液状水の占める体積を毛管力に乘じることで、毛管力に起因する応力を表現する。

$$\sigma_s = \int_0^{r_s} \frac{dV_{(r)}}{dr} dr \cdot \left(-\frac{2\gamma}{r_s}\right) = -V_{(r_s)} \frac{2\gamma}{r_s} \quad (10)$$

ここに、毛管力に起因する応力 σ_s [Pa]である。

4. 2 毛管力による変形

式(10)によって評価される応力が、組織内において等方的に作用することにより生じる材料の力学的変形が、コンクリートの乾燥収縮であるとする。変形成分として、瞬間変形成分と時間依存性変形成分が存在すると仮定し[3][7]、それぞれの成分に関する構成則を、ここでは最も簡単な弾性、遅延弾性により与え、重ね合わせの原理を適用する。

$$\epsilon_{sh(t)} = \frac{1}{E_s} [\sigma_{s(t)} + \alpha \beta \int_0^t \exp\{-\beta(t-\tau)\} \sigma_{s(\tau)} d\tau] \quad (11)$$

ここに、 $\epsilon_{sh(t)}$ ；乾燥収縮ひずみ、 E_s ；毛管力に対する弾性係数[Pa]、 α ；時間依存性変形の大きさを決めるパラメータ、 β ；時間依存性変形の手数を決めるパラメータ[1/s]である。

毛管力に起因する応力は、セメントペーストの細孔壁に作用する引張力であり、物体に外力が作用したとき物体内部において伝達される応力とは本質的に異なるものであることに注意しなければならない。ここでは、毛管力による変形は、外力による変形と同等な扱いにより評価できるとの仮定を設けたが、この部分にいかなる構成式を用いるかは、乾燥収縮の経路依存性、乾燥速度依存性を決定するため重要であり、今後実験的に明らかにすべき点も多いと考えている[3]。

5. モデルによるシミュレーション

提案した乾燥収縮モデルは、コンクリートの微小要素に関する構成式として定式化されている。したがって、任意の形状および大きさを有する有限供試体に対して適用可能であり、与えられた初期条件と境界条件のもとで、時間と空間に関し解くことにより、供試体内部の水分分布の経時的変化と収縮ひずみの分布の経時的変化を解として得ることができる。ここでは、モルタル供試体の乾燥収縮挙動のシミュレーションを行い、実験結果との比較を行ったケースについて示す。

実験は、水セメント比56[%]のモルタルを用いて作成した4×4×16[cm]の供試体(図-6)を、打設直後より乾燥開始時まで水分の逸散および吸湿が生じない状態に保ち、材令7日より、温度約20[℃]、相対湿度約60[%]のもとで乾燥させ、重量変化と長さ変化を測定したものである。

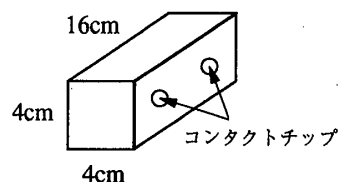


図-6 供試体の形状・寸法

諸材料定数の値をパラメトリックに変化させた種々の計算結果をもとに検討を行い、本ケースでは、表-1、図-7に示す材料定数、細孔容積分布密度関数を用いることとした。総細孔容積は $V_{(\infty)}$ は、実験終了後に110[℃]の炉乾燥を行った結果をもとに決定した。

表-1 計算に用いた材料定数値

総細孔容積 $V_{(\infty)}$	0.192[m ³ /m ³]
パラメータ B	12000
パラメータ C	0.5
水蒸気移動の特性 K_v	0.1
液状水移動の特性 K_L	0.001
瞬間弾性係数 E_s	18000[MPa]
パラメータ α	2
パラメータ β	1×10^{-6} [1/s]

水分移動解析は、供試体の長手方向(16[cm]の方向)の移動を無視し、4×4[cm]の平面内での移動について、2次元解析を行った。供試体と外気との境界の取扱いは、供試体表面に一定の厚さを持つ境界層の存在を仮定し、境界での水分移動量を評価するという方法をとった[6]。

水分移動解析の結果より得られる供試体内部の水分状態から、各時間ごとに収縮ひずみの計算を行う。収縮ひずみの計算は、水分分布から求まる乾燥収縮ひずみ分布をもとに、供試体の変形を求めるという方法ではなく、平均の水分量から平均のひずみを直接求めるという方法によった。すなわち、4×4[cm]程度の大きさの断面を持つ供試体では、断面の平均の水分量と長手方向の平均のひずみの関係は、微小要素における水分量と収縮ひずみの関係とみなし得るという仮定を設けたことになる。この仮定は、必ずしも正しいことが保証されているわけではないが、少なからず妥当性を得ているものと考えている[8]。

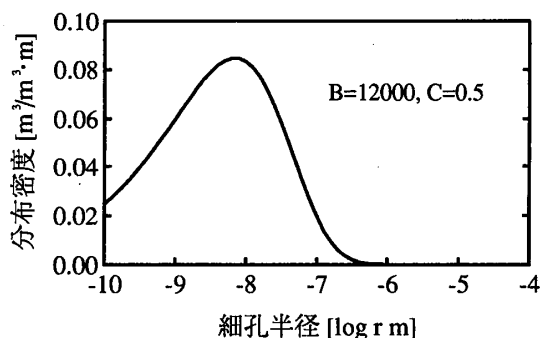


図-7 計算に用いた細孔容積分布

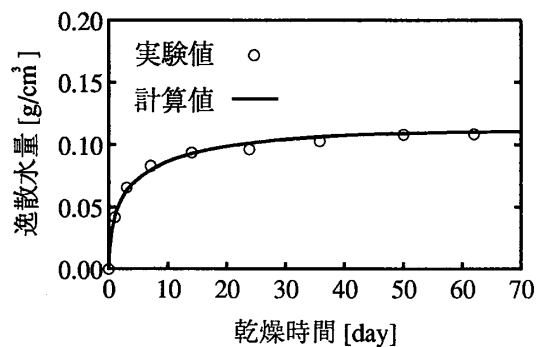


図-8 乾燥時間と逸散水量の関係

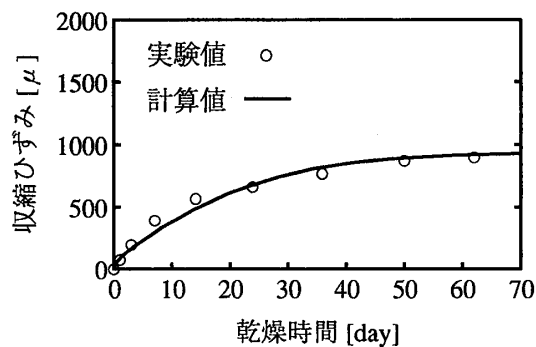


図-9 乾燥時間と収縮ひずみの関係

図-8,9,10は、実験結果と計算結果を重ねて示したものである。本モデルは、細孔容積分布密度関数が、水分移動特性と収縮特性の双方を決定していることが特徴であり、諸材料定数の値を変化させるだけでは、乾燥時間と逸散水量と収縮ひずみの三者の関係を同時に、実験結果に近づけることはできないことを、強調しておきたい。

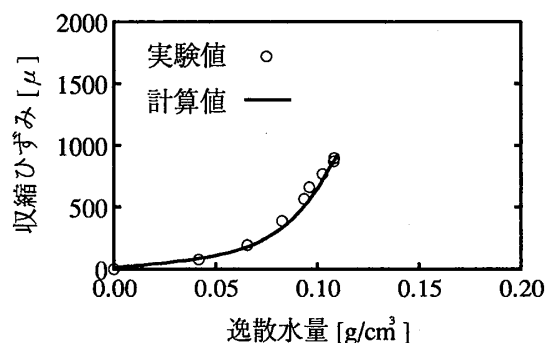


図-10 逸散水量と収縮ひずみの関係

6. まとめ

本論文では、細孔組織構造と細孔組織における微視的現象のメカニズムの表現に基づくコンクリートの乾燥収縮モデルの定式化を示した。また、モルタル供試体の乾燥収縮挙動のシミュレーション例を示し、提案した手法が妥当な計算結果を与え得ることを示した。

本モデルは、複数の仮定の組み合わせにより構成されている。種々の条件下での乾燥収縮挙動を解析することにより、個々の仮定の妥当性と適用範囲を検討することが次の課題である。

参考文献

- 1) 下村 匠・陳 丙学・小沢一雅：コンクリートの細孔構造と収縮特性，土木学会第46回年次学術講演会講演概要集第5部，pp.478-479，1991.9
- 2) 下村 匠・小沢一雅：細孔構造モデルによるコンクリート中の水分移動解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.14，No.1，pp.631-636，1992.6
- 3) 福留和人・下村 匠：時間依存性変形を考慮したコンクリートの乾燥収縮モデル，土木学会第47回年次学術講演会講演概要集第5部，pp.944-945，1992.9
- 4) Bažant, Z.P.(ed.): Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete, John Wiley & Sons, pp.63-98, 1988
- 5) 小野 周：表面張力，物理学 One Point-9，共立出版，1980
- 6) 平岡正勝・田中幹也：移動現象論，朝倉書店，1971
- 7) 長滝重義・米倉亜州夫：コンクリートの乾燥収縮およびクリープの機構に関する考察，コンクリート工学，Vol.20，No.12，pp.85-95，1982.12
- 8) 秋田 宏・藤原忠司・尾坂芳夫：含水率分布に基づいた乾燥収縮応力の評価，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.13，No.1，pp.403-408，1991.6