

論文

[1074] 割裂引張試験法についての考察

浅井貞重*

1. まえがき

割裂引張試験法は比類ない優れた試験法であるが、理論式として使用する $\sigma_t = 2P / \pi d l$ については疑義を抱いている。そこで、その整合性につき検討をした。

2. スパンの変化による強度試験

図1の(a)はコンクリートの曲げ強度試験方法[1]の供試体と荷重方法を示したものである。また、(b)は(a)のスパンを縮めたものであって直接二面せん断試験方法[2]である。(c)は(b)のスパンを更に縮めてゼロとしたもので、立方形の割裂引張試験方法[3]に対応する。(d)は(c)の試験で強度に関係がないと思われる部分を切除して、円形としたもので、円柱形の割裂引張試験方法[3]である。

ここで、以上の試験では供試体内部の応力分布状態が可視的には分からないので、 $a = 25 \text{ mm}$, $P = 40 \text{ kgf}$ として、光弾性実

験をして等色線写真(明視野)を撮ると、それぞれ(e)~(h)を得る。(e)を見ると、荷重点近傍には非常に大きなせん断応力が生じているので、そこでは局部的な破壊をするであろうが、荷重点

* 東洋大学助教授 工学部土木工学科、工修 (正会員)

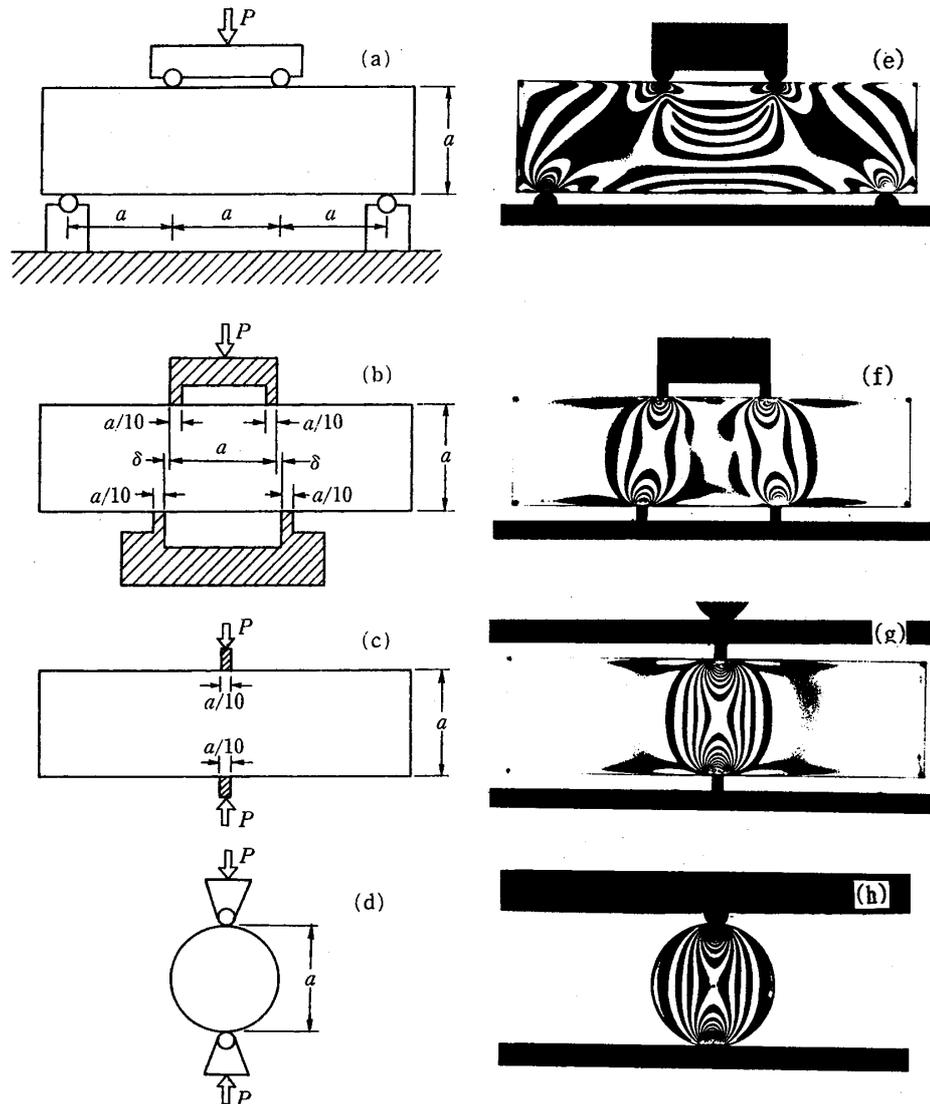


図1 スパンの変化による強度試験

より僅か離れるとサン・ブナンの原理により、せん断応力は急激に減少している。したがって、多くの場合は中央区間において、曲げモーメントにより、下面より上に向かって、き裂が生じて壊れるものと思われる[注 1]。(f)については、左右のせん断面において、せん断破壊をすることが十分予想される。なお、 $M=0$ 、 $Q \neq 0$ の断面のせん断応力 τ_{xy} の分布は、供試体の深さと支点の間隔の比により、凸形から凹形に変化をし[4]、その時の応力集中係数[5]も求められている。(g)は、(f)のスパンをゼロにしたものであるから、載荷断面の等色線の密度は、(f)の左右の等色線の密度の和となり、供試体の破壊は(f)より推して、載荷重の作用線上において、せん断破壊をするものと思われる。なお、試験断面では明らかに $\tau_{xy} = 0$ であるが、 $\tau_1 \neq 0$ である。(h)の等色線の形は(g)のそれと、殆ど同じであり、理論解析による両者の試験断面の引張強さの差異は(g)の方が(h)より僅か1.6%小さいだけである[3]。ただし、(h)は上側を点載荷、下側を平板載荷として、載荷部近傍の応力分布の差異を示したが、その差異は殆ど認められない。

このように考えると、円柱形の割裂引張試験は、せん断応力により破壊すると考えられる。

3. 直接二面せん断試験と円柱形割裂引張試験によるせん断強さ

前章では、現在、一般に行われている円柱形の割裂引張試験は、引張応力ではなく、せん断応力により破壊をするのではないか、と言う結論に達した。そこで、これを証明する一方法として、両者の実験値につき比較をすることにした。文献[6]には表1に示す①～⑦のような実験結果が掲げられているので、⑦ $\times \pi/2$ の値、すなわち、一面のせん断応力 P/dl を⑧に示すと、④ \approx ⑧となる。これは、割裂引張試験はせん断応力により破壊をすることの裏付けの一つとなる。この裏付けを確かめるには、更に割裂引張試験法を検討することが必要であろう。

表1 各種の強度(kgf/cm²) [①～⑦は文献[6]よりの引用による]

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
コンクリートの種類	水・セメント比 %	せん断母強度	直接二面せん断強度	間接一面せん断強度	圧縮強度	割裂引張強度	⑦ $\times \pi/2$
普通	50	75	53	57	405	35	55
コンクリート	70	55	47	46	230	30	47
鋼繊維補強	50	120	92	106	403	59	93
コンクリート	70	80	67	76	232	43	68

4. 割裂引張試験法の整合性

普通のコンクリートの教科書に載っている割裂引張試験法の説明の大要は、次のようなものである。すなわち、弾性学によれば図2のような場合の円板内の応力は、 $\xi = x/r$ 、 $\eta = y/r$ 、 $\lambda = P/\pi r l$ 、 $\sigma_\xi = \sigma_x/\lambda$ 、 $\sigma_\eta = \sigma_y/\lambda$ 、 $\tau_{\xi\eta} = \tau_{xy}/\lambda$ 、 $l =$ 板厚とすると、式(1)であり[7](式(1)の特性は既に示した[8])、式(1)より η 軸上の応力を求めると、 $\xi = 0$ とにおいて、式(2)となる。そこで式(2.1)～(2.3)にコンクリートのような脆性材料を適用すると、材料特性は(圧縮強さ) $\approx -(10\sim 13) \times$ (引張強さ)であるので、破壊は圧縮応力よりも引張応力により引張破壊をするとして、引張強さは式(2.1)により求められるというものである。すなわち、割裂引張試験法の使用には、脆性材料であるということが大前提で

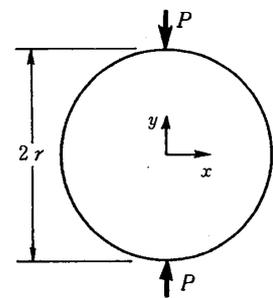


図2 引張試験

[注 1] 中央の垂直断面における光弾性縞次数は、上縁で3.5、下縁で4.5であり(その比は1.29)、その間の縞分布は線形とはなっていない。特に上縁近傍の縞間隔は他の部分と比べると大きくなっている。これは支点が滑動でないために生じるもので、深い梁および高荷重ほど顕著であり、注意を要しよう。

$$\begin{bmatrix} 1 & \xi^2 & \xi^2 \\ 1 & (1-\eta)^2 & (1+\eta)^2 \\ 0 & -(1-\eta)\xi & (1+\eta)\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{-2(1-\eta)}{\{\xi^2+(1-\eta)^2\}^2} \\ \frac{-2(1+\eta)}{\{\xi^2+(1+\eta)^2\}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \\ \tau_{\xi\eta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\sigma_\xi = 1, \quad \sigma_\eta = -(3+\eta^2)/(1-\eta^2), \quad \tau_{\xi\eta} = 0 \quad (2.1)(2.2)(2.3)$

あり、コンクリートは水・セメント比などにより脆性が変化をするので、その適用性については注意を要しよう。また、本試験法は載荷点が試験断面内にあるので、そこでは特異点となり、応力集中係数も激増し、試験断面の応力分布は単純応力分布とはならない。そこで、以上の説明についての整合性を考えると、次のような疑問は誰もが抱くであろう。すなわち、

- (1) 式(2.1)で引張強さが求まるならば、式(2.1)の $\sigma_\xi = 1$ の式、すなわち、 $\sigma_x = \lambda \sigma_\xi = P / \pi r l$ を円板の長さ方向の断面積 A につき積分をした値

$$\int_A \sigma_x dA = (P / \pi r l) \cdot 2 r l = P \cdot (2 / \pi) \quad (3)$$

は何と釣合うのか。

- (2) 式(2.1)(2.2)より、 $0.798 \sim 0.845 < \eta$ においては、 $-(10 \sim 13) \sigma_x < \sigma_y$ となるので、その部分は圧縮破壊をすることになる。その評価を如何にするか。
- (3) 式(1)は集中荷重についてのものである。ところが実験は、通常、平板載荷であり、その相違の評価。
- (4) 破壊を考えているのであるから、式(2)は応力の方向を拘束しない引張の主応力 $\sigma_1 (= \lambda \cdot \sigma_\xi = \lambda)$ と主せん断応力 τ_1 につき考えるべきである。そうすると、 τ_1 は式(4)であり、式(4)と式(2.1)より式(5)を得る。

$$\tau_1 = (1/2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) = (\lambda/2) \cdot (\sigma_\xi - \sigma_\eta) = \lambda \cdot \{2 / (1 - \eta^2)\} \quad (4)$$

$$\tau_1 / \sigma_1 = 2 \sim \infty \quad (5)$$

すなわち、 η 軸上では $\tau_{\xi\eta} = 0$ であるが、 η 軸に対して 45° 傾いた方向には引張応力の(2 $\sim\infty$)倍もの、主せん断応力 τ_1 が作用していることになる。

などであろう。それに対して、筆者の考えは、次のようなものである。

- (1) については、式(1)の σ_ξ に $\xi = 0.02, 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ を代入して、第一象限につき示すと図3(a)のようになり、 σ_ξ を η につき積分をすると、式(6)となる。すなわち、当然の事ではあるが水平方向には力が作用していないことになる。ただし、式(6)は $\xi = 0$ の断面を除いてのことである。そこ

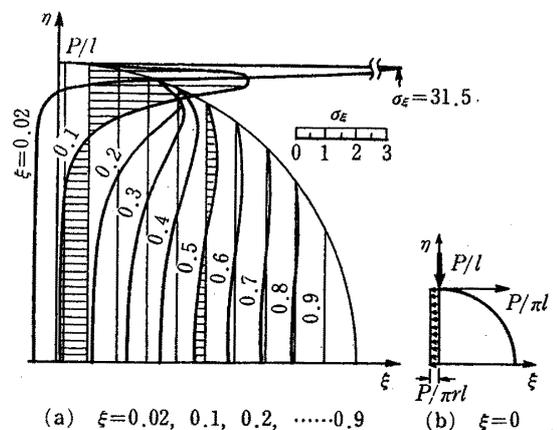


図3 $\sigma_\xi(\xi, \eta)$ の収束性

$$\int_0^{\sqrt{1-E^2}} \sigma_{\xi}(\text{const.}, \eta) d\eta = 0 \quad (6)$$

で、 $\xi=0$ の断面につき考えると、 $\sigma_{\xi}(0, \eta)$ は式(2.1)であるが、 $\eta=1$ の特異点につき考えると、 $\sigma_{\xi}(0, 1)=-\infty$ となる(これは図3(a)で、 ξ を0.5, 0.4, … 0.02とすると、圧縮応力の最大値は急増することからも理解できよう)。これを力に直すと、水平方向の釣合条件より $P/\pi l$ となる。すなわち、上下の载荷点には図3(b)のように水平方向に $P/\pi l$ の圧縮力が作用していることになる[9]。

- (2) については、通常のコンクリートの圧縮試験は、せん断応力によるか、微視的には球形の気泡に生じる引張応力により壊れる場合が多いとされている[10]。そこで、供試体が破断する直前の、载荷点部の応力分布を理論式につき考えると、式(5)および図3からは、すでに、せん断破壊または圧縮破壊をしており、土質工学で言う、土楔の状態にあるものと思われる。この土楔は集中荷重 P を分散および緩和するとともに、供試体の実質的な直径($2r$)を減少させるので、 $\sigma_x = P/\pi r l$ の値は、ほとんど変わらないのであろう。この考えの妥当性については、帯荷重の幅を色々変えて割裂引張試験をしても、破壊荷重はほとんど一定であったという実験結果[11]からも証明されよう(図1(h)参考、また光弾性実験によれば、供試体内の応力分布は荷重点から半径の二割以上離れると、サン・ブナンの原理により载荷重が点载荷でも平板载荷でも、その影響はない、ことを示している[12])。

なお、式(2.1)で求めた強さと直接引張試験法により求めた強さとが、更によく合うようにと、供試体の加圧部分を平らに削ったり、加圧板に窪みを付けるなどの細工をしているものがあるが、そのようにすると、式(2.1)を誘導した理論条件と、実験条件とが大きく異なってくるので注意を要しよう。いずれにせよ、式(2.1)が厳密に成立するには、 $P \rightarrow 0$ であることが必要であるのに対し、それを破壊時に使用することに無理がある。

- (3) については、図2の供試体を剛の平板で载荷した場合、载荷部近傍の応力を接触論で調べると、加圧面中央の圧力は $\sigma_2 = \sigma_1$ であり(すなわち、この範囲は土楔と考えられよう)、

$$\sigma_2 = \sigma_1 = -\sqrt{\{E/(1-\nu^2)\} \cdot \{P/\pi r l\}} \quad (7)$$

$$\sigma_2 = -107 \cdot (P/\pi r l) = 8.23 \{-13 \cdot (P/\pi r l)\} = 8.23 \times \{\text{圧縮強さ}\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tau_{1, \max} &= 0.301 \sigma_1 = 32.2 (P/\pi r l) = 13.2 \{2.44 (P/\pi r l)\} \\ &= 13.2 \times \{\text{せん断強さ(式(12)参考)}\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\sigma_1 = 0.133 \times (-\sigma_2) = 14.2 (P/\pi r l) = 14.2 \times \{\text{引張強さ}\} \quad (10)$$

式(7)となる[13]。ただし、式(7)の E, ν はコンクリートのヤング率、ポアソン比である。そこで破壊時の一般的な値として、 $E/(1-\nu^2) = 3.8 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $P/\pi r l = 33 \text{ kgf/cm}^2$ を式(7)に代入すると、式(8)となり、 σ_2 は圧縮強さの8.23倍となることが分かる。次に最大せん断応力 $\tau_{1, \max}$ は、载荷幅を $2b$ とすると、载荷の表面より、 $0.786b$ だけ内部に入った所で、式(9)に示す値となる[13]。なお、最大引張応力については、平板と円板との接触問題としての解は見当らないので、球と球の接触問題の解より類推すると、その応力 σ_1 は平板との接触境界に生じ(ここで曲率が最大となるので) $\nu = 0.3$ とすると、式(10)となる[14]。なお、この場合の主応力方向も求められている[15]。

以上の式(8)(9)(10)より、集中荷重を平板载荷とした場合でも、载荷部の局所的な応力は、割裂引張強さ $P/\pi r l$ の(8.23~14.2)倍となる事が分かる。

- (4) については、式(1)より $\tau_1(\xi, \eta)$ の式を導くと、式(11)となり[8]、式(11)の右辺を可

$$\frac{\tau_1(\xi, \eta)}{\lambda} = 2 \frac{1 - \xi^2 - \eta^2}{(1 + \xi^2 + \eta^2)^2 - 4\eta^2} \quad (11)$$

$$\tau_{1, \max} / \lambda = 2.44 \quad (12)$$

視的に示したものは、光弾性の等色線の定義より図1(h)の縞次数 n の分布である。そこで、図1(h)の供試体が、 τ_1 により最も破断しやすい断面という、縞の粗密より $\xi=0$ の断面である事は明らかなので、式(11)において $\xi=0$ を代入した式、すなわち式(4)で、 τ_1 を調べると、 τ_1 は上下の载荷部で無限大となるので、その部分は「せん断遅れ」現象を呈し、 P が増加すると、せん断破壊をした部分(すなわち、前項の土楔の部分)が増加をする。そこで、その釣合いの極限を考えると、コンクリートは気胞や骨材を不規則に含んでいるのでクラックの進展方向を決定付けるのは難しいが、等方性の弾性解析によると、 τ_1 の方向は図4のようになるので[8]、 τ_1 の伝播は η 軸に対して 45° 方向にジグザグ状に進行するとして求めると(このモデルは、帆船が風上には、風向に対して 45° 方向に、交互に左右に折れ曲がって進む現象を参考にした)、せん断強さ $\tau_{1, \max}$ は式(12)となる[8](ただし、試験断面は $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$ ではないので、純せん断応力ではない)。

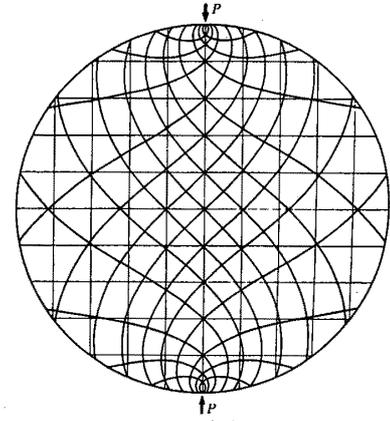


図4 主せん断応力方向

なお、式(12)の右辺の2.44なる値に対して2.3~2.5なる資料[16]がある。

以上の諸項からみて、現今、一般に行われている割裂引張試験は、引張応力よりも、せん断応力により破壊をすると思われる。

5. 割裂引張試験法についての私見

前章では割裂引張試験法についての整合性を指摘したが、割裂引張試験法による引張強さは、直接引張試験法により求めた引張強さと、比較的好く合うことが万人により確かめられている。この事実は割裂引張試験法の有用性(また、この試験法は、供試体が簡単に作られる、試験が容易、試験断面が大きいので実験値のバラツキが少ない、などを考えると優れているのが分かる)を示すとともに貴重なものである。そこで、筆者は上記の事象を踏まえて、割裂引張試験法による引張強さについては、次のように解釈をしている。

まず、直接引張試験をして引張強さ σ_b を求める。次いで、前者と同じ材料で直径 $d (=2r)$ 、長さ l 、の円柱を作って割裂引張試験を行い、その破壊荷重 P を求めて、 σ_b との関係式として、

$$\sigma_b = \kappa \cdot (P/dl) \quad (13)$$

の形にまとめると、多くの実験結果より、 $\kappa = 0.43 \sim 0.71$ を得る[17][18][19]。それゆえ以後に行われる割裂引張試験法による引張強さは、式(13)により求められるというものである。

なお、式(13)の実験式は、 κ の値が、たまたま $\kappa = 0.64 = 2/\pi$ のとき、理論式の式(2.1)と一致をするので、式(13)を簡単化するために、 κ の中間的値として $\kappa = 2/\pi$ を採用するのは、やぶさかでない。

6. 結 論

本論文は前論文[20]からの継続研究であって、以下の結論を得た。

- (1) 一般に、コンクリートの引張強さは割裂引張試験法により求めているが、その試験断面の応力分布を弾性理論および接触論により調べると、主せん断応力 τ_1 と引張の主応力 σ_1 の比は $\tau_1/\sigma_1=2\sim\infty$ となるので、破断は試験断面に対して 45° 方向にジグザグ状に「せん断遅れ」現象を呈して破壊するものと思える。
- (2) この種の研究は、これまでも数多く行われているが、そのほとんどは、弾性理論より誘導した引張応力の式(2.1)が正しいとし、これに実験値が、よりよく合うためには、載荷幅、当金、配合比、供試体の寸法効果、等を、いかにすればよいかというものである。しかし、それらは(1)で述べたように、試験断面が単純応力状態ではないので、一般的ではない。
- (3) そこで、本論文は立場を逆にして、実験式としての引張強さの式を求めたものである。すなわち、方程式(2.1)の道理と、割裂引張試験の応力状態との照合性を考えると、割裂引張試験法により求めている引張強さの式は、理論式ではなく、実験式として扱うべきであり、その式の出所を明かす意味からも「割裂試験法による引張強さ」とすべきである。

なお、このような考え方は、一般構造用鋼の、おおよその引張強さを求めるとき、引張試験の代わりに、ブリネル硬度数を求めて、その値を約0.36倍して、引張強さとしているが[21]、これと同類と思える。

参 考 文 献

- 1) 繊維補強コンクリートの試験方法に関する規準：繊維補強コンクリートの曲げ強度及び曲げタフネス試験方法(JCI-SF4)、日本コンクリート工学協会、pp. 11-17、1984.
- 2) 上掲 1)：繊維補強コンクリートのせん断強度試験方法(JCI-SF6)、pp. 22-26.
- 3) 土木学会編：土木工学ハンドブック、技報堂、pp. 54-55、1976.
- 4) ティモシェンコ・グーディア(金多 潔 監訳)：弾性論、コロナ社、pp. 58-59、1977.
- 5) プライヒ(奥田秋夫・綾 亀一・猪瀬寧雄 共訳)：鋼橋の理論と計算、コロナ社、pp. 347-349、1935.
- 6) 魚本健人・峰松敏和：コンクリートのせん断強度試験方法に関する基礎研究、コンクリート工学、Vol. 19、No. 4、pp. 16-27、1981.
- 7) Frocht, M. M. : Photoelasticity(Vol. II)、John-Wiley & Sons.、pp. 126, 145, 147、1964.
- 8) 浅井貞重：割裂強さから圧縮強さとせん断強さを推定する式、第7回コンクリート工学年次講演会論文集、pp. 313-316、1985. ; 東洋大学工学部研究報告、No. 21、pp. 75-87、1986.
- 9) 森口繁一：2次元弾性論、岩波書店(岩波講座 現代応用数学)、pp. 40-41、1967. ; 浅井貞重：ちょっと気になること[読者コーナー]、コンクリート工学、Vol. 25、No. 4、p. 82、1987.
- 10) 例えば、山口 昇：材料強弱並びに土圧論、岩波書店(岩波講座、物理学及び化学)、pp. 15-19、1931. ; 小野鑑正：材料力学、岩波書店、pp. 268-270、1975.
- 11) 町田篤彦：コンクリートの圧裂試験に関する基礎研究、土木学会論文報告集、No. 297、1978.
- 12) 上掲 7)：pp. 104-112.
- 13) 強度設計データブック編集委員会編：強度設計データブック(修正第3版)、裳華房、pp. 1078-1079、1966.
- 14) 上掲 4)：p. 428.
- 15) Love, A. E. H. : A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity(Forth Edition)、Dover Pub.、p. 198、1944.
- 16) 日本コンクリート工学協会編：コンクリート便覧、技報堂、pp. 54-55、1976.
- 17) 山内 実：コンクリートの引張強度とその試験方法に就いて、鉄道技術研究所彙報、Vol. 3、No. 5、pp. 160-163、1944.
- 18) 狩野春一 監修：コンクリートの技術事典、オーム社、p. 641、1970.
- 19) 鶴崎 明・尾田十八：新圧裂試験法によるぜい性材料の引張強さ評価法、日本機械学会論文集(A編)、Vol. 50、No. 453、pp. 1062-1068、1984.
- 20) 浅井貞重：光弾性実験によるコンクリートのせん断試験用供試体の主せん断応力分布、コンクリート工学年次論文報告集、Vol. 14、No. 1、pp. 711-716、1992.
- 21) 日本機械学会：機械工学便覧(I)、岩波書店、p. 365、1947.