

論 文

[2022] 低側圧 3 軸圧縮応力下で生じたせん断帯の損傷機構モデル

村上雅英^{*1}・大谷恭弘^{*2}・西野和弥^{*3}・石田健吾^{*4}

1. はじめに

圧縮応力下のせん断帯の形成から成長の過程を予測するためのモデル化には、Micro-mechanicsのような微視的モデル[1]と例えばT. B. Limら[2]のような巨視的モデルがある。著者等は、巨視的な観点より最大強度以降のせん断帯の損傷機構を簡単な数学モデルで表現する事を目的として、一連の3軸圧縮試験を行ない、以下の成果を得た[3, 4]。

- 破壊が完全に終了した時の残留強度を最終安定条件として定式化した。
- 破壊の進行により摩擦機構が、微細なひび割れ面間の摩擦から滑り面間の骨材の乗りあげやめり込みによる摩擦へと変化し、摩擦係数が増加することを見出した。
- 損傷指標 α を導入し、Mohr-Coulombの破壊基準を拡張して適用することによって、最大強度時から最終安定状態までの粘着力と摩擦係数を分離する方法を考案した。
- 粘着力と摩擦係数をせん断帯の接線方向変位の関数で表現した数学モデルも提案した。しかしながら、文献[4]の数学モデルでは、以下の問題点が残されていた。
- 実験結果によると、側圧レベルの増加によりひずみ軟化領域の勾配が緩くなつており、それらの現象は文献[4]のモデルでは機構的に説明されていなかった。
- せん断帯内部の不可逆変位ベクトルの方向が、与えられていなかった。

本論文では、これらの問題点を改良しつつ式展開を簡素化した数学モデルを提案する。

2. モデルの適用範囲

本モデルの対象とする破壊モードは、側圧が低く($0.4fc'$ 以下)明瞭なせん断滑り面(せん断帯)が1本のみ形成される場合である。そのため、せん断帯が複数本生じる場合には、せん断帯の領域の拡大によってせん断帯で吸収されるエネルギー量は多くなり、その時のひずみ軟化領域の勾配はせん断帯が1本生じる場合よりも緩くなる。本モデルでは最大強度がMohr-Coulombの破壊基準で表現可能な範囲の低側圧レベルを対象としている。高側圧下では最大強度時には、コンクリート材料は既に大きく変形しており、粉体化現象等に伴い粘着力が低下していくと思われる。また、粉体化により摩擦機構が本モデルの想定している機構と異なるため、高側圧下で用いる粘着力と摩擦係数の値は、低側圧下の場合と異なる。現時点では粉体化現象等が生じるような高側圧レベルについては適用範囲外とする。

3. モデル構築の仮定

損傷機構モデル構築の仮定を以下に示す。なお、応力とひずみの符号の定義は引張りを正と

*1 近畿大学講師 理工学部建築学科、工博（正会員）

*2 神戸大学助教授 工学部建設学科、Ph. D. (正会員)

*3 (株) 松村組、工修 (正会員)

*4 京都大学大学院 工学研究科環境地球工学専攻 (正会員)

するが、表現においては慣例に従い、絶対値による大小関係を用いる。

3. 1. 最大強度とひび割れ角度

最大強度はMohr-Coulombの破壊基準によって式(1)で表現できる。また、ひび割れ角度 θ は Mohr-Coulombの破壊基準の摩擦係数より式(2)によって与えられる。現時点では主応力の回転の影響については考慮していないため、ひび割れ角度は式(2)の値を保持すると仮定する。

$$\tau_t = C_{peak} + \mu_{peak}\sigma_n \quad (1)$$

$$(C_{peak} = 0.347f_c, \mu_{peak} = 0.880) \quad (1)$$

$$\theta = 0.25\pi - 0.5 \arctan \mu_{peak} \quad (2)$$

ここで、 τ_t 、 σ_n は、図-1に示すせん断帯のせん断応力と垂直応力であり、 C_{peak} と μ_{peak} は最大強度時の粘着力と摩擦係数である。本論文で使用した実験データは文献[5]のBシリーズであり、その1軸圧縮強度は $f_c = 23.0 \text{ MPa}$ である。

3. 2. 最終安定条件と摩擦係数

破壊が完全に終了したときの残留強度は、図-2に示すように側圧と比例関係にある。したがって、残留強度は式(3)の最終安定条件式で与えられる。

$$\tau_t = C_{final} + \mu_{final}\sigma_n \quad (3)$$

$$(C_{final} = 0.047f_c, \mu_{final} = 0.961) \quad (3)$$

Mohr-Coulombの破壊基準と最終安定条件の関係を図-3に示す。式(2)で与えられる角度を持つひび割れ面上の摩擦係数は、本来は図-4中の μ'_{final} であり、式(3)中の摩擦係数は図中の μ_{final} に対応する。厳密には両者は異なるが、本実験より得られた μ_{peak} と μ_{final} の範囲では、その差は2%程度であるため、近似的に $\mu'_{final} = \mu_{final}$ としひび割れ面の摩擦係数を式(3)の第2項の μ_{final} で表す。

3. 3. せん断帯の法線・接線方向変位の算出

せん断帯が形成された最大強度以後では、軸縮み ε_3 と横膨張 ε_1 は式(2)のひび割れ角度をもつせん断帯内部の法線及び接線方向変位によって支配される。最大強度以後では、せん断帯以外の部分の弾性除荷による変形は無視できると仮定すると、せん断帯内部の法線及び接線方向変位 δ_n と δ_t は、式(4)と(5)を用いて ε_3 と ε_1 に関係づけ

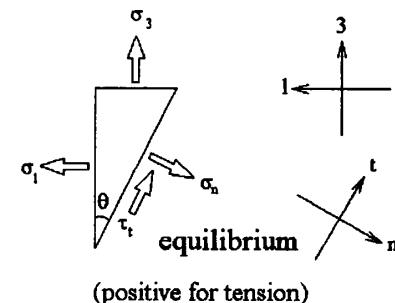


図-1 せん断帯の応力

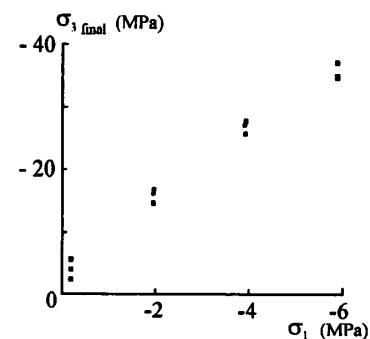


図-2 残留強度と側圧の関係

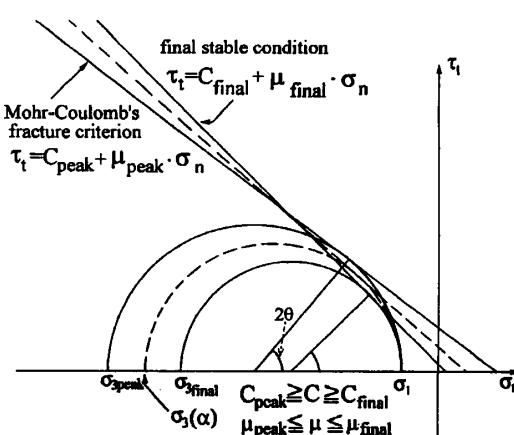


図-3 破壊基準と最終安定条件の関係

られる。最大強度以後の各側圧レベルにおける法線及び接線方向の変位の軌跡を図-5に示す。法線方向の変位成分の最大値は、滑り面上の凹凸の高さによって制限されるため、最終安定状態付近では変位の軌跡は下に凸な形状となる。側圧の増大に伴って、滑り面では骨材間の乗りあげからめり込みへと摩擦機構が変化し、滑り面の凹凸の高さが小さくなるため、法線方向の変位成分が減少するものと推測される。本モデルでは、最大強度時から最終安定状態に到達するまでのせん断帶の変位軌跡を近似的に直線で表現することにする。

したがって、せん断帶の変位ベクトルの方向 δ_n / δ_t は、最終安定状態に達した時の変位ベクトルの方向 $\delta_{fn} / \delta_{ft}$ と一致する。最小2乗法で直線近似された変位ベクトルの方向 ($\delta_{fn} / \delta_{ft}$) と近似式(6)の関係を図-6に示す。

$$\delta_n = -\varepsilon_3 H \sin \theta - \varepsilon_1 B \cos \theta \quad (H=170\text{mm}, B=75\text{mm}) \quad (4)$$

$$\delta_t = \varepsilon_3 H \cos \theta - \varepsilon_1 B \sin \theta \quad (5)$$

$$\delta_n / \delta_t \approx \delta_{fn} / \delta_{ft} = \frac{1}{\eta_0 - k_\eta \sigma_1} \quad (\eta_0 = 1.285, k_\eta = 0.853) \quad (6)$$

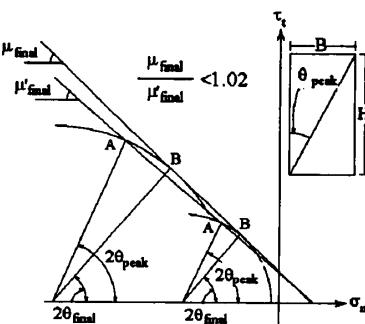


図-4 最終安定状態の摩擦係数

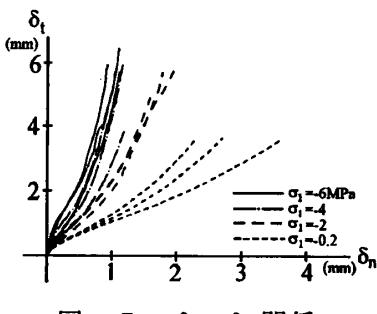


図-5 $\delta_t - \delta_n$ 関係

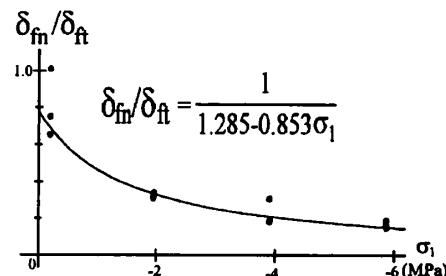


図-6 変位ベクトルの方向

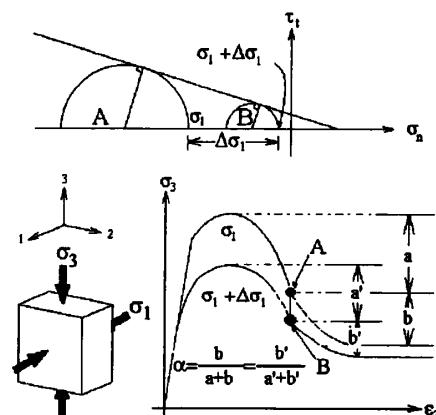


図-7 C と μ の算出方法

式(7)と(8)は α に関してほぼ直線的な関係であり、本モデルでは簡素化のために粘着力と摩擦係数を式(9)と

(10)のような α に関する直線式で置き換えた。式(9)と(10)は最大強度時と最終安定時の粘着力と摩擦係数をそれぞれ直線補間していることにも対応する。

$$C = \alpha C_{peak} + (1 - \alpha) C_{final} \quad (9)$$

$$\mu = \alpha \mu_{peak} + (1 - \alpha) \mu_{final} \quad (10)$$

3. 5. 損傷指標関数

滑り面間では接線方向のずれが生じており、その部分のせん断ひずみは無限大となる。そして、図-8に示すように滑り面から離れるに従い、せん断ひずみは指数関数的に減少し、ある領域より外側では除荷状態となる。そこで、せん断帶の幅を B_s とし、せん断帶内部の平均化されたせん断ひずみを γ_t に置換することによって、せん断帶の複雑なせん断変形を表現することにする。滑り面付近では、写真(a)に示す様に側圧が $\sigma_1=-6\text{ MPa}$ の場合には、滑りが増大するにつれて粗骨材はめり込みながら回転するため、粗骨材周辺の引っ張り側でボンドクラックが、圧縮側でモルタルクラックが発生する。一方、側圧が $\sigma_1=-0.2\text{ MPa}$ の場合では、写真(b)に示す様に粗骨材の乗りあげが卓越し、めり込みが少なくなるため、モルタルクラックの発生は少ない。このように、側圧が $\sigma_1=0\sim-6\text{ MPa}$ の範囲では、側圧の大きさによってせん断帶の損傷範囲の拡大は僅かである。しかし、側圧の増大により滑り面付近のモルタルクラックの密度が増加し、エネルギー吸収量も増加する。そこで、本モデルでは、せん断帶の接線方向変位 $\delta_t = B_s \cdot \gamma_t$ を変数とする損傷指標関数を導入する。ここでは、指数関数的に損傷指標が減少する式(11)を傷指標関数として用いる。

$$\alpha = \frac{(1+k\xi)e^{-k\xi} - (1+k)e^{-k}}{1 - (1+k)e^{-k}}$$

但し、 $\xi = \frac{\delta_t}{\beta \delta_{ft}} = \frac{B_s m \gamma_t}{\beta B_s m \gamma_{ft}}$, $k=7.55$ (11)

ここで、 ξ は無次元化された接線方向変位であり、 γ_{ft} は、最終安定状態に到達したときのせん断帶の平均せん断ひずみである。また、 $k=7.55$ は損傷指標関数の形状を決定する係数であり、 k の値が小さいほど α の低下の度合が緩やかになる。 $\beta=1.0$ はエネルギー吸収量が最小となる時であり、骨材の乗りあげが卓越し、滑り面付近のモルタルクラックがほとんど発生していない無拘束($\sigma_1=0\text{ MPa}$)の場合に対応する。そこで、本モデルでは、 $\sigma_1=-0.2\text{ MPa}$ の時の実験結果が $\sigma_1=0\text{ MPa}$ の場合に等しいと仮定した。そして、 $\beta=1.0$ の時の粘着力の喪失によるエネルギー吸収量が実験値と等しくなるように、最小2乗法によって $k=7.55$ を定めた。また、 $\sigma_1=0\text{ MPa}$ の時の最終安定状態に達したときのせん断帶の接線方向変位は、後述する方法により

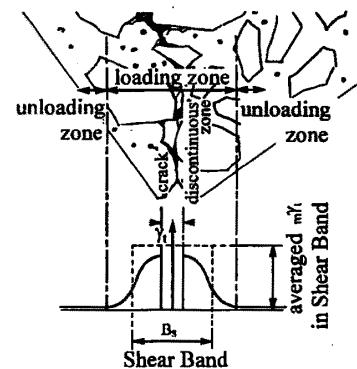
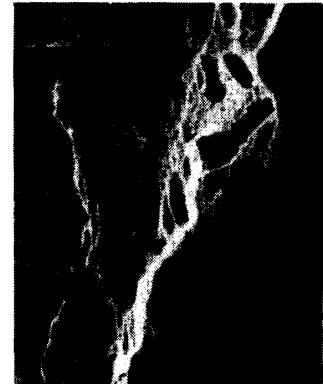


図-8 せん断ひずみの分布



(a) $\sigma_1 = -6\text{ MPa}$



(b) $\sigma_1 = -0.2\text{ MPa}$

写真 損傷状況

$\delta_{ft} = B_s \cdot \gamma_{ft}$ とした。 $\beta = 1.0$ の場合の損傷指標関数の実験値と式(11)による計算値の比較を図-9に示す。

3. 6. 損傷拡大係数

損傷拡大係数 β はモルタルクラックの増大や損傷範囲の拡大による最終安定時のせん断帯の接線方向変位の増大、すなわち、エネルギー吸収量の増加を表現する係数であり、側圧 σ_1 の関数として表現する。 β の値を増加($\beta > 1.0$)させることは、式(11)の形状を横軸に沿って引き伸ばすことに対応する。実験結果に基づいて β の関数を決定するには、以下の2通りの方法が考えられる。

○最終安定状態に達したときのせん断帯の接線方向変位 δ_{ft} を一致させる方法

○粘着力の喪失によるエネルギー吸収量を一致させる方法

最終安定状態の粘着力が無視できる場合では、図-9に示す損傷指標関数と各座標軸によって囲まれた面積と最大強度時の粘着力 C_{peak} の積は、粘着力が喪失することによるエネルギー吸収量 E_c になる。側圧の増大によって損傷指標関数が横軸に対して相似的に拡大している場合には、上述した2方法は完全に一致する。実験結果より得られた δ_{ft} と E_c の関係を図-10に示す。図中における δ_{ft} について

は、形状や寸法効果の影響を受けない物理量を用いて決定方法する必要がある。ここでは、 $\sigma_3 - \delta_t$ 関係において曲線の勾配が $\Delta \sigma_3 / \Delta \delta_t = 0.5 \text{ MPa/mm}$ となる δ_t を δ_{ft} とした。実際には、 δ_{ft} と E_c の関係は完全な直線関係になっていない。これは、側圧の増加によって損傷指標曲線の形状が僅かに変化していることを示している。しかし、側圧の増加による損傷指標曲線の形状の変化が、 $\sigma_3 - \varepsilon_3$ 関係へ与える影響は小さいため、本モデルではその影響を無視した。

ここでは粘着力の喪失によるエネルギー吸収量を一致させる方法によって、実験値から以下の手順で損傷拡大係数 β を決定した。損傷拡大係数 β は、 $\sigma_1 = 0 \text{ MPa}$ の時の粘着力の喪失によるエネルギー吸収量に対する各側圧レベルでのエネルギー吸収量の比より、図-11のように最小2乗法によって式(12)の様に定めた。

$$\beta = 1 - k_{Bs} \sigma_1 \quad (k_{Bs} = 0.208) \quad (12)$$

4. 応力-ひずみ関係の導出と計算値と実験値の比較

ひび割れ面上の σ_n と τ_t と外力 σ_3 と σ_1 の力の釣り合いは式(13)と(14)で与えられる。また、任意の損傷指標 α におけるひび割れ面上を伝達可能なせん断応力は、式(15)

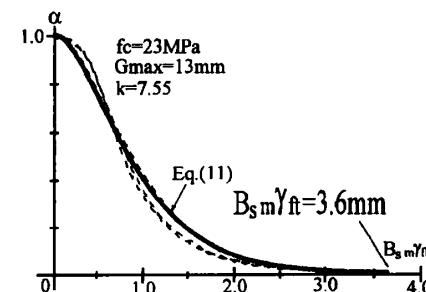


図-9 損傷指標関数

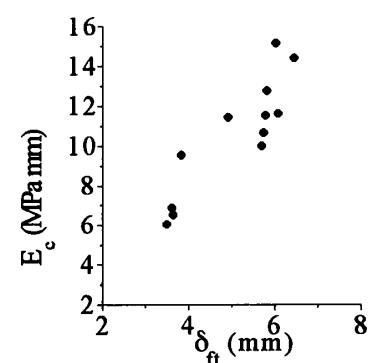


図-10 δ_{ft} と E_c の関係

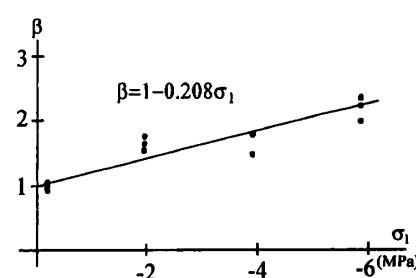


図-11 損傷拡大係数

で記述される。式(4)→(5)→(6)→(12)→(11)→(9)→(10)→(13)→(14)→(15)の順で未知数を消去することにより、 ε_3 と σ_1 を与えて σ_3 と ε_1 を算出する式を得る。

$$\sigma_1 = \sigma_n + \tau_t \tan \theta \quad (13)$$

$$\sigma_3 = \sigma_n - \tau_t \cot \theta \quad (14)$$

$$\tau_t = C + \mu \sigma_n \quad (15)$$

図-12と図-13に最大強度以降の $\sigma_3-\varepsilon_3$ 関係と $\varepsilon_3-\varepsilon_1$ 関係の本モデルによる計算値と実験値の比較をそれぞれ示す。図-12に示すように最大強度と残留強度に関しては、本モデルでは式(1)と(3)で与えられているため、実験値

と計算値の誤差は実験値のばらつきの範囲に入っている。側圧の高くなるに従い、滑り面間で骨材のめり込みによるモルタルクラックが増加するため、エネルギー吸収量が増加する。そのため、モデルで計算された軟化勾配は、側圧が高くなるに従い緩やかになっており、簡単な数学モデルと少ない材料定数で実験結果を表現できた。

5. まとめ

最大強度以降のひずみ軟化挙動をせん断帯のせん断伝達劣化機構と結び付けた損傷機構を簡単な数学モデルと少ない材料定数で表現した。本モデルの特徴は、以下の通りである。

- 最大強度と破壊終了後の残留強度を、不動点として式(1)と(3)で与えた。
- 最大強度から最終安定状態に至る間のせん断帯の粘着力と摩擦係数の推移を損傷指標関数を用いて表した。
- せん断帯内部の不可逆変位ベクトルの方向と粘着力の喪失によるエネルギー吸収量を、それぞれ損傷機構と関連付けた。

参考文献

- 1)破壊力学の応用研究委員会報告書、日本コンクリート工学協会、pp. 183-193, 1993. 10
- 2)T. B. Lim, B. Li, and K. Maekawa; MIXED-MODE STRAIN-SOFTENING MODEL FOR FRACTURE BAND OF CONCRETE SUBJECTED TO IN-PLANE SHEAR AND NORMAL COMPRESSION, Computational Plasticity, Barcelona, Spain, 1987, Pineridge Press. pp. 1431-1444
- 3)西野和弥、村上雅英、大谷恭弘、窪田敏行・低側圧3軸圧縮力を受けるプレーンコンクリートの最大応力以降の破壊性状に関する実験、コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 15, No. 2, 1993. 6
- 4)村上雅英、大谷恭弘、西野和弥、窪田敏行・低側圧3軸圧縮応力下で生じたひび割れ面のせん断伝達劣化機構のモデル化、コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 15, No. 2, 1993. 6
- 5)石田健吾、村上雅英、大谷恭弘、窪田敏行・低側圧3軸圧縮力を受けたプレーンコンクリートのひび割れ性状、コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 16, No. 2, 1994. 6

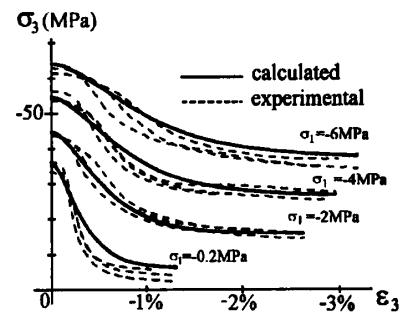


図-12 $\sigma_3-\varepsilon_3$ 関係の比較

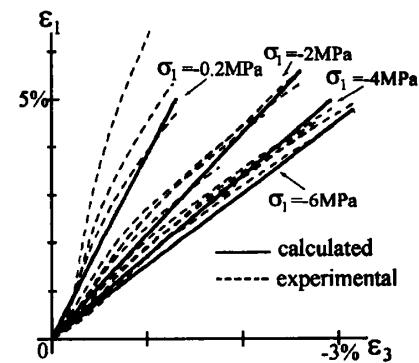


図-13 $\varepsilon_3-\varepsilon_1$ 関係の比較