

論文 画像処理による AAR ひびわれのフラクタル解析条件に関する研究

王 鉄成^{*1} 西林新蔵^{*2} 中野錦一^{*3}

要旨：フラクタル (fractal) 解析中に 被覆法のうちの Box Counting 法 が採用されているが、実際対象物の場合にはフラクタル性を示す解析条件が検討される実例が少なかった。本研究では、フラクタル理論をAARコンクリートの膨張ひびわれに適用して、画像処理によってフラクタル特性を示す BoxCounting 法の解析条件を検討した。結果より、分割種類はフラクタル次元に及ぼす影響はほとんどない。分割の下限は骨材の最大寸法に相当する。フラクタル次元Dはフラクタル性のある分割の最小寸法（格子間隔）と密接に関連し、依存する。

キーワード：フラクタル解析、フラクタル次元、Box Counting 法、分割の下限と種類

1. はじめ

アルカリシリカ反応（AAR）が発生した構造物は、反応性骨材の種類や暴露条件などによって、ひびわれの程度や損傷の進行状態が異なるので、一般的な損傷程度の判断の基準を設けることは困難である。いままで、AARコンクリートひびわれの状態がトラバース法や面積法によるひびわれ数、幅および密度などによって評価されてきている [1]。しかし、ひびわれの形状、発展および分布の評価は曖昧な表現をせざるを得ない。損傷程度の推定や補修などに不可欠なひびわれの評価においては、的確な評価方法が確立されているとはいえないのが現状である。一方、最近、フラクタル (fractal) 解析理論がひびわれの評価に応用されてきて、この中にフラクタル解析における 被覆法のうちの Box Counting 法 [2] が採用されているが、実際対象物の場合にはフラクタル性を示す解析条件（解析における最小分割、分割の種類および分割の下限と上限）および各要因のフラクタル次元に及ぼす影響などが検討される実例が少なかった。本研究では、コンクリートのひびわれに対するフラクタル解析の検討事例としてアルカリシリカ反応によるコンクリートのひびわれを対象とし、非線形現象の取扱いに適用されているフラクタル理論 [3] をアルカリシリカ反応によって生じた非規則的なコンクリートの膨張ひびわれに適用して、画像処理によってフラクタル特性を示す解析条件を検討した。

2. フラクタル解析の概要

フラクタルとは海岸線や岩石の破断面、亀裂や構造物のひびわれなどの複雑な現象の一部分を拡大しても全体と複雑さが変化しないといった自然界に存在する自己相似性 (self-similarity) をもつものである。最近、その理論は非線形現象の取扱いに適用され、道

*1 中研コンサルタント(株)技術第一部 主任研究員、工博（正会員）

*2 鳥取大学教授 工学部土木工学科、工博（正会員）

*3 住友大阪セメント株式会社 常務取締役、工博（正会員）

路や構造物のひびわれや地盤内の亀裂性、粒子の連続性、景観性評価、構造物の形状などに応用されている。フラクタル解析は、規則性はなくランダムな曖昧な図形から簡便な規則性を見つけ出し、“フラクタル次元”という尺度により連続的かつ数学的に、定量的な表現が可能になる。

フラクタル解析において、フラクタル次元を求めるには幾つかの方法があるが、被覆法のうちのBox Counting法が採用されることが多い。この方法はひびわれ（あるいは図形）を一辺の長さ r_0 の正方形で被覆し（ r_0 の値はそれぞれ異なる。すなわち、ひびわれを正方形格子間隔に分割する）、ひびわれを含む一辺の長さ r_0 の正方形の数 N を求めるものである [2]。ここに、 N はある r_0 に対する正方形の個数である。 r_0 を変えたとき、 N と r_0 との関係は以下のようなになる。

$$N \propto r_0^{-D} \quad (1)$$

D は以下のように求められる。

$$D(r) = - \frac{d \log N(r)}{d \log r} \quad (2)$$

ここに、 $r = r_0 / M$ で、 M はひびわれ長さの上限である。 r_0 の変化により、 $N(r)$ と r_0 （ N は r_0 の変化に伴って変化する）を両対数上にプロットし、式 (2) の関係が得られるならば、曲線はほぼ直線状で、その勾配から図形のフラクタル次元（厳密に言えば、拡張したフラクタル次元、すなわち有効次元 [3]） D が求められる。解析によるひびわれパターンのフラクタル次元の例を図-1に示す。

フラクタル次元 D が図中の (1,1) の点を通過し、線分位相次元1以上にある。

本研究における画像処理によるフラクタル解析のフローチャートを図-2に示す。AARコンクリートのひびわれパターンを画像読取り装置で読込んだ後、画像処理装置（PIAS）で正方形画面を分割、解析する。得られた一対一対応のデータ $N(r)$ と r_0 をコンピュータ解析プログラムで解析し、図-1に示すごとく $N(r)$ と r_0 を両対数上にプロットして、回帰分析によりフラクタル次元 D を求める。

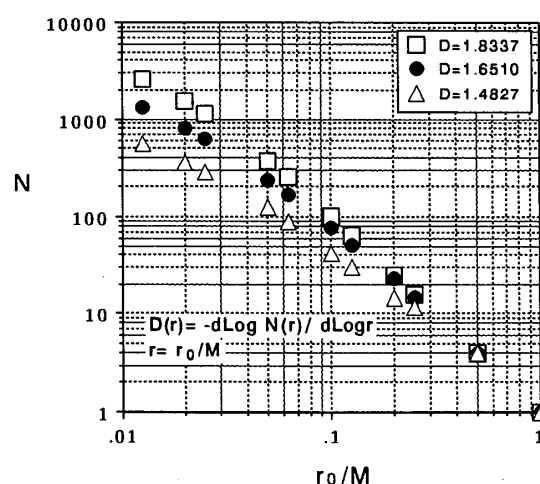


図-1 解析したフラクタル次元の例

3. フラクタル解析の条件についての検討

3.1 最小分割とフラクタル次元との関係

フラクタル解析においてBox Counting法を採用するとき、図形のフラクタル次元は、分割

を変化することによって得た一対一対応の $N(r)$ と r_0 を両対数上にプロットし、その曲線の勾配から求められるものである。ひびわれを含む一辺 r_0 の正方形の数 N を求める場合、格子間隔 r_0 がある程度以下になると、肉眼で格子の数の判明が難しくなる。画像処理装置では微小分割でも判別が可能になるが、実際の解析を行うとき、フラクタル性

が失われない格子間隔 r_0 の値（すなわち分割の下限）がどの程度まで小さくできるか、結果に大きい影響をもたらすと考えられる。

図-3～図-6に4種類のコンクリートのひびわれに対する分割の格子間隔 r_0 の最小値とフラクタル次元との関係の解析結果を示す。凡例の括弧中の番号は r_0 による分割種類である。

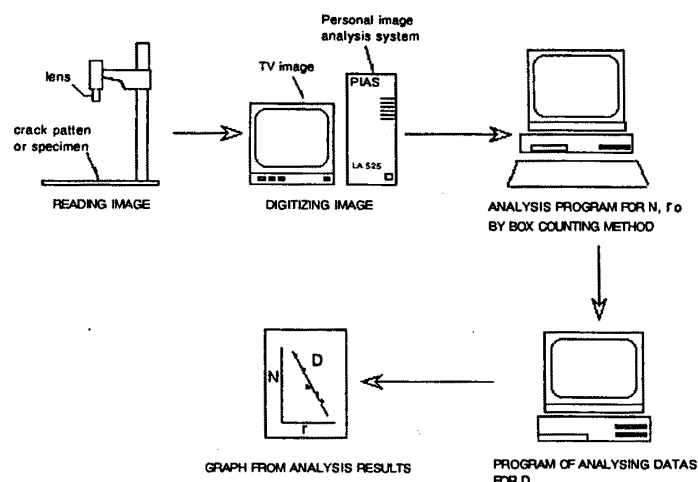


図-2 フラクタル解析のフローチャート

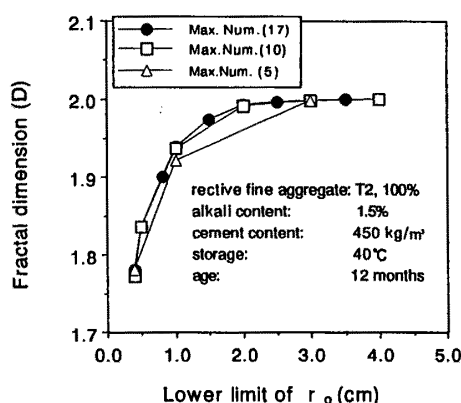


図-3 フラクタル次元と分割の最小値

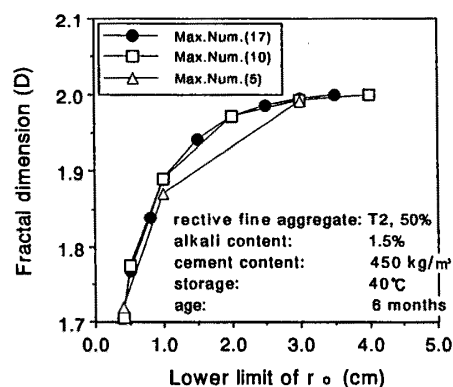


図-4 フラクタル次元と分割の最小値

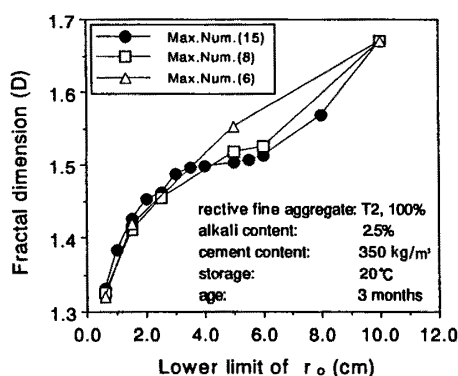


図-5 フラクタル次元と分割の最小値

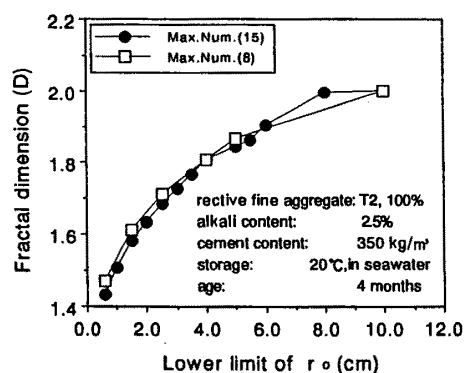


図-6 フラクタル次元と分割の最小値

これらの図より、フラクタル次元Dは、コンクリートの種類（すなわち、ひびわれパターン）によって異なるが、格子間隔 r_0 の最小値が増加するに伴って増大することがわかる。すなわち、フラクタル性が存在する範囲で分割を小さくすればするほどフラクタル次元Dの値が小さくなる。採用する格子間隔が r_0 の下限に相当する場合、フラクタル次元Dの値は最小となる。また、採用する格子間隔 r_0 の最小値を大きくすれば、フラクタル次元の値が平面位相次元 2 に漸近することがわかる。

3.2 分割種類の影響

ここでは、Box Counting法によるフラクタル解析をするとき、分割種類（すなわち、採用する格子間隔 r_0 の種類）がフラクタル次元に及ぼす影響を検討する。図-7に分割種類とフラクタル次元との関係を示す。図-7、また図-3～図-6より、同じ下限と上限ならび分割種類は”粗分割”（分割種類は多い）から”細分割”（分割種類は少ない）まで 5, 6, 8, 10, 15 と 17 とした場合で、フラクタル次元の値がほとんど同じである。すなわち、”粗分割”でも”細分割”でも求められたフラクタル次元Dはほぼ一定となり、フラクタル次元Dの値に及ぼす分割

種類の影響はほとんどないと考えられる。このことから、フラクタル解析における分割種類（格子間隔 r_0 の種類）の選択には、より多い分割種類を採用しなくてもよく、適当な分割種類でも正しいフラクタル次元の値を得ることができる。

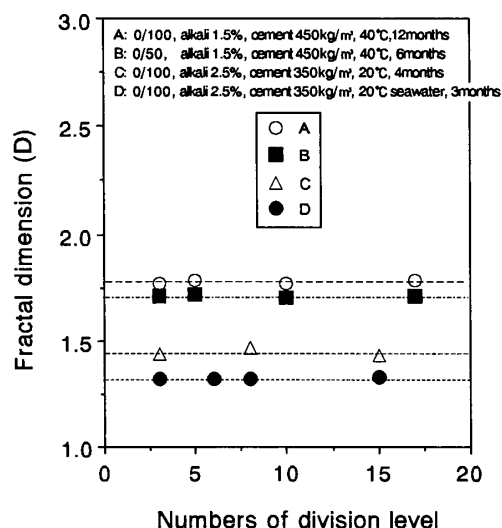


図-7 分割種類の影響

3.3 解析における r_0 の下限と上限

フラクタルの本質は自己相似性であるので、数学的には上限や下限の制限は存在しないが、現実に現われるフラクタル図形は有限のものであるから、通常、コンクリート構造物のひびわれは有限で、上限と下限が存在する。従来の研究より、 r_0 の下限と上限は被覆するひびわれの総延長と関連する。一辺Mの正方形でひびわれ全体を被覆するために、ひびわれ長さの上限は解析対象であるひびわれの最大直線距離（M）により定義する。また、ひびわれ長さの下限はフラクタル性を失なわない自己相似の下限を意味し、フラクタル次元D=1.0になるひびわれの最小単位長さである。AARコンクリートのひびわれについて物理的に考えれば、一般に、ひびわれの形状が骨材の寸法によって制約され、その下限長さが骨材の最大寸法より小さくなれば、ひびわれのフラクタル性が失われる。従って、理論的にひびわれの下限長さは骨材の大きさに相当することである [2]。

本研究では、画像処理によるひびわれのフラクタル解析結果から r_0 の下限と上限を検討する。

図-8に反応性粗、細骨材がそれぞれ使用された場合の r_0 の下限とフラクタル次元との関係を示す。図より、反応性細骨材の場合には、分割の格子間隔 r_0 の長さは5mm 以下で

フラクタル次元 D は1以下になる。フラクタル次元 D は1以下になるとフラクタル性が失われ、すなわち直線の位相次元1よりも小さくなると、線の連続性がなくなるので、その場合の r_0 の下限は5mmであると考えられる。また、この場合の反応性細骨材の最大寸法は5mmで、 r_0 の下限は反応性細骨材の最大寸法に相当することが確認された。一方、図より、反応性粗骨材の場合には、 r_0 の長さは10mm以下でフラクタル次元の値は1前後で変動するが、10mm以上で安定

になるので、 r_0 の下限は10mmであると考えられる。また、その場合の反応性粗骨材の最大寸法は10mmで、 r_0 の下限は反応性粗骨材の最大寸法に相当することが確認された。

また、コンクリート配合における骨材の最適粒度による充填効果から[4]、ひびわれはそれらの骨材の隙間に形成するので、アルカリ骨材反応の場合、フラクタル性が失わない分割の最小格子間隔(r_0 の下限)は少なくとも反応性骨材の最大寸法に相当する。このことから、Box Counting法によるフラクタル解析には分割の格子間隔は下限と上限があり、上述の r_0 の下限と上限の範囲で行うはずであると考えられる。

3.4 フラクタル次元 D についての一考察

フラクタル解析をする場合、Box Counting法によるフラクタル次元(拡張したフラクタル次元) D は、式(2)により、両対数グラフに $N(r)$ と r_0 をプロットしたときの傾きを表わしているものである。一方、フラクタル次元の最も基本的な定義は粗視化度合 r_0 と、そのとき

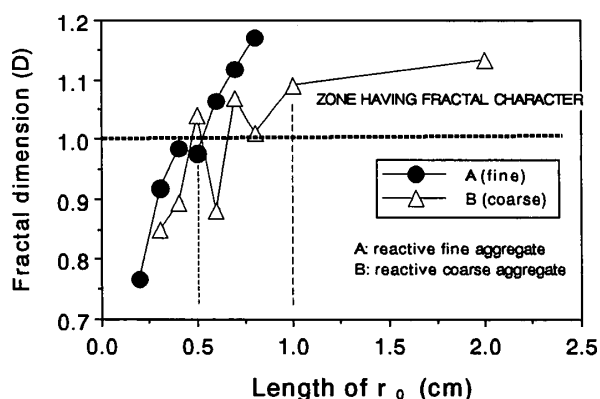


図-8 分割 r_0 の下限

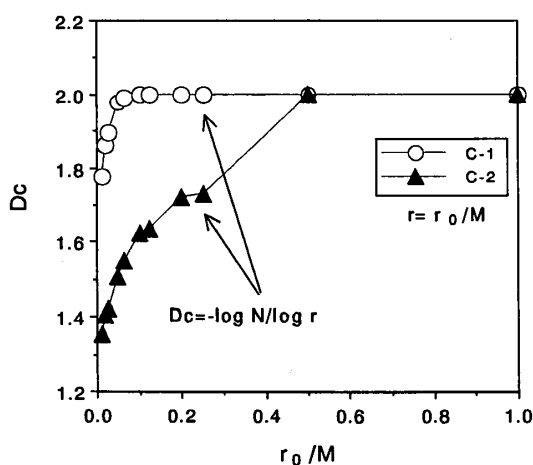


図-9 各格子間隔に対応する D_c

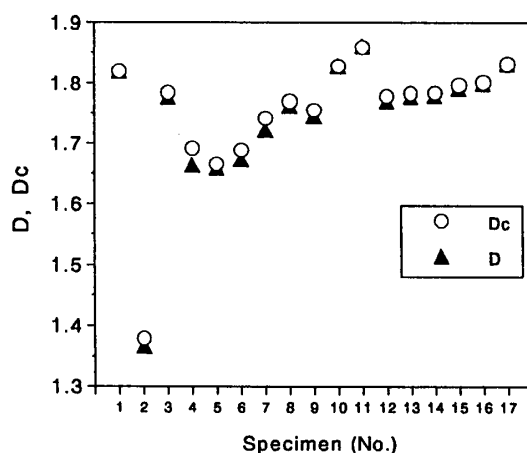


図-10 D と D_c

観測されるものの個数 N によって、次のように考えられている（記： D_c ）。

$$D_c = - \frac{\log N}{\log r} \quad (3)$$

一般にその D_c は粗視化度合によって変化する〔3〕。図-9は粗視化度合による各格子間隔に対応する D_c を示す。凡例の記号は供試体を示すものである。 D_c は各格子間隔寸法（粗視化度合） r_0 によって異なり、 r_0 の増大とともに大きくなる。

図-10にフラクタル次元 D と分割の最小格子間隔（ r_0 の下限）の尺度での観測値 N によって求めた D_c を示す。図より、その最小格子間隔の尺度に対応する D_c はフラクタル次元 D の値に接近することがわかる。フラクタル次元 D はフラクタル性を失わない最小格子間隔の尺度に依存する。このことから、分割の下限がフラクタル性と密接に関連するだけではなく、解析結果に及ぼす影響は大きい。また、フラクタル次元解析における分割の格子間隔の尺度は r_0 の下限まで行う必要があると考えられる。一方、分割 r_0 の下限に求める D_c によってひびわれ特徴を評価することについては、さらに検討する必要があると考えられる。

4. まとめ

本研究では、コンクリートのひびわれに対するフラクタル解析として、フラクタル性を示す条件、分割の下限と上限のフラクタル特性値に及ぼす影響などを検討した。結果を次のように要約して本研究の結論とする。

- (1) 分割 r_0 の下限がフラクタル性と密接に関連し、解析結果に及ぼす影響は大きい。採用する格子間隔 r_0 の最小値を大きくすれば、フラクタル次元 D の値は大きくなる。
- (2) 分割種類はフラクタル次元 D に及ぼす影響はほとんどないことが認められた。
- (3) 反応性粗、細骨材が使用された場合、 r_0 の下限は骨材の最大寸法に相当することが解析によって確認された。また、分割するときの格子間隔の下限は少なくとも骨材の最大寸法までとする必要があると考えられる。

本研究を遂行するにあたり、御助力を頂いた住友大阪セメント(株)セメントコンクリート研究所寺野宜成研究員、長岡誠一副主任研究員などの諸氏に感謝致します。

参考文献

- 1) Nishibayashi. S., Yamura. K., Hayashi. A and Izutsu. K : Evaluation of Alkali Aggregate Reaction by Concrete Specimen, Transactions of the Japan Concrete Institute, 1987.
- 2) 阿部忠行、小川 進：舗装ひびわれのフラクタル解析，土木学会論文集，No. 442/V-16, pp.119-126, 1992.
- 3) 高安秀樹：フラクタル，pp.7-20, pp.155-165, 朝倉書店，1986.
- 4) 岡田 清、六車 熙：コンクリート工学ハンドブック，pp.92-96, 朝倉書店，1981.