

# 論文 不飽和コンクリート中の気相・液相の移動に関する研究

木全 博聖\*1 ・大下 英吉\*2 ・田邊 忠顕\*3

**要旨：**コンクリート中の移動水分は、拡散現象により液相と気相の相変化が生じていることが実験的に報告されている。しかし、これまでのコンクリート中の水分移動に関する研究では主に液相のみの評価が行われており、又熱力学的考察も十分ではなく、実現象をとらえるには不十分である。そこで本研究では、熱力学的観点からコンクリート中の水分移動に関するモデルの構築を行った。また、その解析結果は浸透深さ試験結果と良い一致を示した。

**キーワード：**熱力学的平衡、3相不飽和多孔質材料、非線形拡散方程式、相対湿度

## 1. はじめに

コンクリート中の水分移動のメカニズムを解明することは、乾燥収縮やクリープ、塩害やアルカリ骨材反応の進行などの予測を行う上で重要である。特に、水密性の問題となる海洋構造物や中性子の透過の遮断が問題となる原子炉格納容器や放射性廃棄物の地中処分などに関してはコンクリートの透水性や含水率分布を予測することは設計上極めて重要であるため、コンクリート中の水分逸散現象に関する評価は現在まで多く行われている。

近年においては、実際のコンクリート中に含まれる水分が拡散現象により液相が気相になったり、また気相が液相になったりという相変化を生じていることや、コンクリートの拡散係数が含水状態によって大きく変化することが実験的に報告されている。そのため、非線形拡散方程式を用いたコンクリート中の水分移動に関する多くの解析的研究が行われているが、それらは主に液相移動を対象としたものであり、実現象を詳細にモデル化し、評価することは難しいと考えられる。

そこで本研究では、コンクリートを固相・液相・気相の3相からなる不飽和多孔質材料としてとらえ、非線形拡散方程式を用いたコンクリート中の水分移動に関するモデルの構築を行った。

## 2. コンクリート中の水分移動に関する解析理論

### 2.1 力の釣合方程式

多孔質材料であるコンクリートの内部に間隙水が存在する時、その水圧がコンクリート材料粒子を圧縮し、体積ひずみを発生させる。コンクリート内の全応力 $\{\sigma\}$ 、有効応力 $\{\sigma'\}$ および間隙水圧 $p$ の関係は、クロネッカーの記号 $\{m\}$ を用いて次のように表される。

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \{m\}p \quad (1)$$

この時の符号は、応力については引張を、間隙水圧については圧縮を正としている。

\*1 名古屋大学大学院 工学研究科地圏環境工学専攻 (正会員)

\*2 広島大学助手 工学部土木工学科、工博 (正会員)

\*3 名古屋大学教授 工学部土木工学科、工博 (正会員)

また、固相の圧縮性を考慮した有効応力 $\{\sigma'\}$ と有効ひずみ $\{\epsilon'\}$ の関係を増分形で表すと、

$$d\{\sigma'\} = [D_T]d\{\epsilon'\} = [D_T]\{d\{\epsilon\} - d\{\epsilon^{pr}\}\} \quad (2)$$

となる。ここで $[D_T]$ は空隙中を液体で満たされていない状態にあるコンクリートの応力-ひずみマトリクス、 $d\{\epsilon\}$ は全ひずみ、 $d\{\epsilon^{pr}\}$ は間隙水圧によって生じる固相のひずみ増分である。

(2)式は、固相の応力-ひずみマトリクス $[D_s]$ および間隙率 $\xi$ を用いると、次のように書き直される。

$$d\{\sigma'\} = (1 - \xi)[D_s]d\{\epsilon'\} \quad (3)$$

今、境界 $\Gamma$ に表面力 $\{t\}$ が、また領域 $\Omega$ に物体力 $\{b\}$ が作用している場合を考えると、仮想仕事の原理から求められる釣合方程式は、

$$\int_{\Omega} \delta\{\epsilon\}^T d\{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \delta\{u\}^T d\{b\} d\Omega - \int_{\Gamma} \delta\{u\}^T d\{t\} d\Gamma = 0 \quad (4)$$

となる。ここで、 $d\{\sigma\}$ 、 $\{\epsilon\}$ 、 $\{u\}$ はそれぞれ全応力増分、全ひずみ、変位ベクトルである。

最終的に、(4)式を有限要素で離散化すると、次式のように表すことができる。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $K_T$ 、 $L$ 、はそれぞれ接線剛性マトリクス、間隙水圧による固相の圧縮性の影響に関するマトリクスである。また、 $\{\bar{u}\}$ 、 $\{\bar{p}\}$ 、 $\{f\}$ はそれぞれ節点変位ベクトル、節点間隙水圧、外力ベクトルである。

## 2.2 質量保存則

間隙水の拡散速度 $\bar{J}$ は、単位体積当たりのGibbsの自由エネルギー $G$ の勾配の関数であると仮定すると [1]、

$$\bar{J} = -\tilde{c}\nabla G \quad (6)$$

ここで、 $\tilde{c}$ はコンクリート中の浸透率を表す定数である。間隙水分が液相のみの場合のGibbsの自由エネルギー $G$ は、

$$G = \frac{\gamma_w z + p}{\gamma_w} \quad (7)$$

となる。ここで、 $\gamma_w$ 、 $z$ 、 $p$ はそれぞれ水の単位体積重量、鉛直上向きの座標、間隙水圧である。また、間隙水分を液相と気相の混合相であると仮定すると、Gibbsの自由エネルギー $G$ は次のようになる。

$$G = \frac{R}{M} T \ln H + G_{sat}(T) \quad (8)$$

ここで、 $R$ 、 $M$ 、 $T$ はそれぞれ気体定数、水の分子量、絶対温度であり、 $G_{sat}(T)$ は飽和状態におけるGibbsの自由エネルギーである。そして $H$ は相対湿度であり、

$$H = \frac{p_v}{p_{sat}(T)} \quad (9)$$

と表される。 $p_v$ は気相の蒸気圧、 $p_{sat}(T)$ は飽和水蒸気圧を表している。

今、温度  $T$  が場所によらず一定である場合を考えると、間隙水の拡散速度  $\vec{J}$  は次式のようになる。

$$\vec{J} = -c\nabla H \quad c = \frac{R}{M} T \frac{\tilde{c}}{H} \quad (10)$$

ここで、 $c$  は相対湿度  $H$  の関数である材料定数で、浸透率を表している。

次に、単位体積のコントロールボリュームを考える。間隙水の質量保存則を考えると、単位時間当たりにコントロールボリューム内に蓄積される流体量  $dw/dt$  は次のように表される。

$$\frac{dw}{dt} = -\nabla \vec{J} \quad (11)$$

蓄積量  $w$  は相対湿度  $H$  の関数であり、これらの間には次のような関係が成り立つ。

$$dH = kdw \quad k = \left(\frac{\partial H}{\partial w}\right)_T \quad (12)$$

最終的に、式 (10)、式 (12) を式 (11) に代入して次のような非線形の拡散方程式を得ることができる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla(C\nabla H) \quad C = kc \quad (13)$$

ここで、 $C$  は拡散係数を表している。本研究ではこの  $C$  の関数を、実験および数値解析により得られた次の近似式を用いることとした[1]。

$$C(H) = C_1 \left( 0.05 + \frac{0.95}{1 + \left(\frac{1-H}{0.25}\right)^6} \right) \quad (14)$$

ここで、 $C_1$  は  $H = 1$  の時の拡散係数である。

なお供試体及びその雰囲気中の温度が一定であって、さらに水和などの影響を無視する場合、次のような要因によって流体の蓄積量は構成される [2]。

(1) 全ひずみの変化による蓄積量

$$\{m\}^T \frac{d\{\epsilon\}}{dt} \quad (15)$$

(2) 圧縮変化に起因する粒子体積の変化による蓄積量

$$(1 - \xi)\{m\}^T [D_s]^{-1} \{m\} \frac{dp}{dt} \quad (16)$$

(3) 液相・気相の混合相の体積変化による蓄積量

$$\frac{\xi}{K_f} \frac{dp}{dt} \quad (17)$$

(4) 有効応力の変化によって生じる固体粒子の圧縮による蓄積量

$$-\{m\}^T [D_s]^{-1} \frac{d\{\sigma'\}}{dt} \quad (18)$$

ここで $\xi$ は間隙率、 $K_f$ は液相と気相の混合相の体積弾性係数である。

これらの要因を式(11)に代入すると、次式のような質量保存則を示す式が得られる。

$$\xi \{m\}^T \frac{d\{\epsilon\}}{dt} + \frac{\xi}{K_f} \frac{dp}{dt} - \nabla^T (c \nabla H) = 0 \quad (19)$$

最終的に、式(19)を有限要素で離散化を行うことによって、次式が得られる。

$$-Q\{\bar{H}\} - L^T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - S \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} = 0 \quad (20)$$

ここで、 $\{\bar{H}\}$ は節点相対湿度である。また、 $Q$ 、 $L$ 、 $S$ はそれぞれ間隙水の移動に関するマトリクス、固相の圧縮性の影響に関するマトリクス、間隙水の圧縮性の影響に関するマトリクスである。

### 2.3 連成方程式

液相と気相の熱力学的平衡条件は材料定数 $\alpha$ を用いて次式のように表すことができる[1]。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \alpha \left[ \frac{\partial H}{\partial x} \right]_{H-1} \quad (21)$$

ここで、 $x$ は浸透方向の座標である。この関係を考慮することにより、力の釣合方程式(5)および質量保存の式(20)は、節点変位ベクトル $\{\bar{u}\}$ と節点相対湿度 $\{\bar{H}\}$ を用いて次のように書き換えることができる。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L_\alpha \frac{d\{\bar{H}\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} = 0 \quad L_\alpha = \alpha L \quad (22)$$

$$-Q\{\bar{H}\} - L_\alpha^T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - S_\alpha \frac{d\{\bar{H}\}}{dt} = 0 \quad S_\alpha = \alpha S \quad (23)$$

最終的に節点変位 $\{\bar{u}\}$ 、節点相対湿度 $\{\bar{H}\}$ を未知数とした水分移動の支配方程式は、熱力学的平衡条件を考慮した上式(22)、(23)を連成させて次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{H}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_T & -L_\alpha \\ -L_\alpha^T & -S_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} \\ \frac{d\{\bar{H}\}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{d\{f\}}{dt} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

### 3. 浸透深さ試験の解析的検討

本研究では、村田 [3] による浸透深さ試験結果についての解析的評価を行う。村田は図-1に示すようなコンテナを用いて、28日間の水中養生後約20~25℃の室内において7日間乾燥させたコンクリート供試体に圧入した水の平均浸透深さを測定し、これと水圧の大きさおよび水圧を加えた時間との関係を求めている。なお、供試体の寸法は直径15cm、高さ15cmで、コンテナに設置する際にパラフィンロジンの混合物を側面に塗布することにより、側面からの水の蒸発を防いでいる。解析対象とした代表的な試験結果は表-1に示す。

この浸透深さ試験に対する解析的評価は、コンクリート供試体内の水分移動が垂直方向に支配的であると予想されることから、図-1に示すようにその一部を解析対象として、一元的な水分移動を捉えることとした。そして、解析モデル表面に20kgf/cm<sup>2</sup>の水圧を作用させることにより内部に発生する間隙水圧分布から浸透深さを検討した。

なお間隙水に関する境界条件は、モデル表面（作用水圧面）で20kgf/cm<sup>2</sup>、底面で大気圧に等しいものとし、変位に関する境界条件は全節点固定とした。また、解析に用いたコンクリートおよび水の物性値は、表-2に示す通りである。

表-1 水圧を加えた時間と平均浸透深さとの関係

コンクリートの配合			材令	試験水圧 (kg/cm <sup>2</sup> )	試験時間に対する平均浸透深さ (cm)					
骨材最 大寸法	水セメ ント比	細骨 材率			試験時間 (hr)					
					6	16	24	48	72	116
25mm	55%	42%	28日	20	1.29	1.82	2.02	2.42	2.96	3.05

表-2 解析に用いたパラメーター

コンクリートのパラメーター	
弾性係数	2.0 × 10 <sup>5</sup> (kgf/cm <sup>2</sup> )
ポアソン比	0.2
透水係数	1.0 × 10 <sup>-12</sup> (cm/sec)
液体のパラメーター	
体積弾性係数	2.2 × 10 <sup>3</sup> (kgf/cm <sup>2</sup> )
単位体積重量	0.001 (kgf/cm <sup>3</sup> )
間隙比	0.15

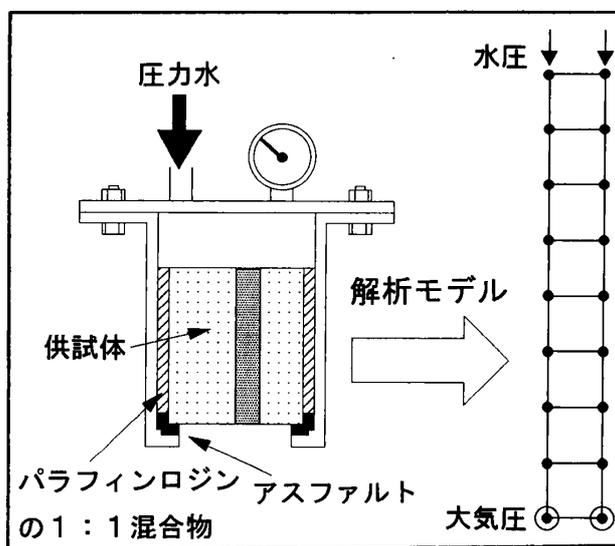


図-1 供試体の設置概略図と解析モデル

### 4. 解析結果と考察

コンクリート内への水分の浸透深さの解析値は、 $H = 1$ 、すなわち間隙水圧  $p$  が 0 となる部分の水圧作用面からの距離とすることが考えられる。しかし、 $H = 1$  の部分の水圧作用面からの距離は試験結果と比べ、相当に小さい値となった。

図-2は、浸透深さ試験結果と解析結果とを併せて示し比較を行ったものであるが、試験結果は $H = 0.80 \sim 0.81$ となる部分の水圧作用面からの距離の解析値とほぼ一致する。この事からも浸透深さは $H = 0.8$ 付近に存在するということがわかる。

また図-3は、試験結果と液相のみの移動を考慮した場合の浸透深さ解析結果とを比較したものである。試験結果および気相と液相の混合相の移動を考慮した場合の解析結果は、水圧の作用時間が大きくなると浸透深さはある値に収束する傾向にあるが、液相のみの移動を考慮した場合の解析値は発散するような傾向にある。これは、移動水分を液相のみとした線形拡散方程式を用いた解析が、浸透深さを推測するには不十分であることを示している。

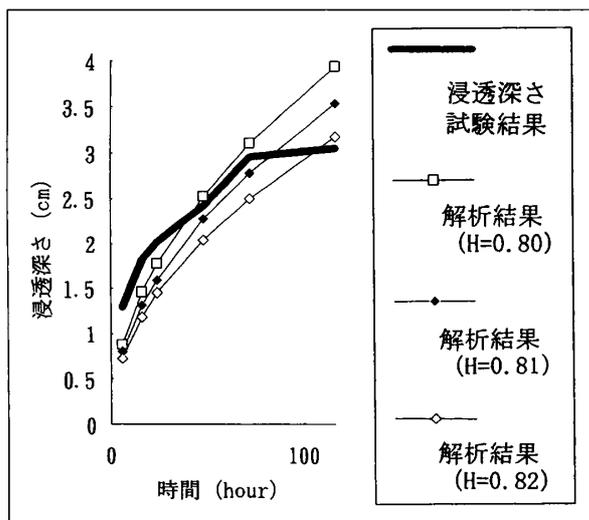


図-2 浸透深さ試験結果と解析結果との比較

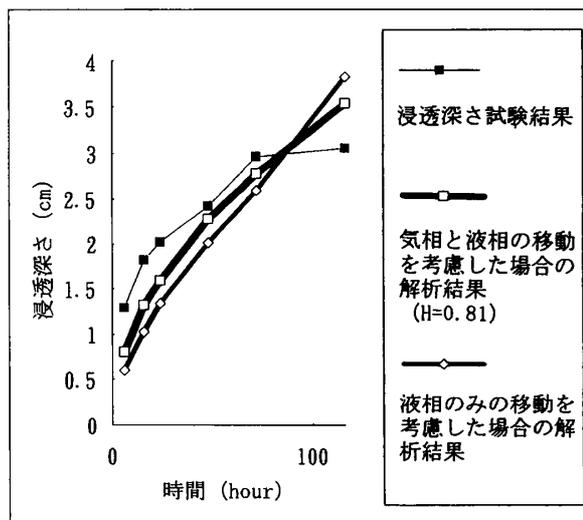


図-3 液相のみの移動を考慮した場合の浸透深さ解析結果

## 5. まとめ

本研究では、コンクリートを固相・気相・液相の3相からなる不飽和多孔質材料として捉え、コンクリート内部の水分移動についての解析的評価を行った。本研究のまとめを以下に示す。

- (1) 移動水分を液相と気相の混合相として考慮し、また非線形の拡散方程式を適用する事によって、より詳細な不飽和コンクリート中の水分移動のモデル化を行うことができた。
- (2) 気相と液相の混合相の移動を考慮した解析において、相対湿度が $H = 1$ 、即ち間隙水圧が0の部分は浸透深さを表していない。この場合、 $H$ が0.8付近に浸透深さが存在すると考えられる。
- (3) さらに精度の良い解析を行うためには、熱力学的な相変化をより詳細に考慮した解析を行う必要がある。

## 参考文献

- [1] Bazant, Z. P. and Najjar, L. J : Nonlinear Water Diffusion in Nonsaturated Concrete , *Materiaux et Constructions* , Vol. 5 , No. 25 , 1972, pp. 3~20
- [2] 石川靖晃 : 飽和透水性材料としての若材令コンクリートの変形解析、名古屋大学修士論文 1993年
- [3] 村田二郎 : コンクリートの水密性の研究、土木学会論文集77号、1961年11月、pp69~101