

論文 破壊モードに基づく RC 梁のせん断強度理論

李 楨 允^{*1}・渡邊史夫^{*2}

要旨：本研究は、曲げせん断を受ける鉄筋コンクリート梁部材の挙動を理論的に追跡する解析を行い、その解析に基づいて合理的なせん断設計式を提案することを目的とする。解析では骨材の噛み合い作用を考慮したトラス機構に基づくKupferのせん断理論を応用し、せん断補強筋の歪を徐々に増加させ、その時の抵抗せん断力を部材の応力の釣合条件と歪の適合条件及び構成則を用いて計算し、破壊モード別せん断耐力を求めた。解析より求めたせん断耐力は実験値とよい適合性を示した。

キーワード：せん断力、破壊モード、トラス機構、コンクリート有効圧縮強度、RC梁

1. 初めに

塑性理論に基づくせん断設計式はせん断破壊に対するユニークな考え方として、現在、日本の実用せん断設計[1]にも用いられているが、幾つかの問題を含んでいる。その一つとして、塑性理論では部材がせん断破壊を起こす時、せん断補強筋量がある限界値以下の場合、せん断補強筋およびコンクリートは降伏状態に達していると仮定しているが、多くの報告[2、3]ではコンクリート圧縮強度とせん断補強筋比及びその降伏強度の相互関連性によって、最大せん断耐力時にせん断補強筋が降伏していない場合が示されており、解析と実験の物理現象が適合しない。このように、最大耐力時のみを対象としたせん断強度式では、何故せん断補強筋が降伏しないかを分析することが困難である。本論文では、骨材の噛み合い作用を考慮したトラス機構に基づくせん断理論を用いてRC梁部材がせん断破壊を起こすプロセスを追跡し、現実の物理現象と対応したせん断強度算定法を示すことを目的にした。

2. 基本解析概念

トラス理論は明確かつ実用性の高いものとして発展してきたが、ひび割れ面での骨材の噛み合い作用を定量的に取り入れた数式展開がなされているモデルは少ない。従って、より精密でかつ精度のよいせん断強度式をえる為には、骨材の噛み合い作用を取り入れた数式展開が必要であり、近年Kupferによって、骨材の噛み合い作用を取り入れたトラス機構モデルによるせん断強度算定式が提案されている[4]。ただし、Kupferの提案はせん断強度のみを与える表現となっている為、斜めひび割れの発生から最大耐力に至るまでのプロセスを追跡し、せん断破壊モードを分類することはできない。本論文では、Kupferによる提案を基本概念として用い、斜めひび割れ発生後の挙動を、せん断補強筋歪みを徐々に増大させる増分形式で解析し、破壊モードを確定しせん断耐力を得ている。また、Collins等[5]とHsu等[6]によって示された、横歪み（ひび割れを含むコンクリートの平均横歪み）の増大に伴ってコンクリート圧縮強度が減少する現象を考慮した高強度コンクリートにも適用できるひび割れたコンクリートに対するコンクリート自身の有効圧縮強度式を新たに提案している。

Kupferによると斜めひび割れの生じた梁の応力状態は、コンクリートの二軸応力場とせん断補強筋の一軸引張応力場によって特色付けられる(図1と図2)。ここで、コンクリートの主圧縮応力 σ_2 の角度 θ は、ひび割れ面における骨材の噛み合い作用の故にひび割れ角度 φ と異なる。ここで、 τ_c = ひび割

* 1 京都大学大学院 工学部建築学専攻、工修（正会員）

* 2 京都大学教授 工学部建築学専攻、工博（正会員）

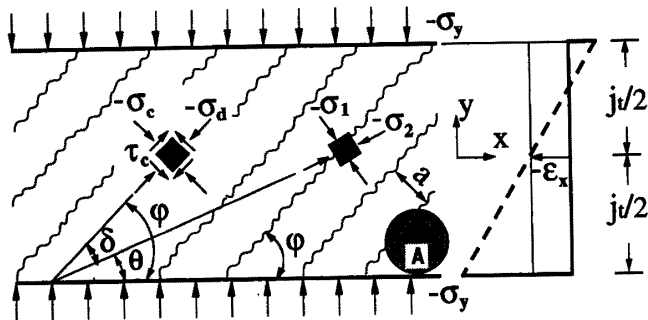


図1 斜めひび割れを有する梁の応力状態(Kupfer)

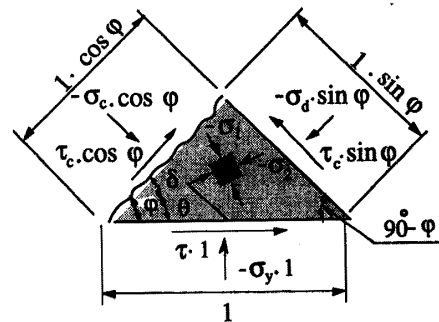


図2 要素 Aの応力状態

れ面に作用する伝達せん断応力、 σ_c =ひび割れ面に作用する伝達直応力、 σ_d =ひび割れ角度に平行な直応力、 σ_1 、 σ_2 =コンクリート自身の主応力、 τ 、 σ_y =コンクリートせん断応力、せん断補強筋によるコンクリート直応力、 ϕ =ななめひび割れの梁材軸に対する角度、 θ =主応力角度、 δ =角度 ϕ と θ の差、 j_t =上下弦材間距離、 a =ひび割れ間隔、である。応力の釣合及び歪みの適合条件に関しては、文献[4]と[7]に詳しく説明されているのでここでは詳しく述べない。文献を参照されたい。

本論文では、コンクリートに生じる第2主応力 σ_2 が、コンクリートの有効圧縮強度 $\nu f'_c$ に達した時に、梁のせん断破壊が生じると考えている。ここで、 $\nu f'_c$ は、通常のシリンダー圧縮試験で得られた圧縮強度 f'_c とは異なり、斜めひび割れの生じた状態でのコンクリート自身の圧縮強度を指し、有効係数 ν を用いて、 $\nu f'_c$ で表される。 ν の値は、 f'_c 及びひび割れの開きによる平均横歪み w/a (ひび割れ幅/ひび割れ平均間隔)によって影響を受け、 f'_c が大きくなる程 ν が小さくなることがNielsen[8]によって、また w/a が大きくなる程 ν が小さくなることがCollins等[5]及びHsu等[6]によって示されている。本研究では、過去に行われた多くの梁せん断実験の結果を分析し、以下の2式((1-1)と(1-2))で $\nu f'_c$ を与えた。式(1-1)は、 $f'_c \leq 70 \text{ MPa}$ に、式(1-2)は、 $f'_c > 70 \text{ MPa}$ に対するもので、 f'_c が 70 MPa を越えると、 $\nu f'_c$ の増大が余り見られなくなることを反映した式となっている。

$$f'_c \leq 70 \text{ MPa} \text{ の場合、 } \nu f'_c = \frac{f'_c}{(1.0 + \frac{350w/a}{f_c^{0.1}})} \quad (\text{MPa}) \quad (1-1)$$

$$f'_c > 70 \text{ MPa} \text{ の場合、 } \nu f'_c = \frac{70}{(1.0 + 230w/a)} + \frac{(f'_c - 70)}{(1.0 + 170(w/a)\sqrt{70/f'_c})} \quad (\text{MPa}) \quad (1-2)$$

図3では、 $\nu f'_c$ 、 f'_c と w/a の関係を3次元で表示している。図4は、 $w/a = 0.002$ 及び 0.01 の場合に対する $\nu f'_c$ と f'_c の関係をCollins等とHsu等が提案した $\nu f'_c$ 計算式との比較で示している。ただし、Hsu等の $\nu f'_c$ は、材軸に対するトラスストラットがなす角度と主応力角度は同じく45度の場合である。 $f'_c > 70 \text{ MPa}$ の場合、提案の $\nu f'_c$ はCollinsとHsuの $\nu f'_c$ よりかなり小さな値を与えることがわかる。

ひび割れ面での伝達せん断応力 τ_c と直応力 σ_c は、ひび割れ幅 w とずれ ν の関数として、文献[9]のWalraven式(式(2)、(3))及び文献[10]のLi-Maekawa式(式(4)、(5))の両者を用いて比較を行った。

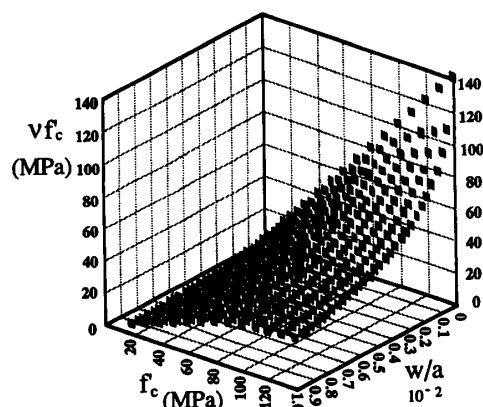
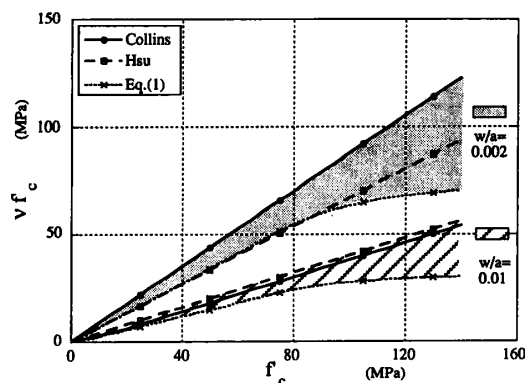
$$\tau_c = -\frac{f_{cube}}{30} + (1.8w^{-0.8} + (0.234w^{-0.707} - 0.2)f_{cube})\nu \quad (\text{MPa}) \quad (2)$$

$$\sigma_c = \frac{f_{cube}}{20} - (1.35w^{-0.63} + (0.191w^{-0.552} - 0.15)f_{cube})\nu \quad (\text{MPa}) \quad (3)$$

$$\tau_c = 3.83 \cdot f'_c \cdot \nu^2 / (w^2 + \nu^2) \quad (\text{MPa}) \quad (4)$$

$$\sigma_c = -3.83 \cdot f'_c \cdot (0.5 \cdot \pi - \tan^{-1}(w/\nu) - w\nu / (w^2 + \nu^2)) \quad (\text{MPa}) \quad (5)$$

ここで、 f_{cube} はコンクリートのプリズム圧縮強度、 ν 、 w : ひび割れ面のずれと幅(mm)

図3 $v f_c$ 、 f_c 及び w/a の関係図4 $v f_c$ の比較 ; Collins、Hsu、式(1)

3. 増分形解析手法

3.1 破壊モード

本論文で用いた手法は、せん断補強筋歪みを徐々に増加させることにより、せん断破壊に至るプロセスを追跡し、各破壊モード別せん断強度を得るものである(図5)。

せん断破壊モードを模式的に図6に示す。図6のSTFはせん断補強筋の降伏後、コンクリートが圧壊することなくせん断ひび割れの拡大によって最大耐力を示す。SYCFはせん断補強筋の降伏後、骨材のかみ合いによってさらに耐力が上昇し最終的にコンクリートの圧壊によって最大耐力を示す。SCFはせん断ひび割れ発生後、せん断補強筋が降伏することなくコンクリートの圧壊によって最大耐力を示す。

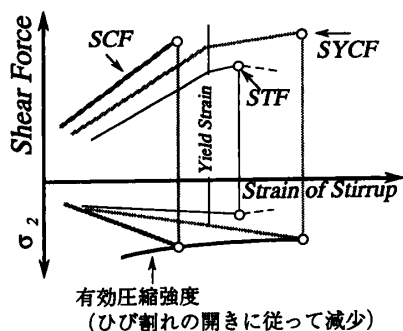


図6 破壊モード

3.2 せん断補強筋の応力-ひずみ関係及び梁軸歪み

図7は本論文で採用したせん断補強筋の応力-ひずみ関係(実線)を示している。図中の点Aは、斜めひび割れの発生に対応し、点Bは破線で示す裸鉄筋の応力歪み曲線における降伏点を示す。図示のOABのようにせん断補強筋の応力歪み関係を与えた理由は、斜張力ひび割れ発生までは、コンクリートとせん断補強筋が一体となって働くこと、及び斜張力ひび割れ発生後はせん断補強筋と周囲のコンクリートとの間の付着作用によるテンションスティフニングを考慮する為である。

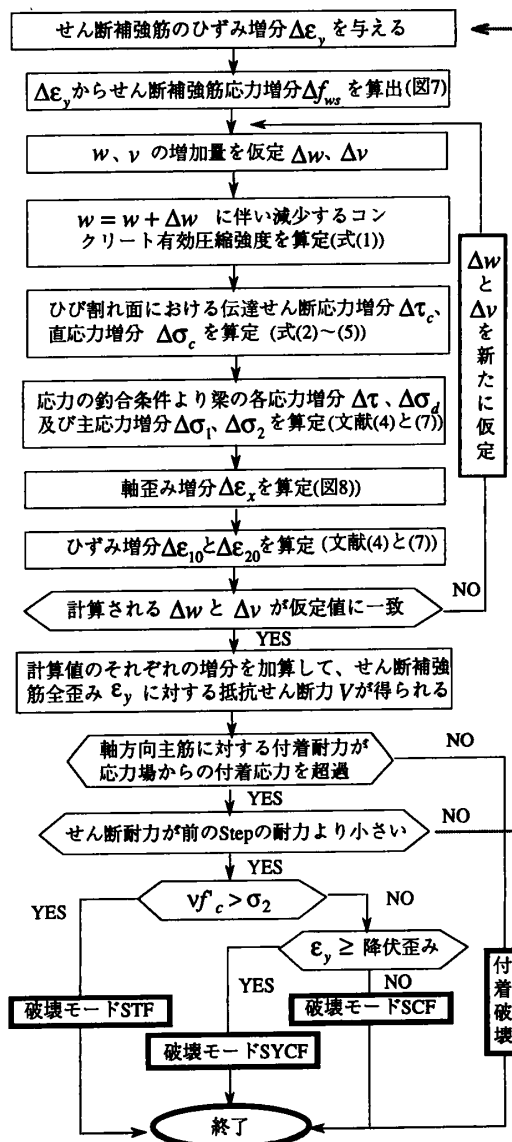


図5 フローチャート

点Aでのせん断補強筋応力 f_{dia} は、斜張力ひび割れ発生した直後にすべてのせん断力 Q_s がせん断補強筋に移行すると考え、式(6)で与えた。又、その時の歪み ϵ_{dia} は、一組のせん断補強筋の負担する引張力をコンクリート及びせん断補強筋が負担すると仮定し、式(7)で与えた。即ち、斜張力ひび割れ発生の直前の歪み状態を表していることになる。

$$f_{dia} = Q_s / (p_w \cdot b \cdot j_t \cdot \cot \phi) \quad (6) \quad \epsilon_{dia} = \frac{f_{dia} A_{sw}}{E_c b \cdot s + E_s A_{sw}} \quad (7)$$

ここで、 p_w ：せん断補強筋比、 b ：梁幅、 E_c ：コンクリート弾性係数、 E_s ：せん断補強筋の弾性係数、 s ：せん断補強筋配筋間隔、 A_{sw} ：せん断補強筋断面積

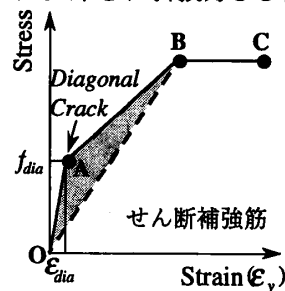


図7 せん断補強筋応力-歪み関係

部材中心軸での軸歪み ϵ_x は、コンクリート斜め圧縮力の梁軸方向成分と、テンションステイニングを考慮した上弦材及び下弦材合力 (図8) とのつり合いより求めた。ただし、曲げモーメントによる上下弦材力の相異は考慮しなかった。図中の点Aは、曲げひび割れ発生に対応しているが、本論文では、曲げひび割れ発生応力を斜めひび割れ発生時のせん断応力の梁軸方向成分 f_{xdia} と仮定して式(8)で与えた。又、その時の軸歪み ϵ_{xdia} は、式(8)をコンクリート有効引張断面及び上、下弦材が負担すると仮定し、式(9)で与えた。

$$f_{xdia} = \frac{\tau \cdot b \cdot j_t \cdot \cot \theta}{2 \cdot A_{st}} \quad (8) \quad \epsilon_x = \frac{f_{xdia} \cdot A_{st}}{(E_c b \cdot 2(h-d) + E_t A_{st})} \quad (9)$$

ここで、 h ：梁断面全背、 d ：梁引張鉄筋重心までの梁断面有効背
 E_t ：上、下弦材の弾性係数、 A_{st} ：上、下弦材の断面積

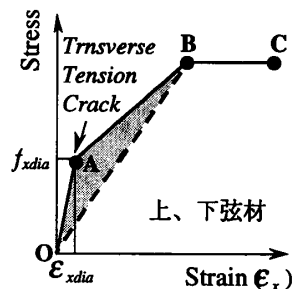


図8 上下弦材の応力-歪み関係

4. 解析結果

4.1 分析データ

ここで提案する解析法及び既往のせん断強度式と実験値との比較を、付着割裂破壊を起こしていない総100体の梁せん断実験データを用いて行った。その内、主筋が曲げ降伏する前にせん断破壊を起こしたものが65体、曲げ降伏後、せん断破壊を起こしたものが35体であった。図9は曲げ降伏以前にせん断破壊を起こした65体の試験体の試験体のパラメータ範囲を示している。図9のa)はせん断スパン比の分布を示している。コンクリート強度 f'_c の分布は30MPa前・後が多いが、50MPa以上も25体、70MPa以上のものも15体ある (図9のb))。せん断補強筋量 $p_w f_{wy}$ 及び主筋量 $p_y f_y$ の分布はそれぞれ図9のc)とd)に示されている。

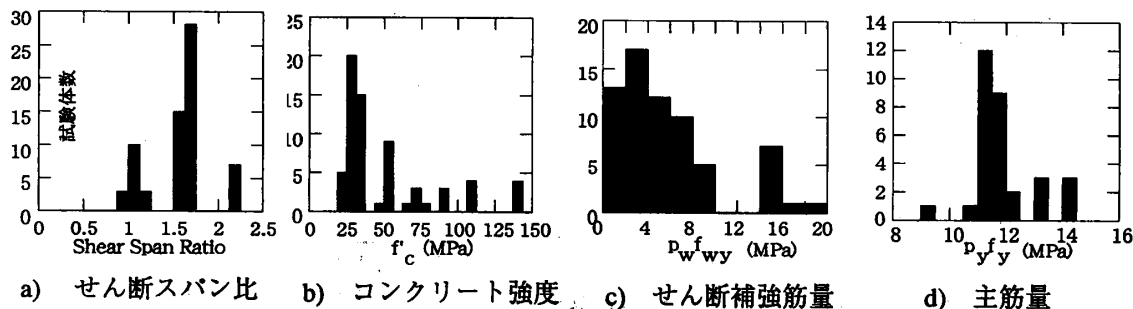


図9 試験体形状及び使用材料の分布

4.2 提案せん断理論と既往のせん断強度式との精度比較

本提案の解析的手法、大野・荒川式[11]、ACI Code[12]、NZS Code[13]、指針A法[1]によるせん

断強度算定値と、先に述べた梁実験結果との比較を行った(図10)。

図の横軸は最大せん断耐力解析値 V_{ana} を、その部材が解析上の曲げ耐力に到達したときのせん断耐力 V_f で除した値であり、縦軸は実験における最大耐力 V_{exp} を同じく V_f で除した値である。データには主筋の曲げ降伏後せん断破壊を起こすデータも含んでいるが、図中に示された平均値、標準偏差、変動係数の値は、実験において曲げ破壊を生じていないと判断されるもの、ここでは $V_{exp}/V_f \leq 0.9$ の試験体65体に対して求めた。提案の解析法に、骨材のかみ合い作用を表すものとしてWalraven式(式(2)、(3))及びLi-Maekawa式(式(4)、(5))を適用した結果、どちらを用いても既往のせん断強度式より高い精度を示した。また、図10のe)とf)の比較より、Li-Maekawa式を適用した場合(変動係数11.1%)の方が、Walraven式を適用した場合(変動係数14.1%)より高い精度を示した。その理由としては、Walraven式を用いた場合、解析によって先に述べた3つの破壊モードが現れるが、そのうち破壊モードSTFに対しては全般的に解析値が実験値より小さかったことが挙げられる。一方、Li-Maekawa式を用いた場合、破壊モードSTFが現れず、Walraven式を用いた場合に破壊モードSTFと判定された梁は全て破壊モードSYCFを示した。すなわち、Li-Maekawa式を用いた場合のせん断破壊モードはSCFとSYCFの2つのみになった(極めて $p_w f_{wy}/f'_c$ が小さい場合は除く)。このような違いは、Walraven式及びLi-Maekawa式の与える骨材かみ合い効果の違いによることは明らかであるが、破壊

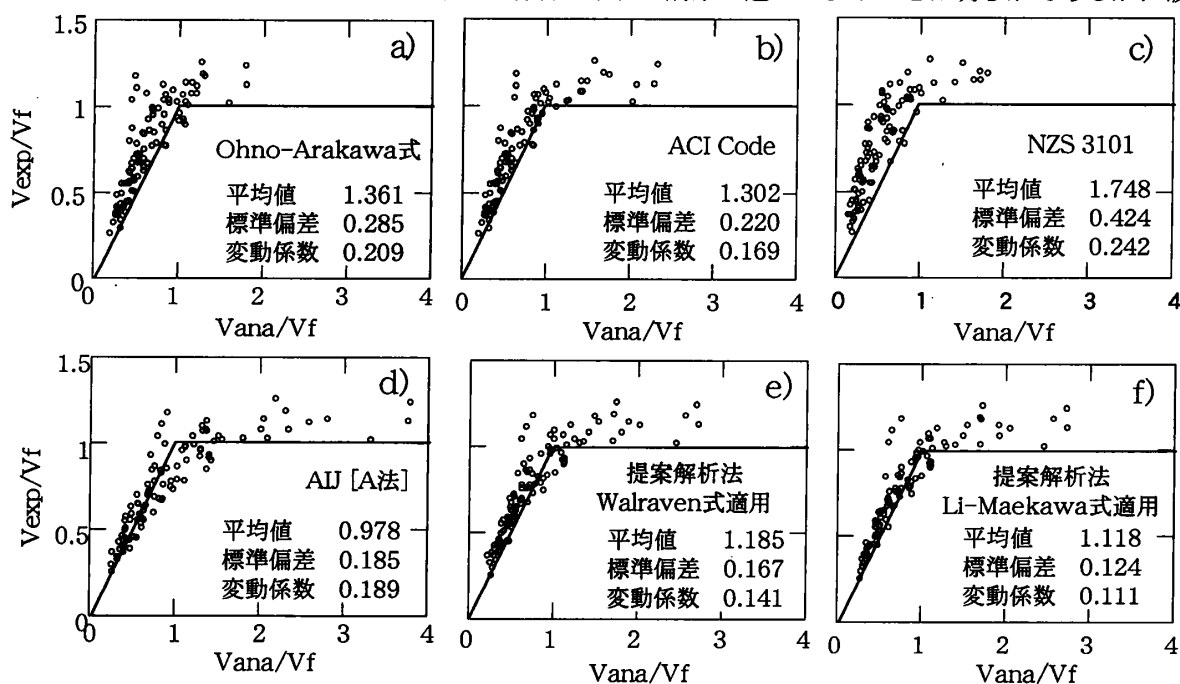


図10 提案解析方法及びその他提案式の精度検証結果

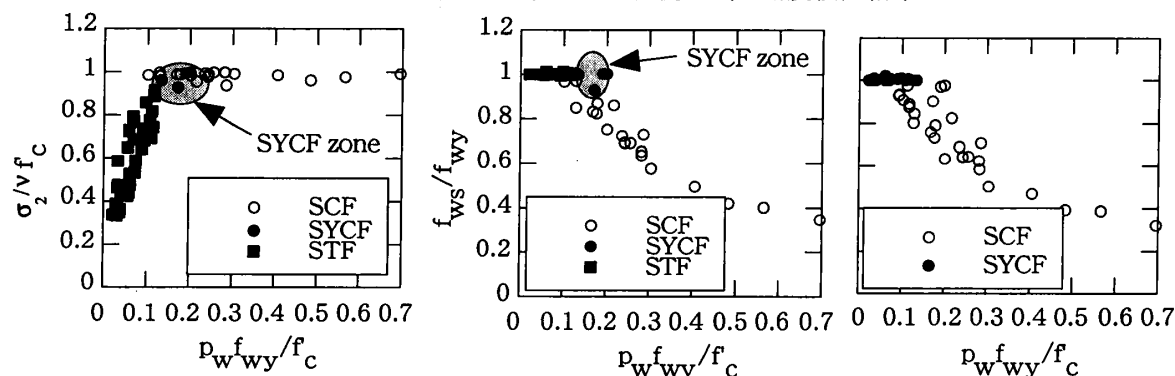


図11 $\sigma_2/vf_c - p_w f_{wy}/f'_c$ の関係
(Walraven式適用)

a) Walraven式適用 b) Li-Maekawa式適用

図12 $f_{ws}/f_{wy} - p_w f_{wy}/f'_c$ の関係

モードに骨材のかみ合い作用が影響するという解析結果は、極めて興味深い。

4.3 コンクリート圧縮強度 f_c とせん断補強筋量 $p_w f_{wy}$ との関係

図11はWalraven式を適用した場合の $\sigma_2 / \sqrt{f_c} - p_w f_{wy} / f_c$ の関係を示している。Li-Maekawa式を適用した場合には、先に述べたようにSTF破壊モードが見られなかった（破壊モードはSYCF又はSCFであった）為、常に、 $\sigma_2 / \sqrt{f_c} = 1$ になっておりここでは図を略した。図12のa)とb)はそれぞれWalraven式及びLi-Maekawa式を適用した場合の $f_{ws} / f_{wy} - p_w f_{wy} / f_c$ の関係を示している（ f_{ws} ：最大せん断耐力時のせん断補強筋応力）。図11及び図12を見ると $0.14 < p_w f_{wy} / f_c \leq 0.2$ の間に、破壊モードがSYCFからSCFに変化するせん断補強筋量がある。

5. まとめ

Kupferの提案モデルに基づき、骨材の噛み合い作用、横ひずみ及び圧縮強度の増大に共なって低下するコンクリート有効圧縮強度係数及びせん断補強筋の引張硬化性質等を考慮した増分型せん断解析を行い以下の結果を得た。

1) せん断ひび割れの発生からせん断破壊までのプロセスを追跡することができる増分型解析手法を提案し、それに基づいて破壊モードを、STF（せん断補強筋の降伏後、コンクリートが圧壊することなくせん断ひび割れの拡大によって最大耐力を示す）、SYCF（せん断補強筋の降伏後、骨材のかみ合いによってさらに耐力が上昇し最終的にコンクリートの圧壊によって最大耐力を示す）及びSCF（せん断ひび割れ発生後、せん断補強筋が降伏することなくコンクリートの圧壊によって最大耐力を示す）の3つに分類できることを示した。

2) 提案の解析方法により、鉄筋コンクリート梁のせん断強度を十分な精度で予知できる。

3) 新たに提案した有効圧縮強度係数式には十分な実用性がある。

謝辞

本研究の解析手法開発及び計算プログラム開発にあたって、清水建設の下垣内哲氏の協力と貴重な助言を頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針・同解説，1990.11
- [2] 松崎育弘，渡邊英義，他：鉄筋コンクリートにおけるせん断補強筋の補強効果に関する実験研究（その1，その2），日本建築学会，学術講演梗概集，pp.275-278，1991
- [3] 慶祐一，榎本浩之，他：高強度コンクリートを用いた梁のせん断強度に関する研究（その1，その2），日本建築学会，学術講演梗概集，pp.269-272，1991
- [4] H.Kupfer, H.Bulicek : A Consistent Model For the Design of Shear Reinforcement in Slender Beams With I- or Box-shaped Cross Section, International Workshop on Concrete Shear in Earthquake, Houston, U.S.A., pp. 256-265, 1991
- [5] Vecchio F., Collins M.P.: The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses, Publication No.82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1982
- [6] T.T.C. Hsu , A. Belarbi, X.B. Pang : Stress-Strain Relationships for Reinforced Concrete Member and Elements , International Workshop on Concrete Shear in Earthquake, Houston, U.S.A., pp. 43-54, 1991
- [7] 李 木煥允，下垣内哲，他：鉄筋コンクリート部材のせん断力伝達機構に関する研究，日本建築学会，学術講演梗概集，pp.897-898，1994
- [8] Nielsen M.P.: On the Strength of Reinforced Concrete Discs, Acta Polytechnica Scandinavica. Civil Engineering and Building Construction Series., No.70, 1971
- [9] Walraven J.C.: Experiments on Shear Transfer in Cracks in Concrete -Part2, Analysis of Results, Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Rpt.5-79-10, 1979
- [10] B.Li, K.Maekawa, H. Okamura : Modelling of Shear Transfer in Concrete Using Contact Density Function , International Workshop on Concrete Shear in Earthquake, Houston, U.S.A., pp. 226-235, 1991
- [11] 荒川卓：鉄筋コンクリートはりのせん断力抵抗に関する研究，日本建築学会論文報告集，pp.437-440,1960
- [12] ACI Committee 318 : Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary (ACT 318-89 / ACI 318R-89), American Concrete Institute Detroit, pp.149-151, 1989
- [13] NZS3101: Code of Practice for Design of Concrete Structures Part 1, Standard Association of New Zealand, pp.54-58, 1982