

## 論文 コンクリート梁の曲げ耐力における部材長寸法効果

小出 英夫\*<sup>1</sup> ・ 外門 正直\*<sup>2</sup>

要旨：コンクリート梁の曲げ耐力の部材長寸法効果を解明するため、断面4.5×4.5cm、純曲げ区間長5,7,9cmとなるコンクリート梁の曲げ破壊試験を各54本、計162本行った。その結果、 $P_n(m) = 1 - \{1 - P(m)\}^n$  ( $m$ :曲げ耐力,  $P(m)$ :基準となる長さの梁の曲げ耐力の確率分布関数,  $n$ :対象とする梁長と基準となる梁長の比,  $P_n(m)$ :対象とする梁の曲げ耐力の確率分布関数)で示される既存の直列モデル以上に曲げ耐力が低下することがわかった。そこで、筆者らは、 $P_n(m) = 1 - \{1 - P(m)\}^{n^2}$ で示される部材長寸法効果を評価する確率モデルを提案し、実験結果と良く一致することにより、その有効性を確認した。

キーワード：寸法効果, 確率論, 直列モデル, 曲げ耐力, コンクリート梁

## 1. はじめに

コンクリート部材の耐力に対して寸法効果が存在することは多くの研究者の実験により確認されており、その理論的な解明、評価には、破壊力学[1,2,3]、確率論[4,5]などが用いられている。しかし、梁の曲げ耐力における梁長の影響(部材長寸法効果)についてはあまり議論されていない。曲げ耐力における部材長寸法効果の確率論的アプローチとしては、対象とする梁を、断面耐力が互いに独立と考えられる間隔の長さ(基準となる長さ)の梁の連なったものとして考え、いずれかの基準となる長さの梁の破壊をもって、対象とする梁の破壊とみなす直列モデルが一般的である。しかし、コンクリートに対し、直列モデルの有効性は過去に実験的に評価されていない。

そこで、本研究では、曲げを受けるコンクリート梁の部材長寸法効果を解明するため、同一断面で純曲げ区間長が異なる梁の曲げ破壊試験を多数行い、実験結果に基づき直列モデルの有効性を検討した上で、より有効な確率モデルを提案することを目的とした。

## 2. 曲げ耐力における部材長寸法効果への直列モデルの適用

図-1に示す長さ $L$ の梁に正の曲げモーメント $M$ が作用しているとする。この梁を、断面耐力が互いに独立と考えられる間隔の長さ(基準となる長さ) $\lambda$ の梁に分割し、 $n$ 個連なったものとして考える。ここで、直列モデルは、 $n$ 個の基準となる長さの梁において破壊へ至るメカニズムが独立に発生するものとし、そのうち少なくとも1つが破壊することをもとの梁の破壊と見なす確率モデルであり、 $n$ によって寸法効果を評価している。よって、基準となる長さ $\lambda$ の各梁に同一の曲げモーメント $M=m$ が作用し、さらに各梁の曲げ耐力の確率分布関数が $P(m)$ で同一であるとすれば、純曲げ区間 $L(=n \cdot \lambda)$ の曲げ耐力の確率分布関数 $P_n(m)$ は、式(1)で示される。

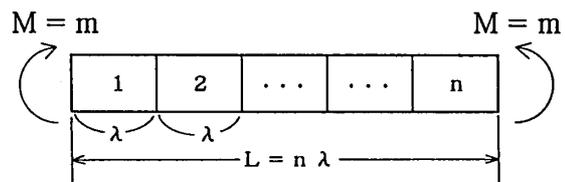


図-1 直列モデルの梁への適用

$$P_n(m) = 1 - \{1 - P(m)\}^n \quad (1)$$

\*1 東北工業大学助教授 工学部土木工学科、工博(正会員)

\*2 東北工業大学教授 工学部土木工学科、工博(正会員)

### 3. 予備実験

#### 3.1 実験概要

曲げ耐力を確率論的に評価するためには、多くの曲げ試験を行う必要がある。また、部材長寸法効果以外の耐力の変動要因をできる限り排除するためには、供試体作製から荷重に至るまで多くの制約条件があり、コンクリートは極めて困難な材料といえる。そこで、予備実験とし

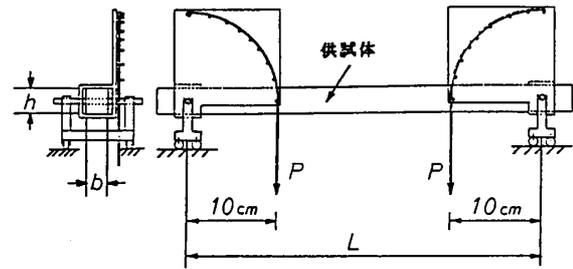


図-2 予備実験の供試体と荷重装置

て供試体に建設用断熱材(押出法ポリスチレンフォーム)を用い、直列モデルの有効性を検証した。

使用した供試体と荷重装置の1つを図-2に示す。両支点到モーメント荷重が作用し、供試体断面は $h=3.02\text{cm}$ ,  $b=2.5\text{cm}$ 、純曲げ区間長 $L$ は2,5,10,20,30,40cmの6シリーズとした。 $L=20,40\text{cm}$ は各50本、他は各100本、計500本分の有効なデータを曲げ試験より得た。 $L=2,5,10\text{cm}$ の実験は、せん断スパン20cmとした2点荷重曲げ試験により行い、純曲げ区間で破断したもののみ有効とした。すべての実験において、純曲げ区間に曲げモーメント $2.4\text{Nm}$ を1分間荷重した後、 $0.26\text{Ncm/s}$ で増加させた。なお、 $L=2,5,10\text{cm}$ と $L=20,30,40\text{cm}$ の供試体材料とは、ロットの違いから物性値が異なっており、実験結果にこの影響も含まれるため、これらの間での実験結果の比較はできない。

#### 3.2 実験結果

実験より得られた各シリーズの曲げ耐力のばらつきを図-3(a),(b),(c)の極値I型最小値分布確率紙上に示す。図中の実線が各純曲げ区間長 $L$ における、断面破断時の曲げモーメントの確率分布関数である。 $L$ が増大するに従い曲げ耐力の確率分布は耐力の小さい方へずれ、部材長寸法効果による耐力の低下を示している。また、 $L=20,30,40\text{cm}$ では、 $L=2,5,10\text{cm}$ と比較し、確率5%以下の部分で確率分布関数の傾きが異なっている。これは、断面の曲げ耐力に下限値に相当するものが存在し、 $L$ が長くなるに従い梁の曲げ耐力に影響を与えるためだと思われる。

#### 3.3 考察

実験に用いた供試体において、図-1に示した基準となる長さ $l$ の下限値が $2\text{cm}$ 以下であると仮定する。直列モデルが成立するならば、式(1)により、 $l=2\text{cm}$ 、 $P(m)$ を $L=2\text{cm}$ の実験結果より得た確率分布関数として、 $L=5\text{cm}$ における曲げ耐力の確率分布関数は $n=5\text{cm}/2\text{cm}=2.5$ とした $P_{2.5}(m)$ となる。一方、基準となる長さ $l$ の下限値が $2\text{cm}$ 以上である時、 $L=5\text{cm}$ の曲げ耐力の確率分布関数は、確率紙上で、 $P(m)$ と $P_{2.5}(m)$ の間となる。

図-3(a)の破線①は、 $L=2\text{cm}$ における実験値を設計上重要と考えられる曲げ耐力値の小さい方を直線で近似した確率分布関数である。破線②は、破線①を $P(m)$ としたときの、式(1)より導いた $L=5\text{cm}$ の理論上の曲げ耐力の確率分布関数 $P_{2.5}(m)$ である。同様に、図-3(b)の破線④は、 $L=5\text{cm}$ における実験値を直線で近似した確率分布関数である。破線⑤は、破線④を $P(m)$ としたとき、すなわち $l=5\text{cm}$ において式(1)より導いた $L=10\text{cm}$  ( $n=10\text{cm}/5\text{cm}=2$ )の理論上の曲げ耐力の確率分布関数である。破線②と $L=5\text{cm}$ の実験値、破線⑤と $L=10\text{cm}$ の実験値との比較から、実験値の方が理論値よりも耐力の小さい方にずれていることがわかった。以上の結果から、直列モデル以上に部材長寸法効果による耐力低下が生じる、新たな確率モデルの確立の必要性がわかった。

#### 3.4 曲げ耐力における部材長寸法効果を評価する確率モデルの提案

予備実験結果に基づき、理論的意味付けはしていないが、梁の曲げ耐力の部材長寸法効果を評価する確率モデルとして、式(2)を提案する。

$$P_n(m) = 1 - \{1 - P(m)\}n^2 \quad (2)$$

ここで、基準となる長さ  $l$  の下限値を  $x$  と仮定する。  
 $l=x, l=bx (b>1)$  のそれぞれの場合について、 $L=l$  における耐力の確率分布関数を  $P^1(m), P^2(m)$  とおく。これらを用いて、 $L=ax (a>1)$  における曲げ耐力の確率分布関数を式(2)より導き、 $P^1_a(m), P^2_{a/b}(m)$  とする。この時、式(3)の関係より式(4)に示すように同じ長さの梁の曲げ耐力の確率分布は一致する。よって、式(2)の確率モデルは、数学的に矛盾点はないといえる。

$$P^2(m) = 1 - \{1 - P^1(m)\}b^2 \quad (3)$$

$$P^2_{a/b}(m) = 1 - \{1 - P^2(m)\}(a/b)^2 = P^1_a(m) \quad (4)$$

図-3 (a), (b)の破線③, ⑥は、それぞれ破線①, ④を  $P(m)$  としたときの、式(2)より導いた  $L=5\text{cm}, 10\text{cm}$  の理論上の曲げ耐力の確率分布関数である。図-3 (c)の破線⑦は、 $L=20\text{cm}$  の実験値の曲げ耐力を確率5%以上で直線近似した確率分布関数であり、破線⑧, ⑨は、破線⑦を  $P(m)$  としたときの、式(2)より導いた  $L=30, 40\text{cm}$  の理論上の曲げ耐力の確率分布関数である。

理論値と実験値を比較すると、いずれも良い一致が認められる。これらの結果から、予備実験に用いた供試体においては、式(2)で提案した確率モデルにより、精度良く部材長寸法効果による曲げ耐力の変化を表すことができると思われる。

#### 4. 本実験

##### 4.1 実験概要

予備実験において、梁の曲げ耐力における部材長寸法効果の確認、および確率モデルの提案を行った。ここでは、コンクリート供試体の曲げ試験より、コンクリート材料においても同様であることを検証する。

供試体は、図-4に示す断面  $4.5\text{cm} \times 4.5\text{cm}$ 、せん断スパン  $8\text{cm}$  であり、純曲げ区間長  $L$  のみ  $L=5, 7, 9\text{cm}$  の3種類を用い、各54本、計162本について2点荷重曲げ試験を行った。荷重は、クローズドループ型油圧サーボ試験機を用い  $P=15\text{N/s}$  の荷重制御で行い、支点・荷重点部にはテフロンシートをはさんだ。コンクリート

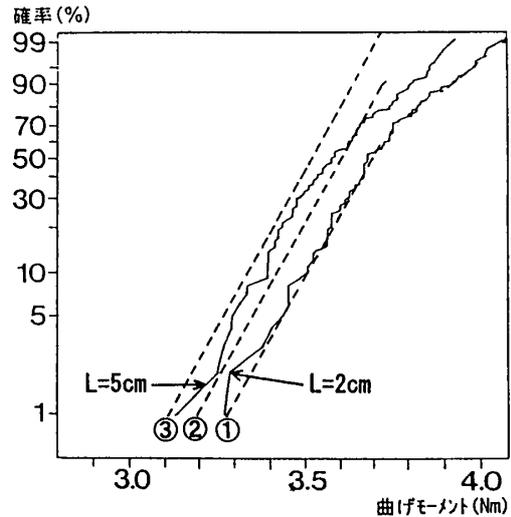


図-3 (a) 実験値と理論値の比較  
( $L=2, 5\text{cm}$ )

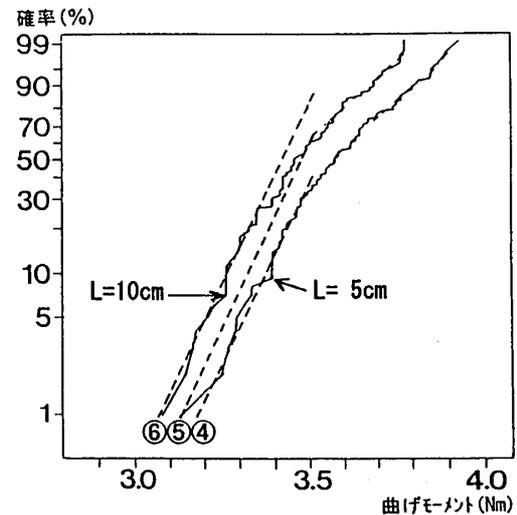


図-3 (b) 実験値と理論値の比較  
( $L=5, 10\text{cm}$ )

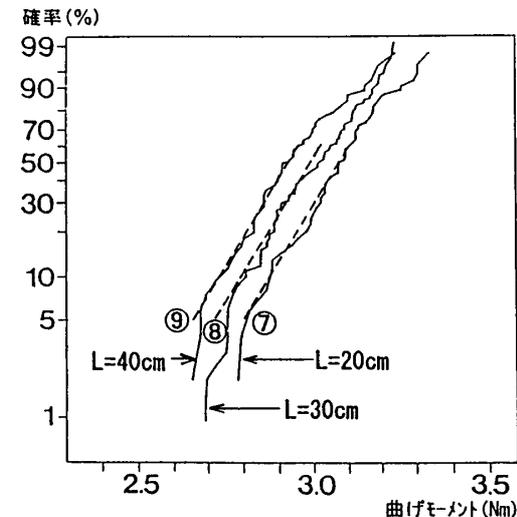


図-3 (c) 実験値と理論値の比較  
( $L=20, 30, 40\text{cm}$ )

打設面が、正面となるように設置した。

コンクリートの配合を表-1に示す。供試体の断面寸法を考慮し、粗骨材の最大寸法は10mmとし、圧縮強度は48.2N/mm<sup>2</sup>であった。

本研究では、曲げ耐力のばらつきを確率論的に評価するため、部材長寸法効果以外の耐力の変動要因をできる限り排除しなければならない。また、避けられない要因については、L=5,7,9cmのいずれかの供試体に偏ることな

く含まなければならない。そこで、162本の供試体は同一バッチのコンクリートで作成し、載荷直前まですべて同じ環境におき、さらに供試体の並べ方も、常にL=5,7,9cmの供試体1本ずつを交互に配置した。各供試体の載荷試験に至るまでの時間のずれの影響を避けるため、材令28日に水中養生槽から取り出し7日間以上乾燥させた後、L=5,7,9cmの供試体を1本ずつを交互に試験した。

なお、実験結果は、荷重-たわみ曲線より対称に正しく2点載荷されたもののみを有効とした。せん断スパン内で破壊したもので、補修用ボンドで破断面を接着することにより純曲げ区間の耐力に影響なく再試験が可能と判断されるものは、2回目の試験を行い供試体の再利用を図った。

#### 4.2 実験結果

表-2に試験結果を示す。供試体状況欄左において、Aは正しく2点載荷されたもの、Bは片方の載荷点に荷重が偏った（純曲げが生じていない）ものを示している。また、供試体状況欄右において、1, 2, 3は純曲げ区間長内で破断したもので純曲げ区間長内を3等分した左側、中央、右側での破断を示し、Xは純曲げ区間長外での破断を示す。純曲げ区間長外での破断は、純曲げ区間長内の耐力が実験により記録された値以上であると判断されるため、実験結果は純曲げ区間の真の耐力の下限值を示しているとして扱った。また、L=7cmのNo.14など、その後2回目の実験を行った結果、最大荷重が1回目の結果より小さくなった場合は、見た目では判断できなかったが1回目の試験の影響があったと考え、1回目のデータを有効とした。以上のことより、表-2中の斜体字の実験結果が有効データであり、標本数は、L=5cmで23個（内、純曲げ区間長内で破断し最大荷重が特定されるもの20個）、L=7cmで30個（同、26個）、L=9cmで36個（同、32個）となった。

図-5は、有効とされた供試体の破断位置の頻度分布である。図より、純曲げ区間内ではほぼ均等に曲げ破壊が発生していることがわかる。図-6は、有効データより導いたL=5,7,9cmにおける曲げ耐力の確率分布関数を、正規確率紙上にそれぞれ示したものである。有効データの中に純曲げ区間の真の曲げ耐力の下限值を示すものが含まれるため、この下限値の値をそのまま用いた確率分布関数を破線で、無限大として扱った場合を実線で示している。実線と破線の間に真の確率分布関数は存在すると考えられる。図-6より、予備実験と同様、コンクリート梁においても部材長寸法効果が現れていることがわかる。なお、予備実験と比較し有効データ数が少ないため、実験値より導かれた確率分布関数は、特に分布の裾付近で精度があまり良くないと考えられる。

#### 4.3 考察

図-6に示した確率分布関数を用い、式(1)の直列モデル、式(2)の梁の曲げ耐

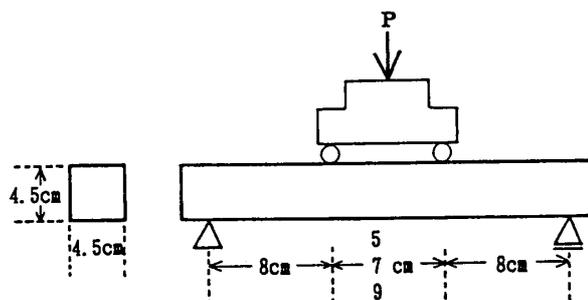


図-4 本実験の供試体と載荷装置

表-1 コンクリートの配合表

| 粗骨材の最大寸法 (mm) | スランブの範囲 (cm) | 空気量の範囲 (%) | 水セメント比 (%) | 細骨材率 (%) | 単 位 量 (kg/m <sup>3</sup> ) |        |       |       |       |
|---------------|--------------|------------|------------|----------|----------------------------|--------|-------|-------|-------|
|               |              |            |            |          | 水 W                        | セメント C | 細骨材 S | 粗骨材 G | 混和剤   |
| 10            | 5±1.0        | 4±0.5      | 50         | 45       | 190                        | 380    | 755   | 1022  | 0.076 |

表-2 コンクリート曲げ試験の結果

単位 (kN)

| No | 純曲げ区間長 5 cm |       |        |       | 純曲げ区間長 7 cm |       |        |       | 純曲げ区間長 9 cm |       |        |       |
|----|-------------|-------|--------|-------|-------------|-------|--------|-------|-------------|-------|--------|-------|
|    | 1回目         |       | 2回目    |       | 1回目         |       | 2回目    |       | 1回目         |       | 2回目    |       |
|    | 最大荷重 P      | 供試体状況 | 最大荷重 P | 供試体状況 | 最大荷重 P      | 供試体状況 | 最大荷重 P | 供試体状況 | 最大荷重 P      | 供試体状況 | 最大荷重 P | 供試体状況 |
| 1  | 2.116       | B     |        |       | 2.137       | B     |        |       | 1.833       | A     | 1      |       |
| 2  | 1.800       | B     |        |       | 1.773       | A     | 3      |       | 1.643       | A     | 1      |       |
| 3  | 1.815       | B     | 2.340  | A 2   | 2.150       | A     | 3      |       | 1.765       | A     | 2      |       |
| 4  | 2.127       | A     | 1      |       | 1.708       | B     |        |       | 1.895       | A     | 3      |       |
| 5  | 1.986       | B     | 2.299  | A x   | 1.779       | B     |        | 1.851 | B           |       |        |       |
| 6  | 2.150       | B     |        |       | 1.971       | A     | 1      |       | 2.221       | B     |        |       |
| 7  | 1.767       | B     |        |       | 1.817       | B     |        | 2.436 | B           |       |        |       |
| 8  | 2.000       | A     | 1      |       | 1.923       | B     |        |       | 1.668       | A     | 1      |       |
| 9  | 1.914       | B     |        |       | 1.651       | B     |        |       | 1.887       | A     | 1      |       |
| 10 | 2.164       | A     | 1      |       | 1.860       | B     |        |       | 1.706       | A     | x      |       |
| 11 | 2.120       | B     |        |       | 2.200       | A     | 2      |       | 1.629       | B     |        | 2.100 |
| 12 | 1.936       | A     | 2 x    |       | 1.925       | B     |        | 2.300 | B           |       |        | A 3   |
| 13 | 1.955       | A     |        | 2.017 | B           |       |        | 2.072 | A           |       |        |       |
| 14 | 2.045       | B     |        |       | 2.110       | A     | x      |       | 2.110       | A     | 3      |       |
| 15 | 2.211       | B     |        |       | 1.969       | B     |        |       | 2.009       | A     | 2      |       |
| 16 | 1.631       | A     | 3      |       | 1.608       | B     |        | 1.713 | B           |       |        |       |
| 17 | 2.061       | B     |        |       | 1.721       | B     |        | 1.761 | B           |       |        |       |
| 18 | 2.010       | B     |        |       | 1.969       | B     |        |       | 1.944       | A     | x      |       |
| 19 | 2.100       | B     |        |       | 2.086       | A     | 3      |       | 1.958       | B     |        |       |
| 20 | 1.985       | A     | 1      |       | 1.703       | B     |        |       | 1.919       | B     |        |       |
| 21 | 1.846       | B     |        |       | 1.732       | A     | 1      |       | 1.880       | A     | 1      |       |
| 22 | 2.055       | B     |        |       | 1.692       | B     |        |       | 1.751       | A     | 1      |       |
| 23 | 1.867       | B     |        | 2.060 | B           |       |        | 1.902 | A           | 2     |        |       |
| 24 | 2.063       | B     |        |       | 1.759       | A     | x x    | 2.040 | A           |       |        |       |
| 25 | 2.323       | A     | 2      |       | 2.310       | A     | x x    |       | 1.578       | B     |        |       |
| 26 | 2.006       | B     |        |       | 1.935       | A     | 3      |       | 1.722       | A     | 1      |       |
| 27 | 1.854       | B     |        |       | 2.130       | A     | x      | 1.917 | B           |       |        | 1.830 |
| 28 | 2.008       | A     | 2      |       | 1.898       | B     |        |       | 1.591       | A     | 2      |       |
| 29 | 1.824       | B     |        |       | 1.898       | A     | 1      |       | 2.046       | A     | 3      |       |
| 30 | 1.855       | B     |        |       | 1.875       | B     |        |       | 1.623       | A     | 2      |       |
| 31 | 2.090       | A     | 2      |       | 1.788       | A     | 2      |       | 1.833       | A     | 3      |       |
| 32 | 1.840       | A     | 3      |       | 1.586       | B     |        |       | 1.815       | A     | 3      |       |
| 33 | 2.050       | A     | 2      |       | 1.977       | B     |        | 2.159 | B           |       |        |       |
| 34 | 1.998       | A     | 1      |       | 1.876       | A     | 2      |       | 1.733       | A     | 3      |       |
| 35 | 2.045       | B     |        |       | 1.894       | A     | 3      |       | 1.936       | A     | 2      |       |
| 36 | 1.573       | B     |        |       | 1.602       | B     |        |       | 1.683       | B     |        |       |
| 37 | 1.900       | B     |        |       | 1.791       | A     | 2 x    |       | 1.749       | A     | 3      |       |
| 38 | 1.703       | B     |        |       | 2.023       | A     | x      |       | 1.991       | A     | 2      |       |
| 39 | 2.070       | A     | 3      |       | 2.130       | A     | 2      |       | 1.921       | B     |        |       |
| 40 | 1.682       | B     |        |       | 1.861       | B     |        | 1.985 | B           |       |        |       |
| 41 |             |       |        |       | 2.254       | A     | x      | 2.337 | A           | 2     |        |       |
| 42 | 1.908       | B     |        |       | 2.064       | A     | 1      |       | 2.060       | A     | 3      |       |
| 43 | 2.475       | A     | 2      |       | 1.898       | B     |        |       | 1.983       | A     | 3      |       |
| 44 | 1.779       | B     |        |       | 1.804       | B     |        |       | 1.537       | B     |        |       |
| 45 | 1.840       | B     |        |       | 1.943       | A     | 2      |       | 1.570       | A     | 1      |       |
| 46 |             |       |        |       | 2.154       | A     | 1      |       | 1.889       | A     | 2      |       |
| 47 | 2.135       | A     | 1      |       | 2.160       | A     | 1      |       | 2.114       | A     | x      | 1.871 |
| 48 | 1.912       | B     |        |       | 1.868       | A     | 1      |       |             |       |        | A     |
| 49 | 1.841       | B     |        |       | 2.210       | A     | 3      |       | 1.898       | A     | 2      |       |
| 50 | 2.234       | A     | 3 x    |       | 1.851       | B     |        |       | 1.874       | A     | 1      |       |
| 51 | 2.330       | A     | 1      |       | 1.960       | B     |        |       | 2.041       | A     | 1      |       |
| 52 | 2.380       | A     | 1      |       | 1.999       | A     | 1      |       | 2.080       | A     | x      | 1.905 |
| 53 | 2.447       | A     | 1      |       | 1.634       | A     | 3      |       | 2.110       | B     |        |       |
| 54 | 2.340       | A     | 2      |       | 1.855       | A     | 3      |       | 1.923       | B     |        |       |

力の部材長寸法効果を評価するとして提案した確率モデルの有効性を評価する。

図-7の実線①は、L=5cmにおける実験値の曲げ耐力の小さい方のみ（裾部分は除く）を直線で近似した確率分布関数である。破線②，③は、実線①をP(m)としたときの、式(1)より導いたL=7, 9cmの理論上の曲げ耐力の確率分布関数である。破線②，③の理論値とL=7, 9cmの実験値とのそれぞれの比較から、実験値の方が理論値よりも耐力値の小さい方（危険側）にずれており、式(1)に示した直列モデルはコンクリート梁の曲げ耐力の評価には適用できないことがわかった。

一方、図-7の実線④，⑤は、実線①をP(m)としたときの、式(2)より導いたL=7, 9cmの理論上の曲げ耐力の確率分布関数である。実線④，⑤の理論値とL=7, 9cmの実験値とのそれぞれの比較から、実線④，⑤は実験値と比較的良く一致しており、式(2)で提案した確率モデルは、精度良く部材長寸法効果による曲げ耐力の変化を表すことができると考えられる。

### 5. まとめ

本研究では、純曲げを受けるコンクリート梁の部材長寸法効果を解明するため、同一断面で純曲げ区間長が異なる梁の曲げ試験を多数行った。その結果、部材長の増大に伴う部材長寸法効果

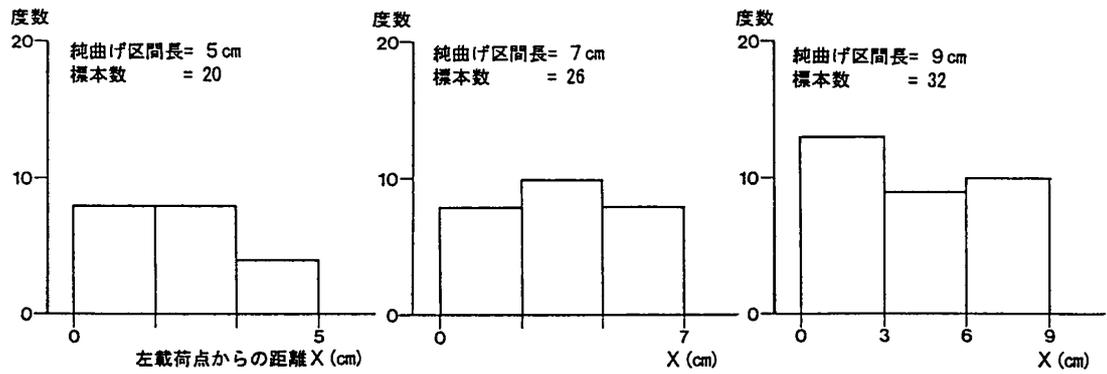


図-5 コンクリート供試体の破断位置の分布

による曲げ耐力の著しい低下が確認された。また、その耐力低下は、式(1)に示す確率モデルである直列モデルでは表せず、本研究で対象とした供試体については、式(1)以上に耐力の低下を表現する、著者らが提案した式(2)の確率モデルが有効であることがわかった。

今後は、より大きな断面、より長い純曲げ区間長のコンクリート供試体についても実験を行い、提案した確率モデルの有効性を評価し、また、直列モデルが成立しない原因が破壊メカニズムに起因するとの考えから、理論的側面からのモデルの意味づけを行いたい。

参考文献

- [1] 内田裕市, 六郷恵哲, 小柳 治: コンクリートの曲げ強度の寸法効果に関する破壊力学的検討、土木学会論文集 V, No. 442, pp. 101-107, 1992. 2
- [2] 日高重徳, 二羽淳一郎: コンクリート曲げ強度の寸法効果に対する各種要因の影響、コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 16, No. 2, pp. 33-38, 1994. 6
- [3] 六郷恵哲, 白井伸明, 内田裕市: コンクリートの破壊の数値解析の現状と課題、コンクリート工学, Vol. 32, No. 12, pp. 5-15, 1994. 12
- [4] 和泉正哲, 三橋博三: 確率過程理論に基づいたコンクリートの破壊理論、日本建築学会論文報告集, No. 310, pp. 1-9, 1981. 12
- [5] 小阪義夫, 谷川恭雄, 山田和夫: コンクリート強度に関する確率破壊モデルの適用性とその定量化、日本建築学構造系論文報告集, No. 352, pp. 10-21, 1985. 6

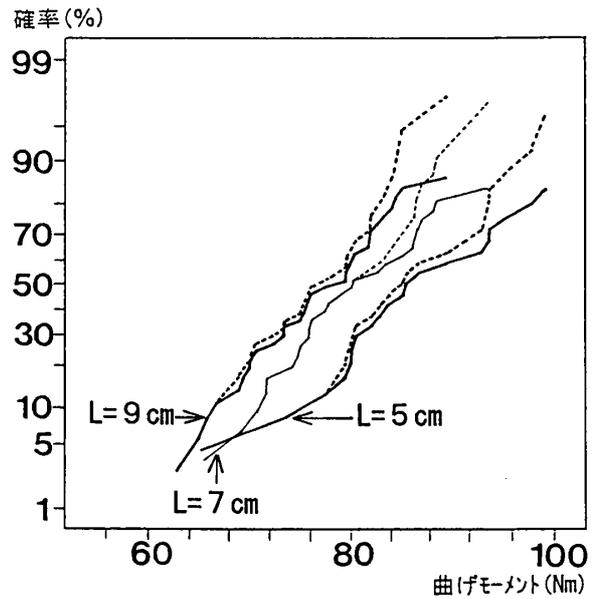


図-6 曲げ耐力の確率分布関数

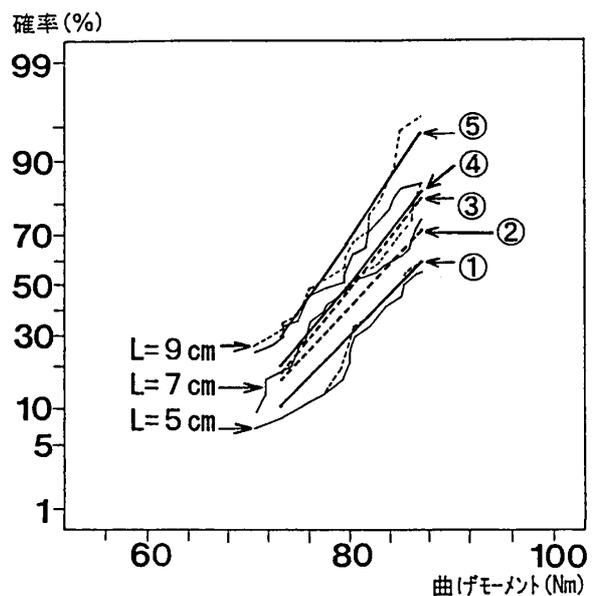


図-7 実験値と理論値の比較