

論文 圧縮応力下におけるコンクリートの応力ひずみ関係に関する 分岐理論的考察

江本雅樹*¹・丸山久一*²・池田清宏*³・本間紀雄*⁴

要旨：圧縮応力下におけるコンクリート及びモルタルの応力ひずみ曲線が、分岐理論の初期不整感度則に対して高い適合性を持つことから、コンクリート及びモルタルの応力ひずみ関係が分岐理論に支配されていることが明らかとなっている[1]。そこで、本研究では鋼繊維を含むコンクリート供試体の圧縮耐荷性状に分岐理論を適用した。結果、鋼繊維を含むコンクリート供試体の圧縮破壊性状が分岐理論によく従うことが検証できた。

キーワード：分岐理論、初期不整感度則、応力ひずみ曲線、鋼繊維補強コンクリート

1. はじめに

近年、混和材料の進歩によってコンクリートの多様化が進み、高流動コンクリート、高強度コンクリートといったコンクリートが使用されるようになってきた。しかしながら、コンクリートの耐荷力や破壊性状に関してはまだ物性論的に未解明な点が多い。また、コンクリートの高性能化が計られ、エネルギー関連施設などに高度化利用されることになったことで、コンクリートの破壊についてより高精度な予測手法の確立が必要になっている。そこで、今までのようにコンクリートの圧縮強度や引張強度などの材料特性だけでなく、より本質的な材料特性を数値計算に組み込む必要が出てきた。

一方、粒状体の滑り線形成に関する広範な研究から、その破壊メカニズムが分岐現象に支配されていることが明らかになってきている。池田ら[3,4]は初期不整が十分小さい場合には初期不整の影響を分岐理論により完全に記述できるとし、実験や解析結果に基づいてパラメータを求めることにより、応力ひずみ曲線を近似する漸近近似法を提案している[5]。

これまでの研究において池田が導いた初期不整感度則が、コンクリートの圧縮破壊性状に適用可能であるが示されている[1,2]。しかし、割裂等の影響による適用限界があることが問題となっている。そこで本研究では割裂の影響を押さえることにより、典型的な分岐挙動を得ることを目指し、鋼繊維補強コンクリートの応力ひずみ曲線に初期不整感度則を適用するのである。

2. 分岐理論

2.1. 不安定分岐と応力ひずみ曲線

材料の力学的挙動（応力ひずみ）が分岐現象に支配されている例を図-1に示す。分岐現象とは、応力ひずみ曲線で表されるシステムの釣合い状態が移動する現象であり、分岐時の釣合い点を分岐点と呼ぶ。分岐は分岐経路の傾きにより安定分岐（傾きが正）と不安定分岐（傾きが負）

*1 長岡技術科学大学大学院 建設工学専攻（正会員）

*2 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系、Ph.D.（正会員）

*3 東北大学教授 工学部土木工学科、Ph.D.

*4 新潟県

に分けられる。ここで、図-1は不安定分岐の例であり、この場合、釣合い経路は極大点を持つ。材料の構造及び状態が理想的であるとき、その応力ひずみ曲線は図-1の太線で示す経路（完全系の経路）をたどる。実際の材料には骨材の粒度分布、空隙やクラック等の不確定要因が存在するため、細線のような釣合い経路（不完全系の経路）をたどる。不完全系の釣合い経路に対して、完全系からのずれを初期不整変数 ε とする。初期不整変数 ε とは材料の不均一さ、欠陥等の様々な影響を示す一次元量である。しかし、初期不整変数を実際の供試体に対して定義することは困難である。

図-2に初期不整変数 ε が応力ひずみ曲線に及ぼす影響を概念的に示す。図-2に示す初期不整感度則の検討のための直線 $\delta P + h \delta u = 0$ (h は直線の傾き) 上の完全系の分岐点からのひずみの変動量 $\delta u |_{\delta P + h \delta u = 0}$ とピーク応力の完全系の分岐点からの変動量 δP_c に対しては、それぞれ初期不整変数 ε との関係が導かれており、両関係式から ε を消去することにより、初期不整変数自体が解明できなくともこの両変動量の関係に対する検討が可能である。

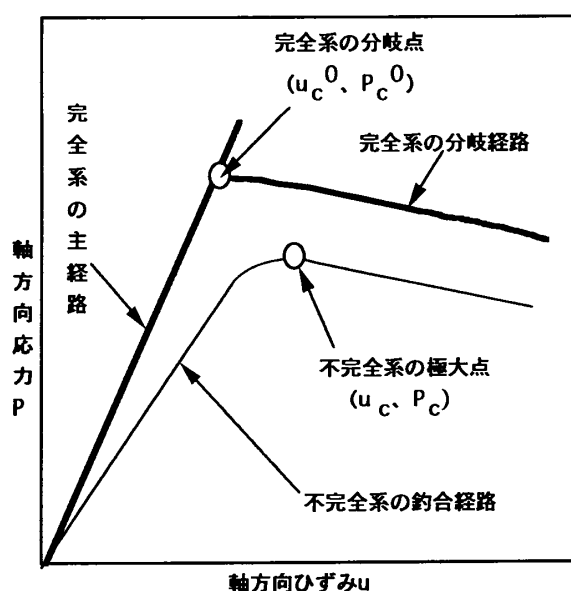


図-1 分岐現象の例

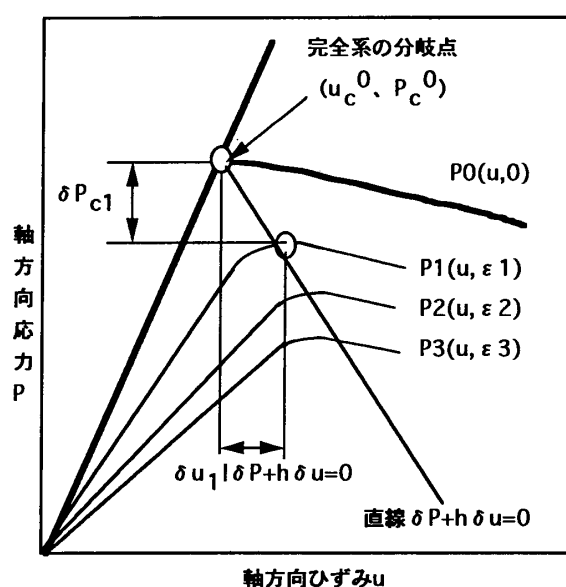


図-2 初期不整と応力ひずみ曲線

2.2. 初期不整感度則

分岐現象に支配される応力ひずみ曲線は分岐方程式によって表される。池田ら[3]は構造系の非線形の釣合い式から、分岐現象の釣合い経路を表す分岐方程式(1)を誘導している。

$$\left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{1/2} \delta P + p \left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{3/2} + q\varepsilon + \text{高次項} \quad (1)$$

ここに、 $\delta u \equiv u - u_c^0$ 、 $\delta P \equiv uP - P_c^0$ 、 u は軸方向変位、 P は軸方向荷重、 ε は初期不整変数をそれぞれ表す。また、 p, q, E はパラメータである。分岐方程式(1)を用いて次の2つの関係式が導かれる。

$$\delta P_c \equiv P_c - P_c^0 = - \left(\frac{27pq^2}{4} \right)^{1/3} \varepsilon^{2/3 + \text{高次項}} \quad (2)$$

ここに、 δP_c は完全系の分岐荷重 P_c^0 と不完全系の極大点の荷重 P_c の差、 δu_c は完全系の分岐点 u_c^0 と不完全系の極大点の変位 u_c の差である。式(2)は δP が漸近的に ε の $2/3$ 乗に比例することを表す Koiter が発見した有名な法則である。分岐点を通る直線 $\delta P + h \delta u = 0$ における変位に対する式と上述の漸近式(1)、(2)より、

$$\delta u \Big|_{\delta P + h \delta u = 0} \propto (-\delta P_c) \quad (3)$$

式(3)のような比例関係が得られる。コンクリートの応力ひずみ曲線に式(3)の関係が認められるか否かが本研究の主な検討項目である。

2.3. 圧縮強度の確率密度曲線

式(3)を実験結果に適用するためには、ケースごとに完全系の分岐荷重（圧縮荷重） P_c^0 が得られていなければならない。この完全系の分岐荷重 P_c^0 を推定するために圧縮強度の確率密度関数を用いる。池田ら[5]は初期不整変数 ε が正規分布に従うと仮定したときの圧縮強度の確率密度関数 $f(P_c)$ を誘導している。

$$f(P_c) = \frac{3(P_c - P_c^0)^2}{2(C_0 \sigma^{2/3})^3} \exp \left(- \frac{1}{2} \left[\frac{P_c - P_c^0}{C_0 \sigma^{2/3}} \right]^2 \right) \quad (-\infty < P_c < P_c^0) \quad (4)$$

式(4)において、期待値 $E[P_c]$ 、分散 $\text{Var}[P_c]$ を求めると次のようになる。

$$E[P_c] = P_c^0 - 1.13 C_0 \sigma^{2/3}, \quad \text{Var}[P_c] = (0.409 C_0 \sigma^{2/3})^2 \quad (5)$$

この期待値 $E[P_c]$ 、分散 $\text{Var}[P_c]$ に対し、それぞれ実験結果から得られる圧縮強度の平均標本、標本分散を用いることにより圧縮強度の確率密度関数 $f(P_c)$ が計算できる。この確率密度関数の上限値として完全系の分岐荷重 P_c^0 を得ることができる。

3. 実験概要

3.1 使用材料・配合

今回使用した材料・配合をそれぞれ表-1、2に示す。本実験では分岐現象に粗骨材の影響を与えないようにするためモルタルを対象としている。また、供試体の急激な崩壊を防ぎ、滑らかな応力ひずみ曲線を得るため、モルタル中に鋼繊維を添加した。鋼繊維は長さ 30mm、直径 0.5mm、アスペクト比 60 の両端フック付きのものを使用し、添加量はセメン

表-1 使用材料

セメント	普通ポルトランドセメント	比重 3.16
細骨材	信濃川産川砂	比重 2.56 F.M. 2.68
水	水道水	
AE 剤	特殊アニオン系界面活性剤	I 種
繊維	B 社製鋼繊維	

表-2 配合

名称	W/C	s/a	単位量 (kgf/cm ³)			AE 剤 (%-C)	繊維添加 率(%-C)
	(%)	(%)	W	C	S		
f05	50	100	313	625	1255	0.01	0.5

ト量に対し 0.5%とした。

3.2. 圧縮試験

圧縮試験は 1 ケースにつきサンプル数を 15 本程度とし、それぞれ荷重変位曲線を求めた。圧縮試験に用いた供試体は $\phi 10 \times 20\text{cm}$ の円柱供試体である。

4. 実験結果及び考察

4.1. 圧縮応力及び分岐応力 P_c^0

圧縮試験により得られた圧縮応力の平均値、標準偏差、および平均値と標準偏差から式(4)、(5)を用いて計算した完全系の分岐点の応力 P_c^0 を表-3 に示す。

表-3 圧縮試験結果

名称	平均圧縮応力(MPa)	標準偏差(MPa)	完全系の分岐点の応力(MPa)
f0.5	45.01	6.55	51.04

4.2. 応力ひずみ曲線

図-3 に圧縮試験から得られた応力ひずみ曲線を示す。完全系の分岐点の位置 (u_c^0 , P_c^0) を求めるにあたり、 P_c^0 は表-3 の値を参考にした。そして、 P_c^0 , u_c^0 , h の値を種々に変化させ式(3)の比例関係を最も満たすような P_c^0 , u_c^0 を求め、これをこのケースの完全系の分岐点とした。

図-3 の応力ひずみ曲線において主経路はほぼ同一であるが、滑らかなピークを持つ分岐のものと主経路上で破壊に至るものに分けられる。

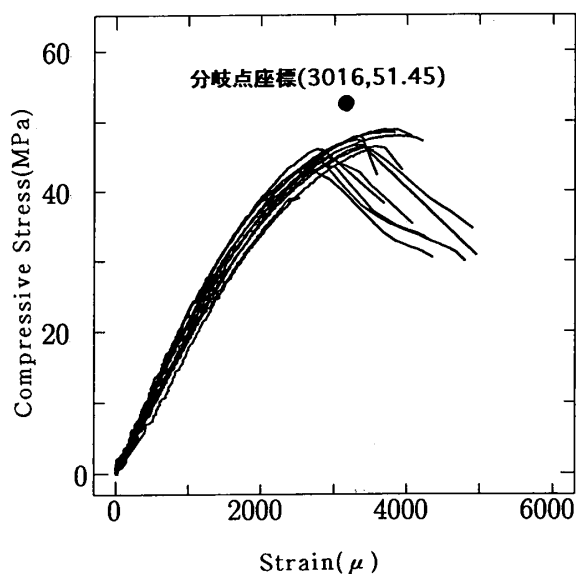


図-3 応力ひずみ曲線 (f05)
(f05 鋼繊維添加率 0.5%)

4.3. 初期不整感度則に対する検討

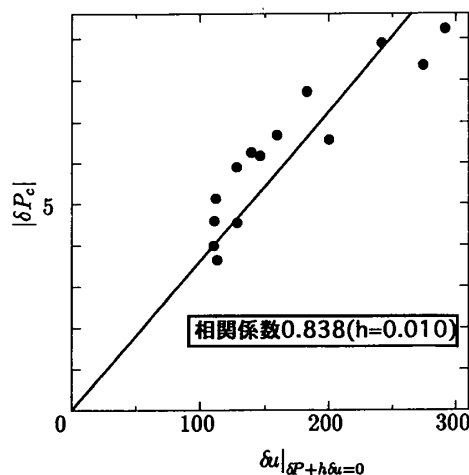


図-4 初期不整感度則の適合性(全体)

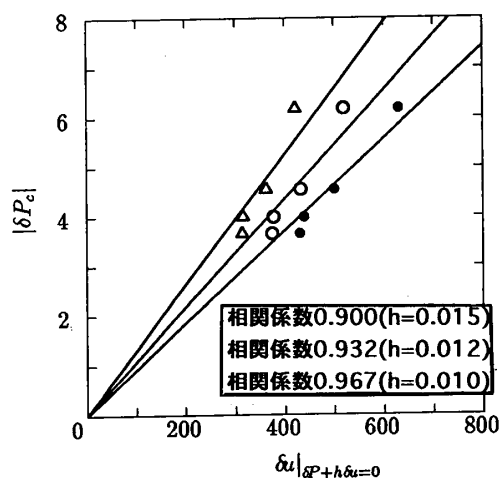


図-5 初期不整感度則の適合性(分岐)

本実験より得られた応力ひずみ曲線に対し、式(3)の関係を適用した結果を図-4に示す。

図-4より原点を通る直線によく乗っており、相関係数も0.838であることから初期不整感度則に対して高い適合性を持っていることが分かる。また、図-5に示すように滑らかなピークを持つ分岐のもの(分岐に支配されているもの)の初期不整感度則に対する検討では非常に高い適合性が得られた。

4.4. 応力ひずみ曲線のシミュレーション

図-6、7は解析によって得られた各種パラメータ p 、 q 、 ε 、 E をもとに、実験で得られた応力ひずみ曲線を式(1)で表される分岐方程式によりシミュレーションしたものである。図中の実線は実験曲線を、破線は理論曲線を示している。また、図-6は分岐に支配されているものであり、図-7は主経路上で破壊したものである。図-6に示すように分岐に支配されているものは実験曲線と理論曲線がよく一致しており、初期不整変数 ε を変化させてもよく一致している。このことから圧縮破壊に対して分岐が関わることが分かる。

また、図-6、7において実験曲線を比較すると、主経路上で破壊したもの(図-7)はヤング率 E が分

岐現象を示しているもの(図-6)よりも大きくなっていることが分かる。

よって、鋼繊維補強モルタルの破壊形態には分岐に支配されているものと主経路上での割裂の2種類があり、初期不整が十分小さい時は分岐に支配され、初期不整が分岐理論の適用範囲を越える時は

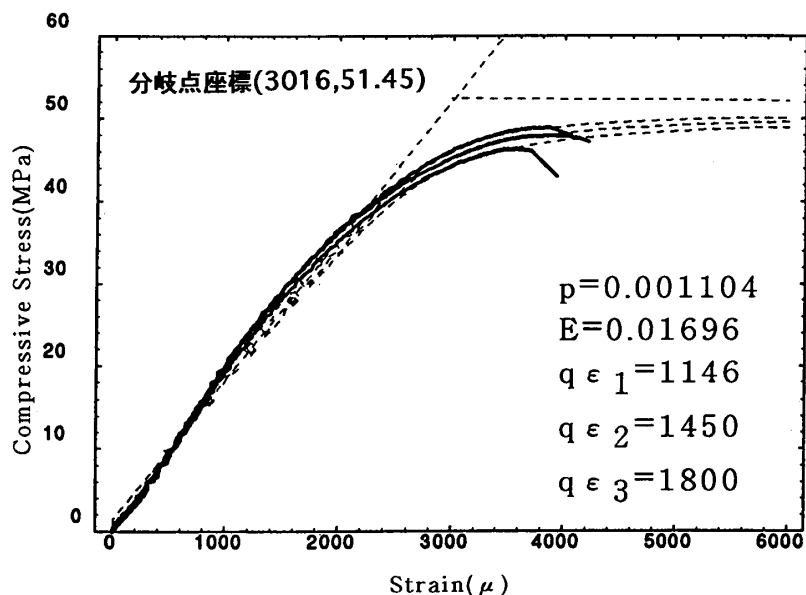


図-6 シミュレーションの例(分岐)

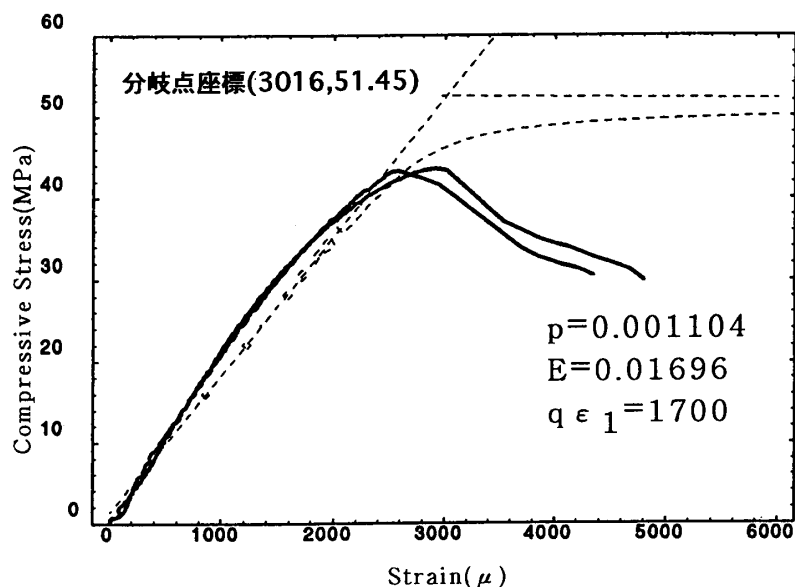


図-7 シミュレーションの例(主経路上で割れ)

主経路上での割裂を起こすと考えられる。

5. まとめ

本研究の結果を以下にまとめる。

- (1)初期不整感度則は、鋼繊維を添加し割裂の影響を押さえたモルタルに対して適合性が高い。このことから、コンクリートの圧縮性状が分岐現象に支配されていることが示せた。
- (2)分岐に支配されている実験結果に対して、応力ひずみ曲線を分岐方程式によりシミュレーションすることが示された。このことからコンクリートの圧縮破壊現象が分岐理論により説明できる可能性が示された。
- (3)実現象として鋼繊維補強コンクリートの破壊を考えた場合、分岐による破壊と主経路上での割裂による破壊が起こっていることが考えられる。分岐から割裂への移行は初期不整の大きさに左右されるものと考えられ、初期不整が分岐理論の適用範囲を越える場合は割裂へと移行すると考えられる。

【参考文献】

- [1]石田仁、丸山久一、池田清宏、長谷川正人：コンクリートの圧縮破壊性状に関する分岐理論的考察、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.17,No.1,pp.475~480,1995
- [2]長谷川正人、丸山久一、池田清宏：内部欠陥を有したコンクリートの圧縮破壊性状に関する研究、長岡技術科学大学修士論文、1996
- [3]池田清宏、岩熊哲夫、中沢正利、後藤聡、掘宗朗：初期不整感度則による分岐特性の漸近近似法、構造工学論文集 Vol.39A、1993
- [4]Ikeda,K. and Goto,S : Imperfection Sensitivity for Size Effect of Granular Materials, Soil and Foundations Vol.33,No.2,pp.157-170,1993
- [5]池田清宏、室田一雄、丸山久一、柳澤栄司：材料の強度変動の統計理論、構造工学論文集 Vol.41A、1995
- [6]Koiter,W.T.(1945) : On the stability of elastic equilibrium, Dissertation.Delft,Holland, (English translation:NASA Tech.Trans. F10, 1967).
- [7]本間紀雄、池田清宏：鋼繊維補強コンクリートの分岐挙動の記述、東北大学卒業論文、1998