

論文 ディビエーターでの摩擦を考慮した外ケーブル方式 PC 桁の 非線形 FEM 解析

寺尾大輔^{*1} ・ 田邊忠顕^{*2}

要旨：本研究はディビエーターでの摩擦による PC 鋼材のひずみの変化を考慮して、アンボンド PC 構造物に適用する骨組応力解析手法に筆者らの研究室で修正、拡張したマイクロプレーンモデルを組み入れた非線形 FEM 解析を構築し、実構造物の終局状態を計算したものである。解析にはバンコク第 2 高速道路の実物大破壊試験のデータを利用し、その結果と比較・検討し、解析手法の妥当性を検証した。

キーワード：ディビエーターでの摩擦、外ケーブル、マイクロプレーン、FEM 解析

1. はじめに

PC 構造物の挙動は、プレストレス用のケーブルがコンクリート本体に十分付着しているかどうかによって本質的に異なり、付着が存在すれば、はりとして一般に取り扱える部材も付着が存在しない場合にはタイドアーチ的取り扱いが必要となってくる。従来、PC 構造物の設計においては、この種の取り扱いが厳密に成されておらず、確固とした解析方法が存在しなかった。

しかし昨今、外ケーブル方式の使用が次第に増大してきており、その解析手法の確立が重要と考えられる。

本研究では、ケーブルのひずみを鋼材位置でのコンクリートのひずみにより表し、外ケーブル方式 PC 構造物に適用するプレストレス骨組応力解析手法を有限要素法によって試みたものであり、その際ディビエーターでの摩擦による PC 鋼材のひずみの変化を考慮に入れて、解析の定式化を提案するものである。また、コンクリートの非線形性を筆者らの研究室で修正、拡張されたマイクロプレーンモデルによって表し、非線形解析を行った。

2. 有限要素法による定式化

ポテンシャルエネルギー式の定式化にあたって、断面のコンクリート部分におけるひずみ分布は平面保持を仮定して線形とし、せん断変形を無視した。これらの仮定のもとで、付着の有無を考慮した増分型のポテンシャルエネルギー $\Delta\pi$ は(1)式のように成り立つ。

$$\Delta\pi = \Delta U_c + \Delta U_s + \Delta V + \Delta U_f \quad (1)$$

ここに、 ΔU_c ：コンクリート部分のひずみエネルギー、 ΔU_s ：PC 鋼材のひずみエネルギー
 ΔV ：外力によるポテンシャルエネルギーの増分、 ΔU_f ：PC 鋼材とコンクリートの間のすべり摩擦を等価なバネに置き換えたときのエネルギー増分

コンクリート部分のひずみエネルギー増分 ΔU_c は(2)式のように、各荷重段階での同一コンクリート部分におけるひずみエネルギー増分の総和によって定義される。

^{*1} 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

^{*2} 名古屋大学大学院教授 工学研究科 土木工学専攻、工博 (正会員)

$$\Delta U_c = \frac{1}{2} \iint_{VOL} E_c \Delta \varepsilon_{ci}^2 dV di \quad (2)$$

ここに、 E_c : コンクリートの剛性

$\Delta \varepsilon_{ci}$: コンクリートのひずみ増分量、 i : 要素

付着力が完全で、鋼材とコンクリートの間にすべりが存在しない場合には、ケーブルのひずみ増分は、鋼材位置のコンクリートのひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{cs}$ と一致しなければならない。しかし、付着力が全く存在しないアンボンドケーブルのような場合には、鋼材内のひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{sa}$ は、鋼材の一方の端から、他方の端まで、(3)式のような同一の式で表すことができる。

$$\Delta \varepsilon_{sa} = \frac{1}{L} \int_0^L \Delta \varepsilon_{cs} dx \quad (3)$$

ここでディビエーターによる摩擦を考慮すると、鋼材の両側のひずみ、例えば図-1で示すところである $\Delta \varepsilon_{s(i)}$ と $\Delta \varepsilon_{s(i+1)}$ の間にはひずみに差が生ずることとなる。このひずみの差はディビエーターの形状や性能に依存するものと考え、(4)式のような定数 k_i を考えてみることにした。しかしこの摩擦係数の定義は本研究独自のものであり、クーロン摩擦の延長上のものとする。

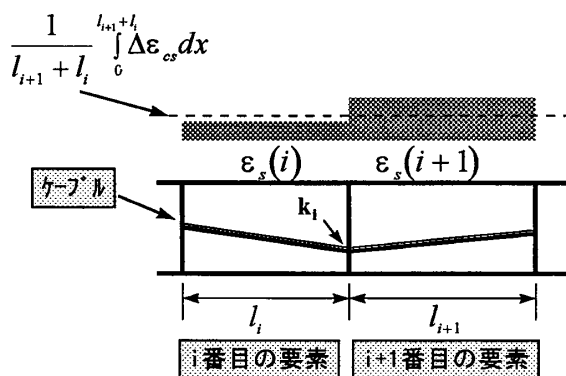


図-1 ディビエーターでのひずみの差

$$\Delta \varepsilon_{s(i+1)} - \Delta \varepsilon_{si} = \frac{k_i}{l_{i+1} + l_i} \int_0^{l_{i+1}} \Delta \varepsilon_{cs} dx \quad (4)$$

一方、鋼材全体の変位増分の総和は、コンクリートの変位増分の総和と一致しなければならず、(5)式が成立する。

$$\sum_{i=1}^n l_i \Delta \varepsilon_{si} = \int_0^L \Delta \varepsilon_{cs} dx \quad (5)$$

よって、一本の鋼材における各々の直線部分のひずみは(6)式のようなになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{s1} \\ \Delta \varepsilon_{s2} \\ \Delta \varepsilon_{s3} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \varepsilon_{s(n-1)} \\ \Delta \varepsilon_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & \cdots & \cdots & l_{n-1} & l_n \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_0^L \Delta \varepsilon_{cs} dx \\ \frac{k_1}{l_1 + l_2} \alpha_1 \\ \frac{k_2}{l_2 + l_3} \alpha_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{k_{n-2}}{l_{n-2} + l_{n-1}} \alpha_{n-2} \\ \frac{k_{n-1}}{l_{n-1} + l_n} \alpha_{n-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{ここに、} \alpha_k = \int_0^{l_k + l_{k+1}} \Delta \varepsilon_{cs} dx$$

(6)式をふまえて、鋼材のひずみエネルギー増分 ΔU_s は(7)式のように与えられる。

$$\Delta U_s = \iint \frac{1}{2} \int_0^{l_{jkm}} E_s A_{s,km} \Delta \varepsilon_{sj}^2 dx dk dm \quad (7)$$

ここに、 E_s : PC 鋼材の剛性

$A_{s,km}$: m部材の k 鋼材の断面積

l_{jkm} : m部材の k 鋼材の直線部 j の長さ

$\Delta \varepsilon_{sj}$: ケーブルの直線部 j のひずみ増分

さらに、 ΔV 、 ΔU_f を表し、最小ポテンシャルエネルギーの定理を(1)式に用いることによって剛性方程式を求め、6 自由度を有する矩形はり要素を採用し、有限要素解析を行った。

3. 修正マイクロプレーンモデルの導入

PC 構造物においては、初期圧縮ひずみが解放されて 0 になるデコンプレッション状態までのひずみの増加は荷重の増加とともに線形的な増加を示す。しかしデコンプレッション状態を過ぎるとやがて、断面引張縁の最大応力がコンクリートの引張強度に達し、断面特性について非線形的な取り扱いが必要となってくる。

そこで本研究はこれを修正マイクロプレーンモデルを使ってコンクリートの非線形な挙動を表すことによって対処し、解析に取り入れることとした。

マイクロプレーンモデルによれば、マイクロひずみテンソル ε_n はマクロひずみテンソル $\overline{\varepsilon}_{ij}$ の構成要素であるという仮定を用いている。

$$\varepsilon_n = \overline{\varepsilon}_{ij} n_i n_j \quad (8)$$

山田ら¹⁾はミクロの応力-ひずみ関係を(9)式のような関係式で提案した。(図-2)

$$\sigma_n = E_n \varepsilon_n \exp \left[-A |\varepsilon_n|^p \right] \quad (9)$$

$$\text{ここで、} A = \frac{1}{p} \left| \frac{1}{\varepsilon_A} \right|^p$$

E_n : ミクロのヤング係数

ε_A : ミクロのピーク応力に対応するマイクロひずみ

p : 軟化曲線を支配するパラメータ

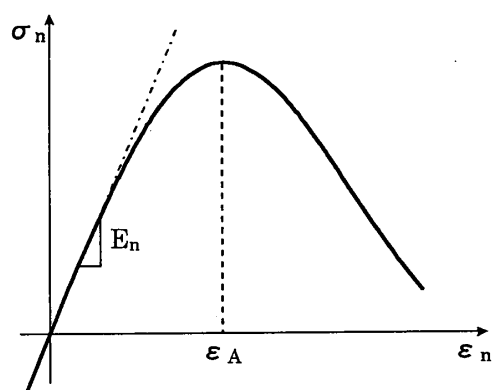


図-2 構成則

マイクロプレーンモデルによってミクロ挙動を考える場合、Farahat ら²⁾は骨材間のみでなく骨材とモルタルの接触も考慮しなくてはならないとし、(10)式のマクロ応力-マクロひずみ関係の構成則を提案した。

$$\Delta \overline{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \Delta \overline{\varepsilon}_{kl} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
\text{ここで、} D_{ijkl} = & \eta_1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[k_n^{C1} n_i n_j n_k n_l + k_t^{C1} (\delta_{ij} n_j n_k - n_i n_j n_k n_l) \right] \sin \phi d\phi d\theta \\
& + \eta_2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[k_n^{C2} n_i n_j n_k n_l + k_t^{C2} (\delta_{ij} n_j n_k - n_i n_j n_k n_l) \right] \sin \phi d\phi d\theta
\end{aligned} \quad (11)$$

η_1, η_2 : それぞれの骨材相互の接触、骨材とモルタルの接触についてのパラメータ

k_n : 節点でのミクロの $\sigma_n - \varepsilon_n$ から得られるミクロの垂直剛性

k_t : 節点でのミクロの $\tau_n - \gamma_n$ から得られるミクロのせん断剛性

本研究においては、断面内の各位置において応力状態が異なることによってその位置での剛性も異なる事を考慮するため、各要素の任意の断面を x 方向に M 等分、y 方向に N 等分し、各微小要素ごとに剛性を式(10)で示すところの D_{ijkl} に置き換えることにした。また、マイクロプレーンモデルで用いるミクロの材料パラメータは実験データからは得られなかったもので、推測のもとで仮定した。

4. 既存実験との比較

本解析の妥当性を検証するために、バンコク第2高速道路建設の際、その設計の妥当性を検証するために行った実物大破壊試験のデータを利用することとした。この実験はドライジョイント、外ケーブル方式のプレキャストドライセグメント桁を対象としており、セグメントを考慮していない本解析とは条件の差はあるが、その影響は少ないであろうと考えられ、これを採用することとした。

テストスパンは、14個のプレキャストコンクリートセグメントからなる幅 10.2m、全長 45.2m (支間 43.25m) の直線桁であり、4個のゴム支承によって単純支持されている。ケーブルはすべて外ケーブル方式であり、桁端の横桁またはスパンの約 1/4 点に位置するディビエーターに定着している。ケーブルの配置位置は図-3 で詳しく載せることとした。

この実験の解析にあたって、解析モデルは図-4 のように 26 要素のはり要素に分割し、ケーブルは一本一本座標位置を確定して、剛性マトリックスの中に取り込んだ。なお、コンクリートのクリープ、乾燥収縮、PC 鋼材のリラクゼーション等によるプレストレス力の減少は実験データ³⁾を参考にして初期ひずみとしてあつかった。

この実験の解析にあたって、たわみに影響がほとんどないと考えられる横桁や縦方向のハンチ、ディビエーター定着部は剛性、荷重とも無視した。また、正確な荷重載荷位置のデータがなかったもので、写真からの推測で載荷することとした。解析モデルは図-4 のように考えることとした。

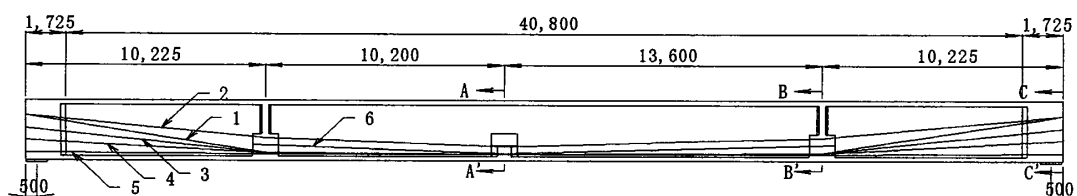


図-3 外ケーブル配置図

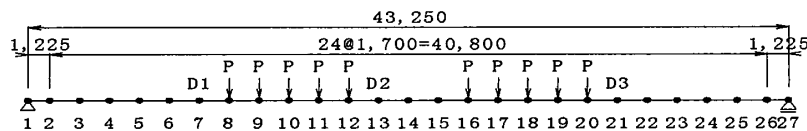


図-4 解析モデル

解析するにあたって、次の2ケースを考えた。

Case.1 : 全てのディベーターで $k=0$ とした場合。

Case.2 : 支間中央付近のディベーター(D2)では $k=K_i$ 、左側(D1)および右側(D3)では $k=K'_i$ とした場合。

表-1 材料特性

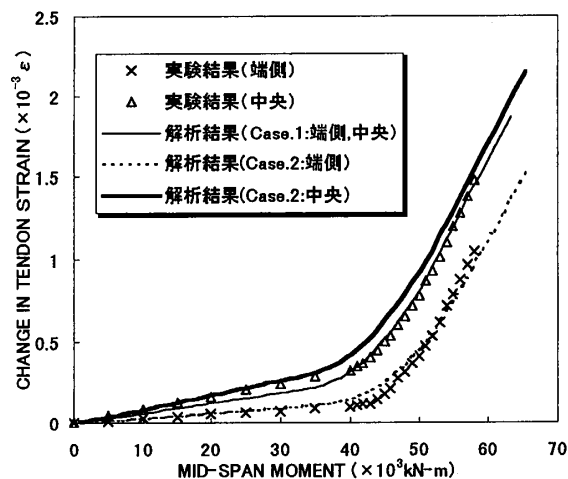
Material	Properties item	Average Figures
Concrete	Compressive strength	50Mpa
	Modulus of Elasticity	41,000Mpa
Tendons	Breaking strength	1,920Mpa
	Modulus of Elasticity	193,000Mpa

Case.1 において $k=0$ であるということはディベーターでの摩擦が存在せず、ケーブルのひずみもその左右で一定になるということで、Case.2 における K_i, K'_i は荷重段階 i における摩擦係数とし、解析においてはデコンプレッション状態までは $K=0, K'=1$ 、その後は終局状態まで各ステップ $K=0 \sim 0.2$ 、 $K'=1 \sim 0.8$ まで変動させた。解析は荷重制御とし、最大荷重 7,000kN まで行った。また、今回の解析で用いた材料パラメータを表-1 に示す。

5. 解析結果と実験値との比較

資料から実験値を読み出して解析値と併せてプロットしてみると、以下の図-5、図-6 および図-7 のようになった。

図-5 はケーブル No.1 のひずみとスパン中央モーメントとの関係をグラフにしたものである。ケーブル両端のひずみと中央のひずみで、特に線形領域に顕著な差が見られる。これは、ケーブルとディベーターの間に生じた摩擦によって引き起こされているものと考えられる。よって、摩擦を考慮していない Case.1 の場合この2つのひずみの中間あたりのひずみが計算された。非線形領域に入ると中央のディベーター(D2)にも摩擦が生じ始めてくるが、その摩擦は D1 や D3 のディベーターの摩擦に比べれば微少であり、逆にこれらのディベーターの摩擦が減少してくるため、端側と中央のケーブルひずみの格差はなくなっていく。現時点ではケーブルの偏向角と本研究の摩擦係数との関係がはっきりしていないため実験結果に追従して摩擦係数を決定せざるを得ないが、これが解明されればより実験値に近い解析結

図-5 スパン中央モーメントと
ケーブル(No.1)ひずみ

果が得られると思われる。

図-6 はスパン中央モーメントと断面上縁のコンクリートのひずみとの関係である。Case.1、Case.2ともに実験値とほぼ合致している。これは、修正マイクロプレーンモデルの有効性を表しているのだと思われる。しかし、終局荷重付近になると実験結果と多少差異が見られるようになってくる。これは、3次元で扱われているマイクロプレーンモデルを1次元のはり要素で解析するため、マイクロプレーンモデルにおいて軸方向のひずみのみに置き換え、計算した結果、生じたものだと考えられる。

図-7 のスパン中央モーメントとはりのたわみとの関係においても同様なことがいえる。

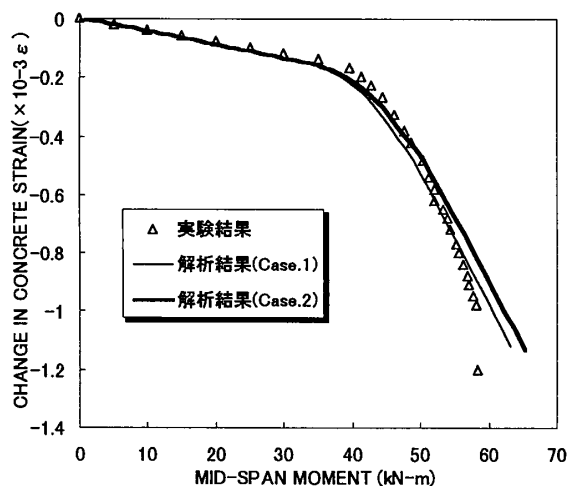


図-6 スパン中央モーメントと
コンクリートひずみ

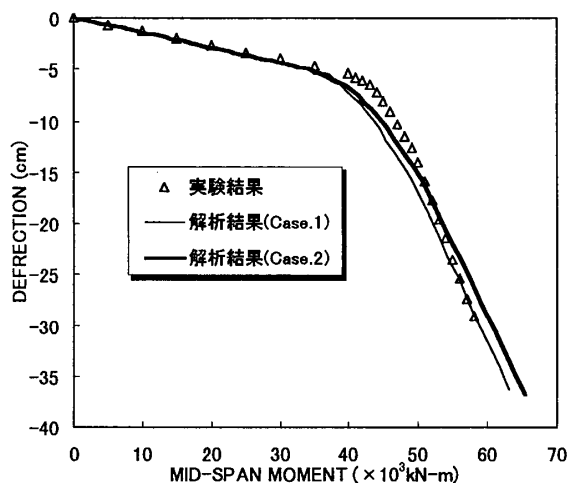


図-7 スパン中央モーメントと
スパン中央のたわみ

4. 結論

ディビエーターにおける摩擦によるひずみのアンバランスを摩擦係数 k で考慮することによって解析を行った結果、次のことが明らかになった。

- 1) 本解析により、ケーブル、コンクリートのひずみ、桁のたわみを表すことができ、ディビエーター付きの外ケーブル方式 PC 桁の解析設計がより精度良く行える。
- 2) k の値の違いでひずみに差が生ずるので、実際の状況で k の値を同定しておく必要がある。
- 3) k の値は、デコンプレッション状態を過ぎると一定値でなくなるため、載荷状況に応じて逐次 k の値を変化させなければならない。（ k の値はケーブルの偏向角によるため。）
- 4) マイクロプレーンモデルを採用することによってコンクリートの非線形挙動を表すことができ、より精度の高い解析を行うことができる。

今後の課題として摩擦係数 k と桁のたわみの間にどのような関係があるかを解明し、繰り返し載荷条件の下で解析を行っていくことを検討中である。

参考文献 1) 山田浩司、田邊忠顕：コンクリート構成則のマイクロプレーンモデルによる構築方法に関する実験的考察

2) Farahat, A.M., T. Tanabe : DEVELOPMENT OF CONCRETE MODELS BASED ON THE MICRO MECHANICS OF GRANULAR MATERIAL、名古屋大学博士論文、1993

3) 竹林稔雄、K. DEEPRASERTWONG、Y.W. LEUNG：ドライジョイント・外ケーブル方式のプレキャストセグメント桁の実物大破壊試験、プレストレスコンクリート、Vol.36, No.5, 1994, pp41-53