

論文 フレッシュコンクリート流動解析への MAC 法の適用

山田 義智^{*1}・大城 武^{*2}・榎田 佳寛^{*3}

要旨：本研究は、フレッシュコンクリートと同じビンガム流体とみなされる血液の構成則として用いられている bi-viscosity モデルを修正して用い、フレッシュコンクリートの運動方程式を MAC 法にて解く解析手法を示す。この解析手法を用いて、コンシステンシー試験として一般的であるスランプ試験におけるフレッシュコンクリートの流動シミュレーションを行い、得られた解析結果と既往の研究結果の知見とを比較検討し、本解析手法の有効性を示す。

キーワード：スランプシミュレーション、MAC 法、ビンガム流体、修正 bi-viscosity モデル

1. はじめに

近年、建設現場作業者の不足や高齢化等から、コンクリート打設施工時の合理化・省労力化がより一層望まれ、さらに高流動コンクリートや高強度コンクリート等の新しいタイプのコンクリートが開発された経緯もあり、フレッシュコンクリートの流動解析技術への関心が高まっている。

フレッシュコンクリートの流動解析手法としては、有限要素法やサスペンション要素法による森・谷川らの一連の手法¹⁻³⁾や、Chu・Machida らの個別要素法による手法⁴⁾等がある。一方、自由表面を有する流体の解析手法として汎用性のある差分解法の MAC (Marker and Cell) 法を用い、フレッシュコンクリートの流動解析を行った先駆的な例としては、小谷・神田による研究⁵⁾があるが、この研究では解析で得たコンクリートの流動状況を示すにとどまり、定量的な考察は行われていない。また、一般に降伏値を持つビンガム流体とされるフレッシュコンクリートの構成則を定式化して考慮していないため、降伏値を持つ物理的な意味を考慮していない。したがって、フレッシュコンクリートの流動解析への MAC 法の適用性の評価は十分になされているとは言えない。

そこで、本研究では、ビンガム流体とみなされる血液の構成則として用いられている bi-viscosity

モデル⁶⁾をフレッシュコンクリート用に修正し、降伏値を持つ物理的な意味を考慮できる様にした。そして、スランプ試験を対象にフレッシュコンクリートの運動方程式を MAC 法にて解き、その流動状況を定性的および定量的に示し、既往の研究成果との比較を行い、MAC 法を用いた本解析手法の有効性を検討する事を目的とする。

2. 基礎方程式

2.1 運動方程式

本研究では、フレッシュコンクリートを均質連続体と仮定し、さらにスランプ試験を対象とするので流動領域を軸対称問題とし、円周方向の回転を無視すれば、運動方程式は以下の様に表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} \right) + F_z \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} \right) + F_r \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、

$\frac{\partial}{\partial t}$: 実質微分, t : 時間(sec), ρ : 密度(kg/m³)

u : 円筒軸方向 z の流速(m/sec)

v : 円筒軸に直交方向 r の流速(m/sec)

τ_{ij} : 応力成分, F : 体積力成分

なお、フレッシュコンクリートは非圧縮性流体

*1 琉球大学助手 工学部環境建設工学科 工修 (正会員)

*2 琉球大学教授 工学部環境建設工学科 Ph.D (正会員)

*3 宇都宮大学教授 工学部建設学科 工博 (正会員)

と仮定するので、以下に示す連続の式を満足する。

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (2)$$

2.2 構成方程式

本研究で用いる等温・等方性の粘性流体の構成則を示す。

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (3)$$

ここで、

P : 圧力(Pa), μ : 塑性粘度(Pa·s)

e_{ij} : 変形速度テンソル, δ_{ij} : クロネッカーデルタ

ビンガムモデルはせん断応力が降伏値(τ_y)以下になると、不連続的にせん断速度が零となり解析上困難が生じる。そこで、血液の流動解析においては、ビンガムモデルに近い bi-viscosity モデルを用いて、この困難を避けている。この bi-viscosity モデルは、ビンガム流体の降伏以前の挙動を非常に高い粘性を持つ流体として扱う。このモデルによる構成則を以下に示す。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= 2\left(\mu + \frac{\tau_y}{\sqrt{2\Pi}}\right)e_{ij} & 2\Pi \geq 2\Pi_c \\ \tau_{ij} &= 2\left(\mu + \frac{\tau_y}{\sqrt{2\Pi_c}}\right)e_{ij} & 2\Pi < 2\Pi_c \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 τ_{ij} は偏差応力成分を表し、 $\Pi = e_{ij} \cdot e_{ji}$ であり、 $2\Pi_c$ は次式であらわせる。

$$2\Pi_c = \left(\frac{\beta\tau_y}{\mu}\right)^2 \quad (5)$$

ところで、フレッシュコンクリートの降伏値や塑性粘度は調(配)合により大きく変化する。よって、従来の bi-viscosity モデルの様に式(5)の β を一定値として固定すると、降伏値や塑性粘度の違いにより降伏基準となる $2\Pi_c$ が変動し、ビンガムモデルとの差が大きくなる場合がある(図-1 参照)。そこで、今回は、本解析の対象とする解析範囲より降伏値 300Pa, 塑性粘度 100Pa·s 時に $\beta = 0.01$ となるよう設定し、これを基準に次式によって β の値を決定し、降伏値や塑性粘度の変化によって降伏基準となる $2\Pi_c$ が変動しないよう調整した。

$$\beta = \frac{0.01 \times 300 \times \mu}{100\tau_y} = \frac{3\mu}{100\tau_y} \quad (6)$$

ここで、 β がフレッシュコンクリートの未降伏

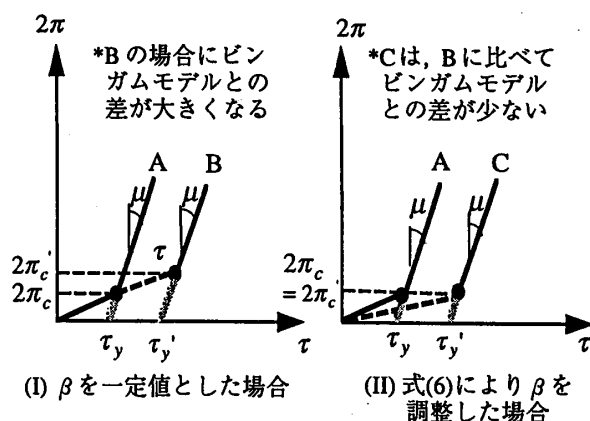


図-1 修正 bi-viscosity モデルの概要

領域での粘性を支配しており、十分に小さい値にすることにより、未降伏領域の塑性粘度が高くなり、ビンガムモデルを用いた場合と同等となる。しかし、 β があまり小さいと塑性粘度が高くなり過ぎ、数値解析を行う際に安定性の観点より時間刻みを非常に小さくしなければならず、計算時間に問題がある。そこで、今回解析対象として想定している降伏値および塑性粘度の範囲において β の値を検討したところ、降伏値 300Pa, 塑性粘度 100Pa·s 時に $\beta = 0.01$ とすれば流動解析結果に及ぼす影響が小さく、計算時間上も許容される範囲であることを確認した。

3. 数値解析手法と解析パラメータ

3.1 数値解析手法概要と自由表面の条件

本研究で扱うスランプ試験によるフレッシュコンクリートの流動は、自由表面問題となる。

自由表面を含む非定常流のシミュレーション手法の解法には、MAC 法のほかにグリッドジェネレーション法を応用し、差分格子を流体変形に追従させて変形させる方法もある。スランプ試験によるコンクリートの流動を扱う場合、この方法の方が精度の良い解析が可能と考えられるが、この方法には流体領域の分離、合体が起こる場合に問題が残る。一方、MAC 法は流体領域の分離、合体が起こる場合にも適用でき、フレッシュコンクリートの流動問題全般を考えたとき汎用性がある。そこで、本研究では、差分法解法の MAC 法を採用してスランプ試験の流動シミュレーションを行う。

MAC法では計算領域の流体中に多数の無質量のマーカー粒子を配置する。このマーカー粒子は、マーカー位置の流速によって流体とともにラグランジュ的に移動し、図-2に示すように流体の存在するセルとしないセルの識別、特に自由表面セルの決定に利用するほか、流体の流動状況を可視化するのに用いられる。

○：マーカー粒子，■：自由表面セル
 ■：実セル(流体)，□：空セル(気相)

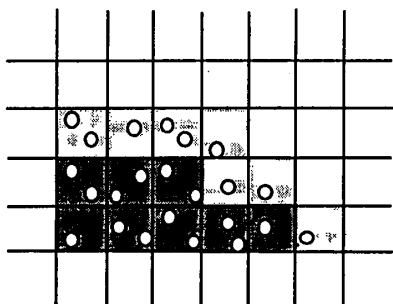


図-2 自由表面の表現方法

なお、マーカー粒子による自由表面の表現では界面の法線方向の精度に問題がある。従って、本解析では自由表面界面においては、簡便的に粘性応力や表面張力を無視し、圧力の境界条件として自由表面セルの圧力を大気圧(10⁵Pa)と等しくおいた。フレッシュコンクリートの様に気相部に比べ非常に高い粘性を有する場合、上述の様な簡素化された自由表面の境界条件を用いても、後述するように他の研究成果と比べて妥当な数値解析結果が得られており、この境界条件で十分であると判断した。また、自由表面での速度の境界条件は、自由表面セルにおける零発散条件⁷⁾より決めた。

3.2 解析パラメータと境界条件

フレッシュコンクリートの物性値である塑性粘度や降伏値は広範囲に分布する。そこで、文献⁸⁾を参考に、各々の物性値の上・下限値および中間値を表-1の様に組み合わせ、数値解析を行った。また、図-3に示す解析領域における鉛直軸および水平面(底面)における境界条件は、鉛直軸は自由すべり条件とし、また、水平面は自由すべりと、粘性流体と固体面の境界条件としての経験則である固着条件の2タイプで解析を行った。ビンガム流

体であるフレッシュコンクリートと底面との境界面ではすべり抵抗による影響も考えられるが、このすべり抵抗の性状に対しては、その定義を含めて一般的な見解や、報告されたデータも極めて少ないため⁹⁾、今回は検討しなかった。

なお、解析空間の差分格子の分割は、スタガードメッシュを用い分割した。

表-1 解析パラメータ

	No.1シリーズ	No.2シリーズ	No.3シリーズ
降伏値 (Pa)	1500	900	300
塑性粘度 (Pa・S)	500	300	500
	100		100

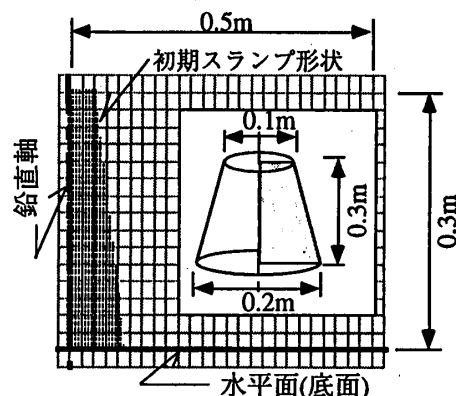


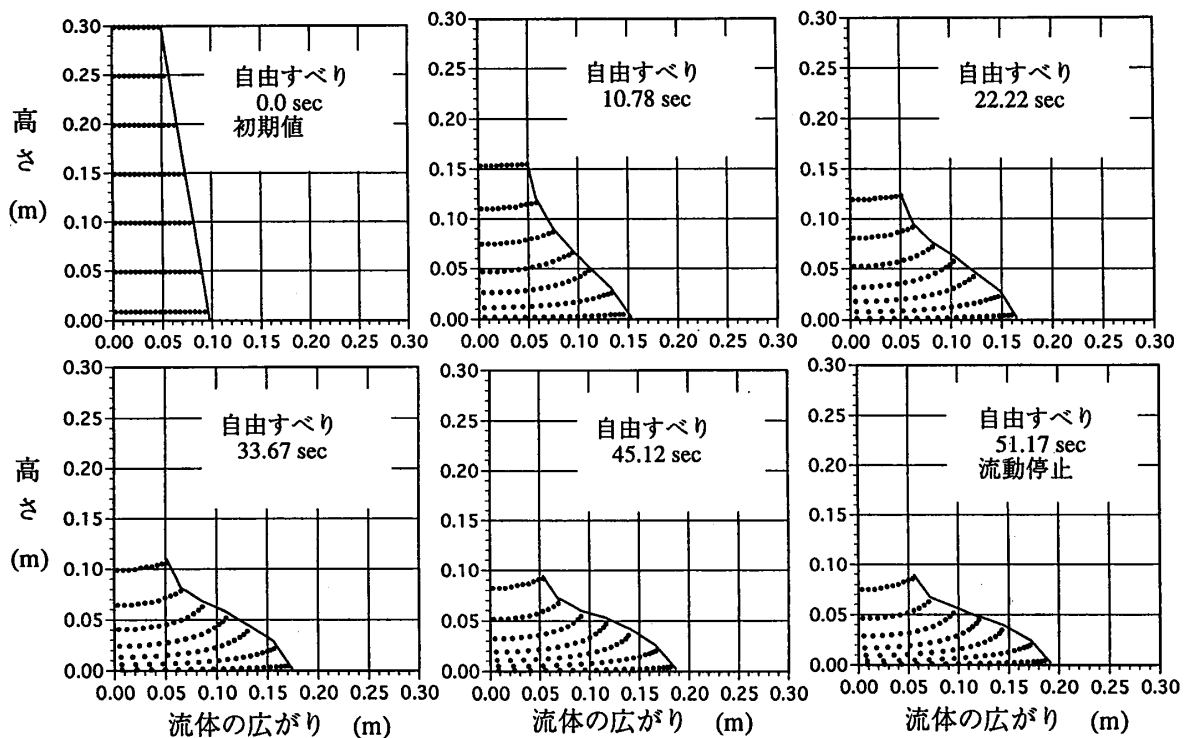
図-3 解析領域分割図

4. 解析結果および考察

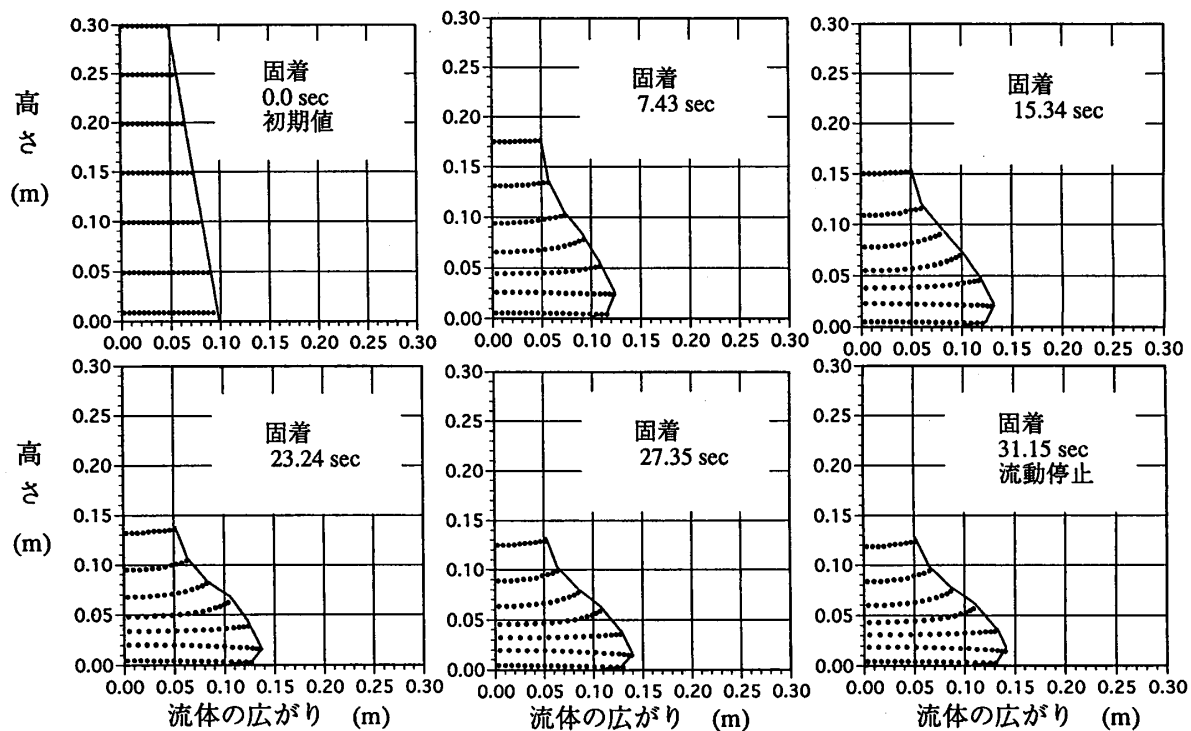
4.1 流動状況の可視化

図-4にNo2シリーズのフレッシュコンクリートの流動状況を水平面(底面)における境界条件を自由すべりおよび固着条件とした場合について各々示す。図-4は流動の様子がよく分かるよう、初期値において水平面より1.5,10,15,20,25,30cm各位置におけるマーカー粒子のみを示し、可視化した。図中には経過時間も示した。

この図-4より、自由すべりとした場合は、底面近くの水平方向への変形が大きく裾の広いスランブ形状となるが、固着条件の場合は、底面よりやや上部分(初期位置5cm部分)の水平方向の変形が大きく、これが流動の先端となり、実測などで観察される玉葱型のスランブ形状に近い。また、両境界条件とも最上部において中心軸付近が凹む形状が観察された。なお、この凹みは降伏値が小さいほど凹み具合が大きい事が観察された。



(I) No. 2シリーズ自由すべり条件時の流動状況



(II) No. 2シリーズ固着条件時の流動状況

図-4 フレッシュコンクリートの流動状況

4.2 スランプ値

本研究で用いた修正 bi-viscosity モデルは、ビンガムモデルにおける非降伏域を非常に高い粘性を持つ流体として扱っているため、流動は完全に止まることはない。そこで、本研究では流体領域全体

が降伏基準 $2\tau_c$ 以下になった場合に流動が停止したものとし、試験体の最上部分の鉛直方向への平均移動量をもってスランプ値とした。

図-5 に本解析結果と他者の実験結果および解

析結果¹⁰⁾との比較を示す。本解析の全体の傾向としては、水口らの球引上げ粘度計および平行板プラストメーターによる実験結果に近い結果となっている。また、塑性粘度のスランプ値に与える影響は降伏値に比べると小さく、森・谷川の解析結果¹⁰⁾と一致している。なお、底面の境界条件を自由すべりにした場合(図中□)は、固着条件とした場合(図中○)に比べスランプ値が大きくなる。

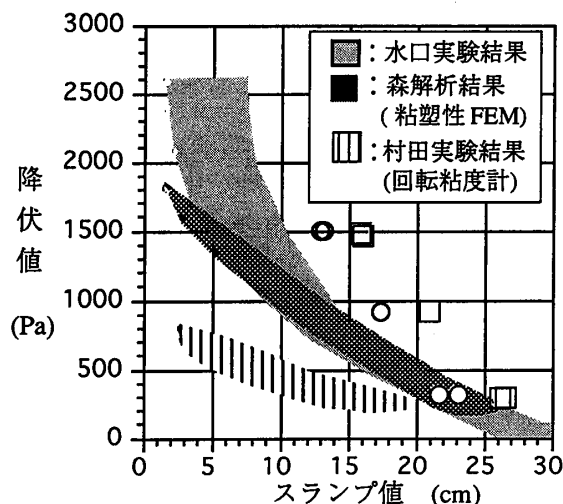


図-5 スランプ値の比較

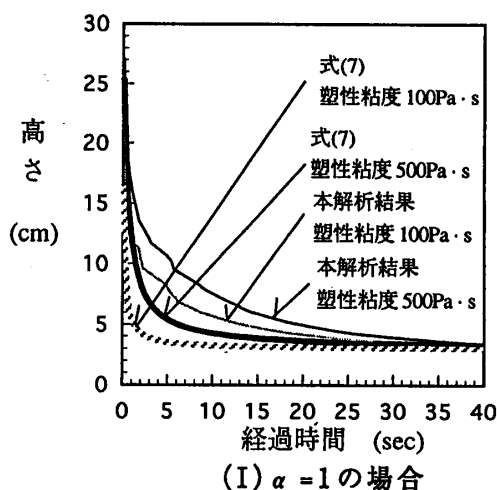
ところで、本解析結果は降伏値の高いところで他者の結果に比べ大きなスランプ値を示している。このことは、硬練りのフレッシュコンクリートの場合、粉粒体の圧力依存性が現れるが、このような場合にも圧力に依存しないミーゼス型の降伏条件である修正 bi-viscosity モデルを本解析では用いている事に一因があると考えられる。この問題の解決法として、森・谷川¹¹⁾が提案しているように、ミーゼス型の降伏条件に圧力依存性を表現できる Drucker-Prager の降伏条件を複合するモデルの適用等が考えられ、今後の課題とする。

4.3 スランピング曲線

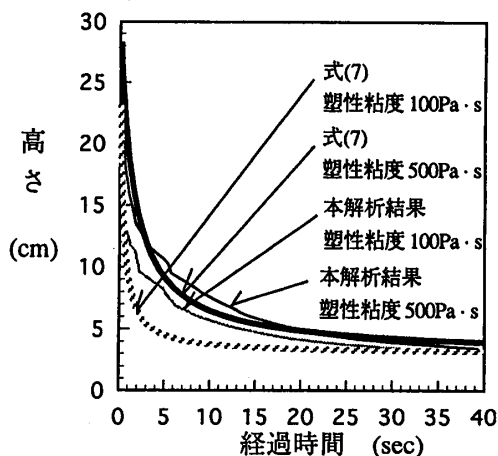
小村・谷川ら¹²⁾は、底面におけるすべり抵抗を無視し、静的な力の釣り合いより次に示す理論的なスランピング曲線式を提案している。

$$sl = SL - \frac{1}{\frac{\alpha \rho G}{600\mu}t + \frac{1}{SL}} \quad (7)$$

ここで、 ρ はコンクリート比重、 t は時間、 G は重力加速度を表す。 α は定数で、小村・谷川らは



(I) $\alpha = 1$ の場合



(II) $\alpha = 1/3$ の場合

図-6 スランピング曲線の比較

この定数を $1/3 \sim 1$ の範囲としている。

ミーゼス型降伏条件である修正 bi-viscosity モデルが適用可能と考えられる軟練りの No.3 シリーズで、式(7)によるスランピング曲線と本解析結果によるスランピング曲線とを比較し、図-6に示す。

図-6(I)は $\alpha = 1$ の場合、図-6(II)は $\alpha = 1/3$ の場合を示す。なお、式(7)中のスランプ値(SL)には、4.2節で得られた本解析結果を用いている。

本解析結果は、底面が自由すべり条件の場合を示しており、小村・谷川らの仮定した底面におけるすべり抵抗を無視することに対応している。

本解析結果は、塑性粘度が高くなると、スランピング速度は遅くなる結果となり、小村・谷川らの提案式と同様な傾向を示している。また、定数 $\alpha = 1$ とする場合より、 $\alpha = 1/3$ とした場合の方が、本解析と式(7)によるスランピング曲線は近づく傾向にある。

4.4 スランプフロー値

図-7に小村・谷川¹²⁾が得たスランプフロー値とスランプ値の関係の実測値と本解析で得た結果とを比較する。底面の境界条件は、4.1節における流動状況の観察より、実測における実際の流動状態に近いと判断される固着条件を用いた。なお、本解析では流体領域全体が降伏基準以下になった場合に流動が停止したものとみなし、その時のフレッシュコンクリートの最外周の直径をスランプフロー値とした。ここで、図中のNo.1, No.3シリーズの場合、塑性粘度 500Pa・s の結果のみを示している。図中の白抜きの記号は小村・谷川らの実測結果で、黒塗りの記号が本解析結果である。

図より本解析値は小村・谷川らの実測結果と良く一致していることが分かる。

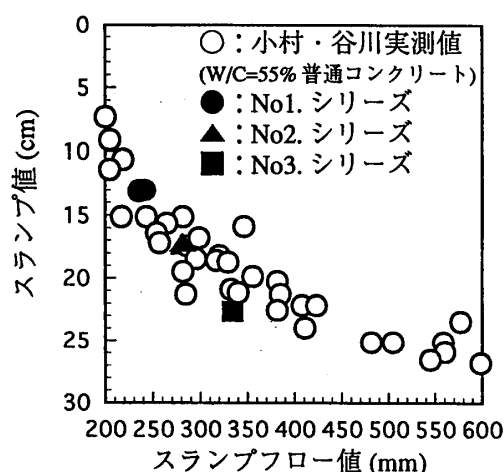


図-7 スランプ値とスランプフローの関係

5. まとめ

本研究は、フレッシュコンクリートをビンガム流体とみなし、bi-viscosityモデルを修正して構成則とし、フレッシュコンクリートの運動方程式をMAC法にて解く解析手法を示した。

本解析で得られた結果は、スランプ試験におけるフレッシュコンクリートの流動状況を良く表している。また、解析より得られた比較的軟練りの場合のスランプ値、スランピング曲線およびスランプフロー値に関しても他の研究結果と良く一致した。従って、硬練りのフレッシュコンクリート流動解析には課題を残すものの、フレッシュコン

クリートの構成則として修正 bi-viscosity モデルを適用し、自由表面を有する非定常流動体の運動方程式の解法にMAC法を用いた本解析手法は、流体領域が分裂や合体を起こす場合にも適用でき、流動状況の詳細な可視化も可能となるので、フレッシュコンクリートの流動解析に有効な数値解析手法であると言える。

参考文献

- 1) 森博嗣, 谷川恭雄: 粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析, 日本建築学会構造系論文集, 第374号, pp.1-9, 1987.4
- 2) 谷川恭雄, 森博嗣, 他: サスペンション要素法解析によるフレッシュコンクリートの流動シミュレーション方法, 材料, Vol.38, No.431, pp.26-31, 1989
- 3) 谷川恭雄, 森博嗣, 他: 動的粘塑性解析手法によるフレッシュコンクリートの流動シミュレーション, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.14, No.1, pp.409-414, 1992.6
- 4) Chu, H. and Machida, A. et al.: Two Dimensional Numerical Simulation of Flow Behavior of Fresh Concrete by DEM Method, 土木学会第50回年次学術講演会, V-513, pp.1026-1027, 1995.7
- 5) 小谷勝昭, 神田亨: フレッシュコンクリートの流動解析, フジタ工業技術研究所報, 第21号, pp.103-108, 1985.7
- 6) 石川拓司, 大島修造, 他: 狭さく管内の血液流の数値シミュレーション, 日本機械学会論文集 (B編) 62巻 600号, pp.49-56, 1996.8
- 7) 数値流体力学編集委員会編: 移動境界流れ解析, 東京大学出版, 1995.2
- 8) 谷川恭雄, 森博嗣: フレッシュコンクリートのレオロジーと流動解析, コンクリート工学, 第31巻 10号, pp.5-16, 1993.10
- 9) 森博嗣, 谷川恭雄: フレッシュコンクリートの流動解析技術の現状, コンクリート工学, 第32巻 12号, pp.30-40, 1994.12
- 10) 森博嗣, 谷川恭雄: フレッシュコンクリートの各種コンシステンシー試験方法に関するレオロジー的考察, 日本建築学会構造系論文集, 第377号, pp.16-25, 1987.7
- 11) 森博嗣, 谷川恭雄: フレッシュコンクリートの構成則に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第396号, pp.9-16, 1989.2
- 12) 小村理恵, 谷川恭雄, 他: フレッシュコンクリートのスランピング挙動に対するレオロジー的研究, 日本建築学会構造系論文集, 第462号, pp.1-10, 1994.8