

論文 鋼繊維を用いたコンクリートの圧縮破壊性状に関する 分岐理論的考察

江本雅樹*1・丸山久一*2・池田清宏*3・三上英明*4

要旨：圧縮応力下におけるコンクリートおよびモルタルの圧縮破壊性状が、分岐理論の初期不整感度則に対して高い適合性を持つことから、コンクリートおよびモルタルの圧縮破壊性状が分岐理論に支配されていることが明らかとなっている¹⁾。そこで、本研究では、ビニロン繊維を含むモルタル供試体の圧縮耐荷性状に分岐理論を適用した。結果、ビニロン繊維を含むモルタル供試体の圧縮破壊性状が分岐理論によく従うことが検証できた。

1. はじめに

現在、混和材料の進化によってコンクリートの多様化が進み、高流動・高強度コンクリートといったコンクリートが使用されるようになってきた。しかし、コンクリートの耐荷力や破壊性状に関しては物性論的に未解明な点が多い。また、コンクリートの高性能化が計られ、エネルギー関連施設などに高度化利用されることになってきたことで、コンクリートの破壊についてより高精度な予測手法の確立が急務となっている。そこで、今までのようにコンクリートの圧縮強度や引張強度などの材料特性だけでなく、より本質的な材料特性を数値計算に組み込む必要が出てきた。

一方、粒状体の滑り線の形成に関する広範な研究から、その破壊メカニズムが分岐現象に支配されていることが明らかとなってきている。池田ら²⁾は初期不整が十分小さい場合には初期不整の影響を分岐理論により完全に記述できるとし、実験や解析結果に基づいてパラメータを求めることにより応力ひずみ曲線を近似する漸近近似法を提案している。

これまでの研究において池田が導いた初期不整感度則が、コンクリートの圧縮破壊性状に適

用可能であることが示されている。しかし、割裂等の影響による適用限界があることが問題となっている。そこで本研究では割裂の影響を押さえることにより、典型的な分岐挙動を得ることを目指し、ビニロン繊維補強モルタルの応力ひずみ曲線に初期不整感度則を適用する。

2. 分岐理論

2.1 分岐現象と応力ひずみ曲線

材料の力学的挙動が分岐現象に支配されている例を図-1に示す。分岐現象とは、応力ひずみ曲線で表されるシステムの釣合い状態が移動する現象であり、分岐時の釣合い点を分岐点と

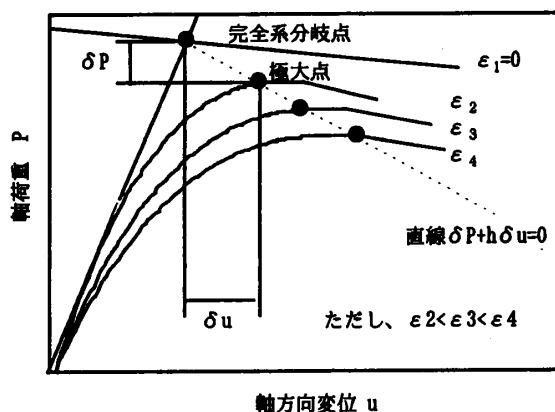


図-1 分岐現象の概略図

*1 ドービー建設工業(株) 工修 (正会員)

*2 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 Ph.D. (正会員)

*3 東北大学教授 工学部土木工学科 Ph.D.

*4 東北大学 工学部土木工学科

呼ぶ。分岐は分岐経路の傾きによって安定分岐(傾きが正)と不安定分岐(傾きが負)に分けられる。ここで、図-1 は不安定分岐のれいである。この場合、釣合い経路は極大点を持つ。材料の構造および状態が理想的(欠陥が無い状態)であるとき、その応力ひずみ曲線は図-1 の太線で示す経路(完全系の経路)をたどる。実際の材料には骨材の粒度分布、空隙やクラック等の不確定要因が存在するため、細線に示す釣合い経路(不完全系の経路)をたどる。不完全系の釣合い経路に対して、完全系からのずれを初期不整変数 ε とする。初期不整変数 ε とは材料の不均一さ、欠陥等の様々な影響を表す一次元量である。しかし、初期不整変数を実際に材料に対して定義することは困難である。そこで、図-1 に示す直線 $\delta P + h\delta u = 0$ (h は直線の傾き) 上の完全系の分岐点からのひずみの変動量 $\delta u|_{\delta P+h\delta u=0}$ とピーク応力の完全系の分岐点からの変動量 δP_c に対しては、それぞれ初期不整変数 ε との関係が導かれている。両関係式から ε を消去することにより、初期不整変数 ε が解明できなくとも δu と δP_c の関係から応力ひずみ曲線に初期不整変数 ε の影響を検討できる。

2.2 理論と初期不整感度則

分岐現象に支配される応力ひずみ曲線は分岐方程式によって表される。池田等は非線形の釣合い経路を表す分岐方程式(1)を誘導している^{3), 4)}。

$$\left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{1/2} \delta P + p \left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{3/2} + q\varepsilon + h.o.t = 0 \quad (1)$$

ここに P は軸方向荷重、 u は軸方向変位、 ε は初期不整変数をそれぞれ表す。また、 p 、 q 、 E はパラメータである。ところで、分岐する系の初期不整による強度の低下量 δP_c に関する Koiter の $2/3$ 乗則は、

$$\delta P_c = P_c - P_c^0 = -\frac{3p^{1/3}q^{2/3}}{2^{2/3}}\varepsilon^{2/3} \quad (2)$$

により与えられる。Koiter 則を一般化するため、直線

$$\delta P + h\delta u = 0 \quad (3)$$

を考える(h は定数である)。式(3)を式(1)に代入すると、変位に関する初期不整の $2/3$ 乗則

$$\delta u|_{\delta P+h\delta u=0} = \frac{\text{sign}(\delta u)q^{2/3}\varepsilon^{2/3}}{Ah_i} \quad (4)$$

が求まる。 $\delta u|_{\delta P+h\delta u=0}$ は、直線と解曲線との交点における変位と分岐点の変位との差を表し、 $\text{sign}(\delta u)$ はその符号である。ただし、

$$Ah_i = \left[\text{sign}(\delta u)h \left| 1 + \frac{h}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3} \quad (5)$$

式(2)と(4)から ε を消去すると、

$$\delta P_c = -\frac{3\text{sign}(\delta u)}{2^{2/3}}p^{1/3}Ah_i\delta u|_{\delta P+h\delta u=0} \quad (6)$$

という変位と荷重という 2 つの物理量の間の関係が求まる。実験で得られた応力ひずみ曲線について、式(6)が表す比例関係の成否を確かめることにより、分岐の介在を検証できる。

2.3 圧縮強度の確率密度関数

式(6)を実験結果に適用するためには、完全系の分岐荷重 P_c^0 が得られていなければならない。この完全系の分岐荷重 P_c^0 を推定するために圧縮強度の確率密度関数を用いる。池田等は初期不整変数 ε が正規分布に従うと仮定したときの圧縮強度の確率密度関数を誘導している⁴⁾。

$$f(P_c) = \frac{3(P_c - P_c^0)^2}{2(C_0\sigma^{2/3})^3} \exp \left(-\frac{1}{2} \left[\frac{P_c - P_c^0}{C_0\sigma^{2/3}} \right]^3 \right) \quad (-\infty < P_c < P_c^0) \quad (7)$$

式(7)において、実験結果から得られる圧縮強度の平均値、標本分散を用いることにより圧縮強度の確率密度関数 $f(P_c)$ が計算できる。式(7)の上限値として完全系の分岐点の荷重 P_c^0 を得ることができる。

2.4 分岐点探索法

式(6)の初期不整感度則を実験曲線に適用する際、分岐点(u_c^0, P_c^0)の位置を決める必要がある。およそその分岐荷重は式(7)で求まるが、ここでは式(6)を基に厳密な分岐点座標(u_c^0, P_c^0)を決定

する方法を述べる。

式(6)の初期不整感度則は、分岐点近傍では式(3)の任意の勾配 h 、つまり $h(i=1,2,\dots)$ についても成り立つ。例えば、勾配 h_i と h_j の 2 本の直線を下ろした場合、式(5)と(6)より、

$$\frac{\left| \frac{\delta u}{\delta P + h_i \delta u} \right|}{\left| \frac{\delta u}{\delta P + h_j \delta u} \right|} = \left| \frac{A_{h_i}}{A_{h_j}} \right|$$

$$= \frac{\left[\left| \text{sign}(\delta u) h_j \right| \left| 1 + \frac{h_j}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h_j}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3}}{\left[\left| \text{sign}(\delta u) h_i \right| \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{1/2} - p \left| 1 + \frac{h_i}{E} \right|^{3/2} \right]^{2/3}} \quad (8)$$

が導かれる。3 本の直線を下ろせば、 $h = h_1, h_2, h_3$ それぞれに対する $\frac{\delta u}{\delta P + h \delta u}$ から、式(4)

と式(8)により、定数 p と E 、およびスケールングされた初期不整変数 q_0 の値が求まる。

ここでは、11 本の直線を組み合わせ解析を行う。分岐点から最短距離を持つ勾配 h_0 の直線を中心にそれぞれ h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 および $h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}$ の勾配を持つ直線を引く。以下の 4 本の直線の組み合わせ $(h_0, h_1:h_0, h_5)$ $(h_1, h_2:h_5, h_7)$ $(h_2, h_3:h_7, h_8)$ $(h_3, h_4:h_8, h_9)$ $(h_4, h_5:h_9, h_{10})$ それぞれに対して定数 $E(E_i | i=1, \dots, 5)$ の値が求まるが、これらの値は分岐点に対しては理論的には一致するはずである。そこでこれらの値 $(E_i | i=1, \dots, 5)$ の分散が最小になる点として分岐点の位置を定めることができる。

3. 実験概要

3.1 使用材料・配合

本実験で使用した材料および配合を表-1、2 に示す。本実験では分岐現象に粗骨材の影響を与えないようにするためモルタルを対象としている。また、水セメント比を押さえ供試体の初期不整を小さくするために、高性能 AE 減水剤を添加した高流動のモルタルを用いている。モルタル供試体には、急激な圧壊を防ぎ、滑らかな応力ひずみ曲線を得るため、モルタル中にビニロン短繊維を体積比で 0.5% 添加している。ビニロン繊維は長さ 12mm、直径 200 μm 、アスペクト比 60 のものを使用している。

3.2 圧縮試験

圧縮試験は JIS A 1108 に基づいて行い、応力ひずみ曲線を求めた。軸ひずみは 3 箇所に配置したひずみゲージ(基長 12cm)の読みの平均値を用いて求める。なお、試験の材令は 14 日以上とし、同一バッチから高さ 20cm、直径 10cm の円柱供試体を 28 本作成する。

応力ひずみ曲線は 3 箇所のひずみゲージのそれぞれの値と 3 箇所のひずみゲージの平均値について測定を行っている。

表-1 使用材料

セメント C	早強ポルトランドセメント	比重 3.14
混和材 LS	石灰石微粉末	比重 2.70
細骨材 S	信濃川産川砂	比重 2.58 F.M.2.68
混和剤 SP	高性能 AE 減水剤	比重 1.175
短繊維 BF	ビニロン短繊維	比重 1.20

表-2 配合

	W	C	LS	S	SP(%)	BF(%)
kg/m ³	257	215	741	1034	1.0	0.5

4. 実験・解析結果および考察

4.1 応力ひずみ曲線

図-2 に圧縮試験によって得られた応力ひずみ曲線を示す。圧縮試験により得られた圧縮応力

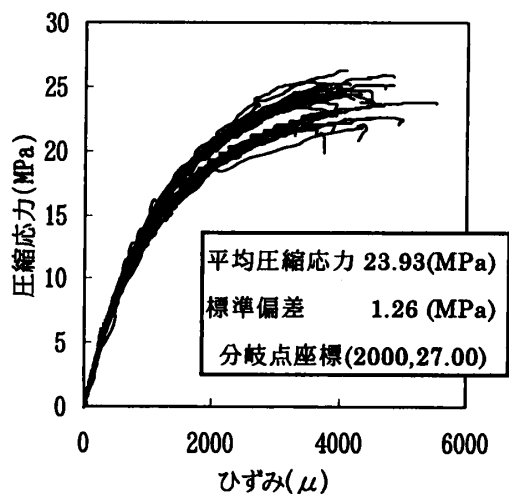


図-2 応力ひずみ曲線(平均ひずみ)

の平均値は 23.93(MPa), 標準偏差 1.29(MPa) となった。式(6)を用いて計算した完全系の分岐点応力 P^0 は 26.90(MPa) となった。完全系の分岐座標 (μ^0, P^0) を求めるにあたり, 式(6)によって P^0 を計算し, その後は 2.4 節(分岐点探索法)によって P^0 , μ^0 , および初期不整変数, 直線の傾き h を求める。その結果, 完全系の分岐点座標はひずみが 2000(μ), 応力が 27.00(MPa) となった。

図-2 の応力ひずみ曲線(平均ひずみ)において供試体の荷重軸方向に貼り付けた 3 枚のひずみゲージについて調査を行うと, 3 枚とも同様な挙動を示すものと, 3 枚とも異なる挙動を示すものが存在した。前者は変形が一樣であると考えられ, 後者は変形が一樣でないと考えられる。

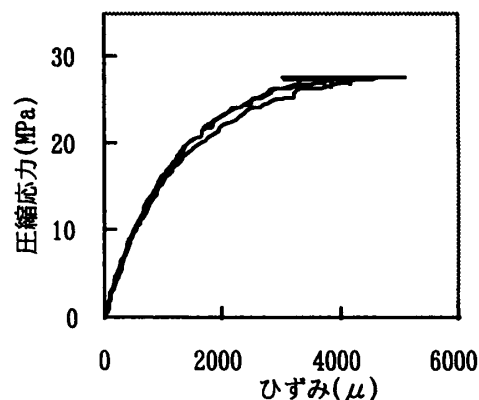
このことは供試体への偏心载荷(もしくは変形モードの変化)によって分岐点が同一主経路上に複数存在する, すなわち複数の分岐モードが存在することを示唆している。実現象では, 複数の分岐モードが比較的近い荷重で発生する図-4 に示すようなモードスイッチング現象が存在すると考えられる⁷⁾。この図は 2 つの隣接する分岐点間のモードスイッチングであるが, 初期不整(ここでは偏心载荷)がいつれの分岐点の分岐モードの成分を多く持つかにより発現するモードが変化すると考えられる。以下の解析では, 図-4 に示すように分岐点および分岐経路が複数存在すると考えて検討を進めている。

4.2 分岐点探索結果

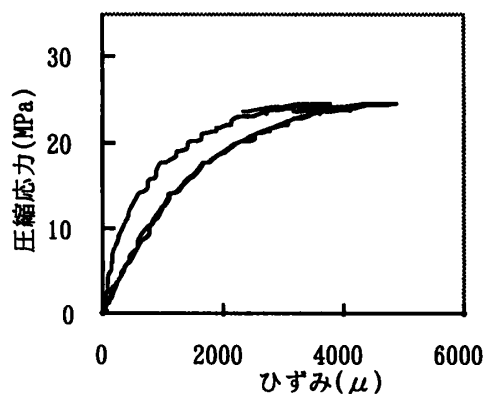
分岐点探索法による探索結果を図-5 に示す。図-5(a)は変形が一樣なものの探索結果であり, 図-5(b)は変形が一樣でないものの探索結果である。変形が一樣なものの分岐点の分布については, ほぼ一個所に集中していることがわかる。また, 分岐点分布の平均はひずみが 1606(μ), 応力が 25.539(MPa) となった。次に, 変形が一樣でないものについては, 分岐点の分布は多少ばらつきがあるが, ほぼ一個所に集中している。分岐点の分布についても, ひずみが 1606(μ),

応力が 25.147(MPa) となった。

ここで, 変形が一樣なものと一樣でないものの分岐点および分岐経路の比較を図-6 に示す。図-6(a)より, 全部の分岐点を比較すると変形が一樣なものと一樣でないものの両者ともほぼ同一の点に分岐点が存在することがわかる。また,



(a) 変形が一樣なもの



(b) 変形が一樣でないもの

図-3 応力ひずみ曲線の分類

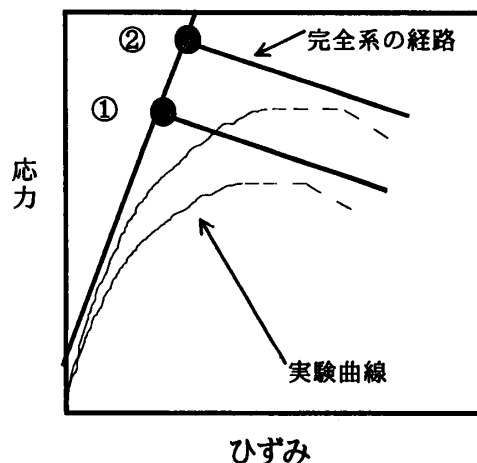
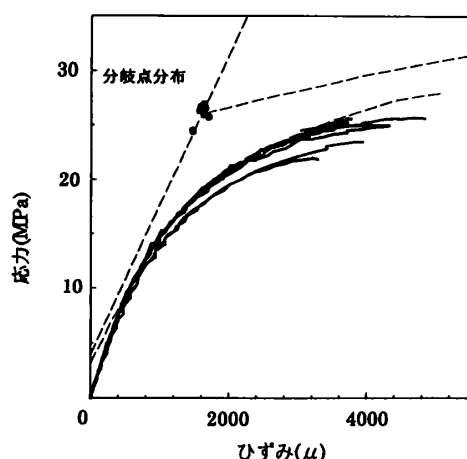
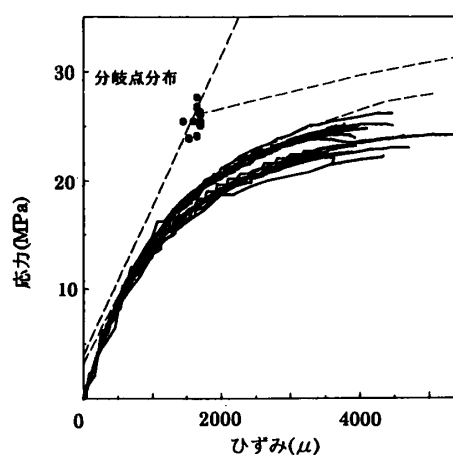


図-4 モードスイッチング

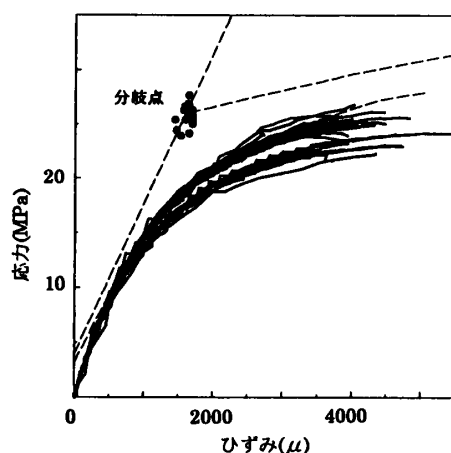


(a)変形が一樣なもの

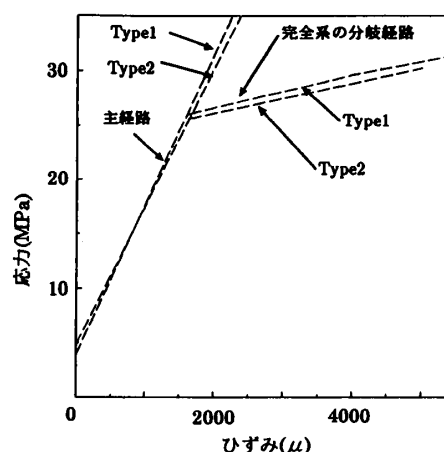


(b)変形が一樣でないもの

図-5 分岐点探索結果



(a)分岐点の比較



(b)分岐経路の比較

図-6 完全系の分岐点分布と分岐経路の比較

図-6(b)より分岐経路についても、変形が一樣なものと同様でないものは、ほぼ同一の経路を辿っていることがわかる。

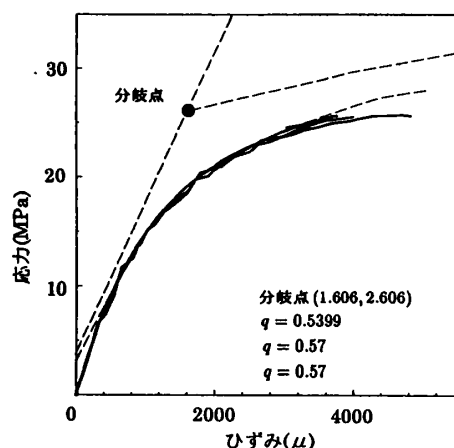
このことから供試体の変形状態に関わらず、分岐点および分岐経路は1つであることがわかる。

4.3 応力ひずみ曲線のシミュレーション

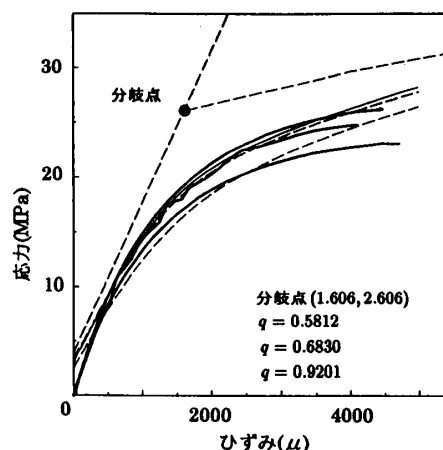
図-7(a), (b)は解析によって得られた各種パラメータ p 、 E 、 $q\epsilon$ をもとに、実験で得られた応力ひずみ曲線を式(1)で表される分岐方程式によりシミュレーションしたものである。図中の実線は実験で得られた応力ひずみ曲線を表し、破線

は分岐方程式(1)による理論曲線である。また、図-7(a)は変形が一樣なものの近似シミュレーションであり、図-7(b)は変形が一樣でないものの近似シミュレーションを表している。

図-7(a)より分岐方程式(1)のパラメータを $p = -0.0001549$ 、 $E = 0.0137395$ 、 $q\epsilon = 147$ としたとき図中の理論曲線と実験曲線はよく一致している。また、図-7(b)より分岐方程式(1)のパラメータを $p = -0.00015223$ 、 $E = 0.012719$ 、 $q\epsilon = 120$ 、583.2、610.3、としたとき図中の理論曲線と実験曲線はよく一致しており、初期不整変数 $q\epsilon$ を変化させても一致している。このことからも圧



(a)変形が一樣なもの



(b)変形が一樣でないもの

図-7 近似シミュレーションの例

縮破壊現象に分岐が関っていることがわかる。

以上の結果より、分岐に支配される系では荷重の低下および剛性の低下は、初期不整によって表わすことができると考えられる。

5. まとめ

本研究のまとめを以下に示す。

- (1)分岐点探索法をビニロン繊維補強モルタルに適用し、近似シミュレーションを行った結果、低強度のビニロン繊維補強モルタルの破壊が分岐に支配されていることが明らかとなった。
- (2)分岐点探索の結果、供試体の変形の状態に関わらず、分岐点および分岐経路は1つであると考えられる。このことから、荷重の低下量および剛性の低下量は初期不整の大きさによって表現することができる。

[参考文献]

- 1)石田仁, 丸山久一, 池田清宏, 長谷川正人:コンクリートの圧縮破壊性状に関する分岐理論的考察, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.1, pp.475-480, 1994.
- 2)長谷川正人, 丸山久一, 池田清宏:内部欠陥を有したコンクリートの圧縮破壊性状に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.1, pp.475-480, 1995.
- 3)池田清宏, 岩熊哲夫, 中沢正利, 後藤聡, 堀

宗朗:初期不整感度則による分岐特性の漸近近似法, 構造工学論文集 Vol.39A, 1993.

- 4)池田清宏, 室田一雄, 丸山久一, 柳澤栄司:材料の強度変動の統計理論, 構造工学論文集 Vol.41A, pp.475-484, 1995.
- 5)Koiter, W.T.: On the stability of elastic equilibrium, Delft, Holland, 1945 (English translation: NASA Tech. Trans. F10, 1967).
- 6)江本雅樹, 本間紀雄, 池田清宏, 丸山久一:鋼繊維補強コンクリートの分岐挙動の記述, 土木学会第 52 回年次学術講演会講演概要集, 1997.