

## 論文 4本杭に支持されたRC床版の降伏線理論による曲げ耐力算定式

田邊 成\*1・吉井幸雄\*1・松島 学\*2・三島徹也\*3

要旨：本論文は、引張の大荷重を受ける鉄塔基礎の脚材（いかり材）定着に関して、降伏線理論による新しい曲げ耐力設計式を提案し、実規模試験体による載荷実験を基に、その妥当性について検討したものである。曲げ耐力の算定は、実際のひび割れ分布から適切な降伏線の仮定をおこない、それらの降伏線について多方向はりモデルを用いておこなった。この多方向はりモデルを設計式として提案し、これを過去に実施した試験体と照合することで、設計式としての妥当性を確認した。

キーワード：降伏線理論、多方向はりモデル、実規模試験体、有効幅

## 1. はじめに

平野部の送電用鉄塔の基礎は、4本杭に支持されたRC床版形式が用いられることが多く、その床版は鉄塔脚材から伝達される荷重により、曲げ作用を受ける。現行の曲げ設計法は、有効幅を考慮した直交2方向はりモデルに基づくものであり、脚材から離れた主筋は曲げに寄与しないとして、脚材を含む中央部のある区間を有効幅とする方法が用いられている。しかしながら、著者らの実験によると、杭間を結ぶ仮想のはり形成され、外周部近傍の曲げ主筋にもある程度のひずみが導入されるため、その仮想はりによって外力に抵抗しうることが明らかとなった。従って、より現象に忠実な力学モデルを検討することによって、設計の合理化が図れるものと考えられる。

ここでは、力学的メカニズムに忠実な設計モデルとして、降伏線理論の適用を試みる。著者らが実施した実規模実験の結果に基づき、最適な降伏線の取り方を検討した後、既往の試験体を用いて本手法の妥当性を示すこととする。

## 2. 試験体の概要

検討の対象である実規模試験体は、図-1に示すように、6500mm四方、厚さ1750mmの正方形RC床版を隅角部の4本の杭によって

支持し、中央部に配置された主鋼材径560mmのいかり材に対して引抜きを実施したものである。試験体は、いかり材の形状によりNo.1・No.2の2種類がある。また、いかり材形状の相違に伴って、床版のせん断補強筋の配置も異なる。一方、主筋とともに、各辺に平行な2方向直交配筋であり、x y方向とも異形鉄筋(D35)を115mm間隔で配置したものである。

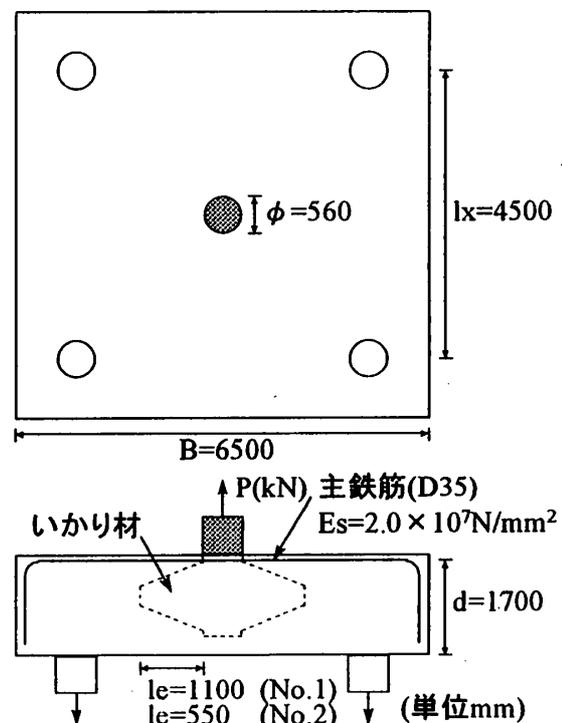


図-1 実規模試験体概要

\*1 東京電力(株)送変電建設本部 (正会員)

\*2 東電設計(株)技術開発本部 工博 (正会員)

\*3 前田建設工業(株)技術本部技術研究所 工博 (正会員)

### 3. 降伏線の決定

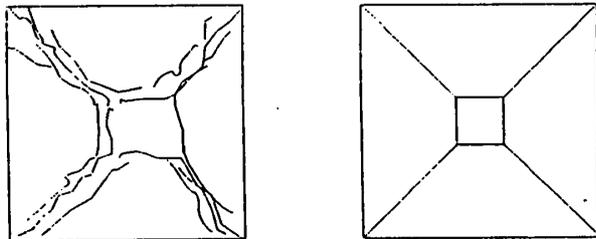
#### 3.1 降伏線の仮定

降伏線理論<sup>(1)</sup>は、床版の曲げ終局耐力を求める実用的手法として用いられている。

この理論は、床版の崩壊時において発生する無数のひび割れ群を実際の力学的挙動を損なわない範囲で、図-2のように「降伏線」として単純化し、これによって分割された床版の各部分を剛体として扱うものである。従って、降伏線は、実際の挙動を忠実に再現する必要があり、以下のような幾何学的条件が示されている。

1. 降伏線は、直線とする。
2. 降伏線は、他の降伏線と交差したときのみ方向を変えることができる。
3. 降伏線は、必ず二つの回転軸の交点を通るものとする。
4. 平行な回転軸間の降伏線はそれらと平行する。
5. 回転軸は支持辺または固定辺と一致し、柱支持の場合は支持点を通るものとする。

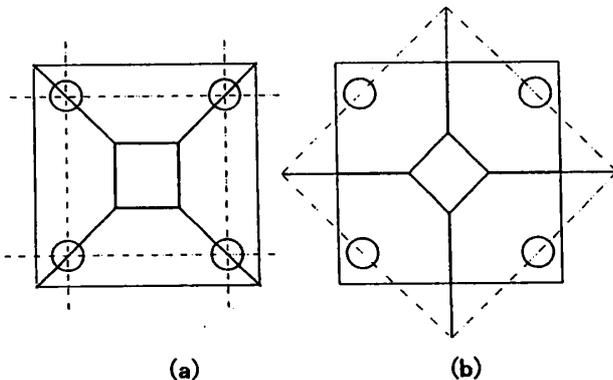
従って、いかり材定着に関する試験体に対しては、図-3に示すような回転軸が考えられ、これらの回転軸に対して図のような降伏線が設定される。今回の試験体における終局時のひ



ひびわれ図

降伏線

図-2 降伏線の概念



(a)

(b)

図-3 設定される降伏線

び割れは、図-4に示す通りである。

このひび割れ図からは、図-3(a)、(b)いずれの降伏線も対応可能と考えられるが、支点間中央部におけるひび割れ幅が他の部位に比べて大きいことより、これを表現することができる(b)の降伏線を用いることとした。

#### 3.2 耐力の算定と最適な降伏線

設定された降伏線は、図-5に示す $b$ をパラメータとして形状が変化する。この形状でのパラメータの変動範囲は $0 \leq b \leq B/2$ であり、極端な場合には $b=B/2$ のとき全幅有効な4方向はり、 $b=0$ のとき斜め直交2方向はりとなる。

ここで、真の崩壊機構(耐力と最適な降伏線)を知るには、まず降伏線の基本形から床版の極限荷重を求め、この荷重が最小となるような $b$ の値を求める必要がある。厳密にはいかり材の形状などの影響を受けると考えられるが、問題を単純化するため荷重的には一番厳しい条件となる鋼管位置での一点集中載荷として検討を進めることとした。床版の極限荷重は、仕事式によって求める方法が一般的であり、その手

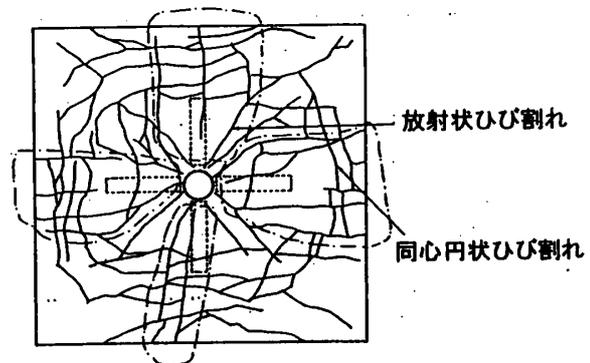


図-4 ひび割れ図

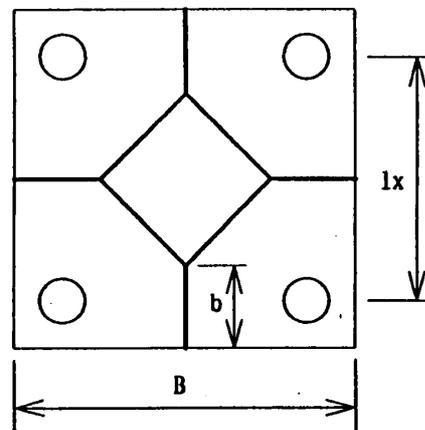


図-5 降伏線の設定

順の概要は以下に示す通りである。

1. 与えられた床版に降伏線を描く。
2. 降伏線上の塑性モーメントを求める。
3. 崩壊機構に仮想の変位を与え、このときの塑性モーメントによる内力仕事 ( $U_i$ ) を求める。
4. 荷重のなす外力仕事 ( $U_E$ ) を求める。
5.  $U_i=U_E$  という条件で床版に作用する全荷重 ( $P$ ) を求める。

床版中央部に荷重  $P$  が一点集中載荷され、4本の降伏線に囲まれた正方形の部分均等に  $\delta$  だけ変位すると仮想し、内力仕事と外力仕事の釣り合いから (図-6 参照)、

$$P\delta = 4m_p \cdot \frac{4\delta}{l_x} \cdot b + 4m_p' \cdot \frac{\delta}{D} \cdot L \quad (1)$$

$$\text{ただし } D = (\sqrt{2}l_x - L) / 2$$

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}}(B - 2b)$$

ここで、鉄筋が直交する2方向 (仮に  $x$ 、 $y$  方向とする) に配筋されている場合、 $x$  方向の降伏線の単位幅あたりの塑性モーメントを  $m_p$ 、 $y$  方向の降伏線のそれを  $\mu m_p$  ( $\mu$  は  $y$  軸方向の鉄筋比に対する  $x$  軸方向のその比率) とすると、鉄筋に直交しない場合、降伏線については、 $x$  軸と交差する角度を  $\varphi$  とすれば、その塑性モーメント  $m_p'$  は

$$m_p' = m_p \cdot \cos^2 \varphi + \mu m_p \cdot \sin^2 \varphi \quad (2)$$

となる。ここで本検討においては  $x$ 、 $y$  方向とも全く同一の配筋であるため  $\mu=1$  であり、その結果として  $m_p=m_p'$  となる。従って、 $P$  は、

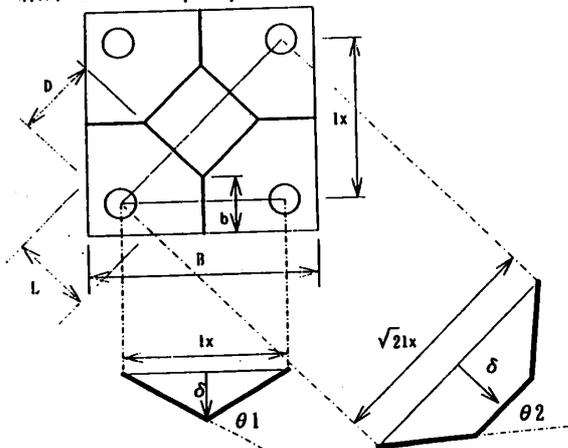


図-6 内力仕事の計算

$$P = 4m_p \left( \frac{4}{l_x} b + \frac{L}{D} \right) \quad (3)$$

厳密には鉄筋の有効高さ  $d$  は  $X$ 、 $Y$  方向鉄筋で異なるが、その違いは2%程度であるため、 $X$ 、 $Y$  方向鉄筋の有効高さは両方向の平均値に等しいと仮定して検討を進めた。

耐力は、 $b$  について全荷重  $P$  が最小のとき、すなわち  $dp/db=0$  となる場合の  $P$  であるから、

$$b = \frac{B}{2} - \frac{2 - \sqrt{2}}{2} l_x \quad (4)$$

と与えられる。

#### 4. はり置換モデル

##### 4.1 多方向はりによるモデル化

図-5で設定した降伏線の基本形は、 $b$  の値を変化させることにより、極端な場合には、全幅有効の4方向はりまたは斜め直交2方向はりとして表現される。通常の場合にはこの両者の中間的な形態を示す。

ゆえに、設定された降伏線の場合、床版は図-7に示すように、4方向はりとして合成したものであると考えることができる。このため、本検討では床版に対して多方向はりモデルを仮定し、このモデルによる荷重計算をおこなうこととする。

具体的には、モデル化されたはりの降伏線位置に集中荷重を作用させた場合を想定し、降伏時における荷重の総和を床版の曲げ耐力として与えようとするものである。

はりの荷重については以下のように求めら

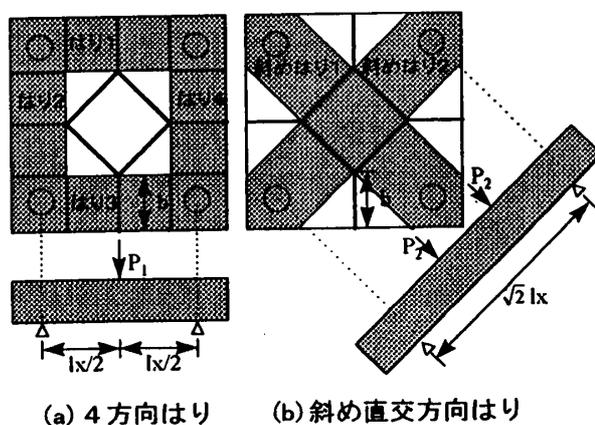


図-7 はりによるモデル化

れる。4方向はりの荷重 $P_1$ は降伏線における曲げモーメントを $M_1$ とすると、 $P_1 = 4M_1/l_x$ と表される。一方、斜め直交2方向はりの荷重 $P_2$ は、同様に $P_2 = M_2/D$ となる。床版に作用する荷重 $P$ は、それぞれのはりの荷重の総和であると定義したので、

$$P = 4P_1 + 4P_2 = \frac{16M_1}{l_x} + \frac{4M_2}{D} \quad (5)$$

この式(5)は、各はりの奥行き方向にひずみが一様分布しているならば、鉄筋が未降伏の状態でも成立するものである。特に、降伏時における単位幅あたりの曲げモーメント $m_p$ は、後述するように4方向はりと同様に斜め直交2方向はりで断面が等価であることから、同じ値となり、降伏モーメントは、 $M_1 = m_p \cdot b$ 、 $M_2 = m_p \cdot L$ と表される。これを式(5)に代入すれば

$$P = 4m_p \left( \frac{4}{l_x} b + \frac{L}{D} \right) \quad (6)$$

となるが、これは降伏線理論を用いた耐力(すなわち式(4))と同一である。この結果、多方向モデルによる耐力の計算は、降伏線理論と等価なものであることが検証された。

#### 4.2 荷重計算

##### (1) 実測ひずみによる荷重の計算

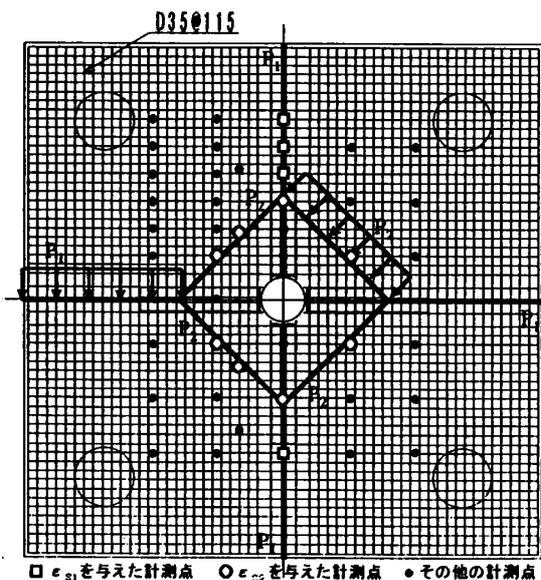


図-8 降伏線と載荷条件

4.1節で多方向はりモデルによる耐力計算が降伏線理論と合致することを述べたが、その妥当性を検証するには実際の試験体との比較が必要である。この確認のため、実規模試験体の計測結果を用いて検討することとする。降伏線上の鉄筋ひずみから断面の曲げモーメントを計算し、これを式(5)にあてはめて荷重 $P$ を計算した。ただし、本試験体では、せん断破壊しており、曲げ耐力は、不明である。あくまで、終局に至るまでの途中経過による比較となる。

本試験体では $B=6500\text{mm}$ 、 $l_x=4500\text{mm}$ であるから、 $b=1932\text{mm}$ 、 $L=1864\text{mm}$ となり、降伏線は、図-8に示すような形状となる。また、4方向はり・斜め直交2方向はりの両者について、載荷条件もあわせて示す。

はりモデルの荷重 $P_1$ および $P_2$ はそれぞれ次のように求められる。

$$P_1 = \frac{4M_1}{l_x} = \frac{4A_s \cdot n_1 \cdot j \cdot d \cdot E_s \cdot \epsilon_{s1}}{l_x} \quad (7)$$

$$P_2 = \frac{4M_2}{D} = \frac{A_s \cdot n_2 \cdot j \cdot d \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2}}{D} \quad (8)$$

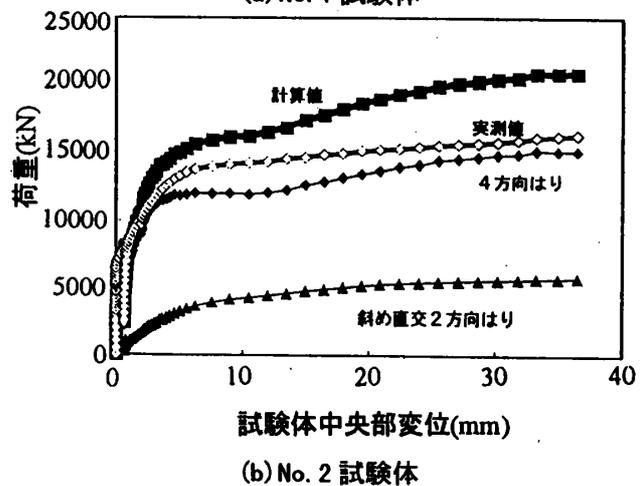
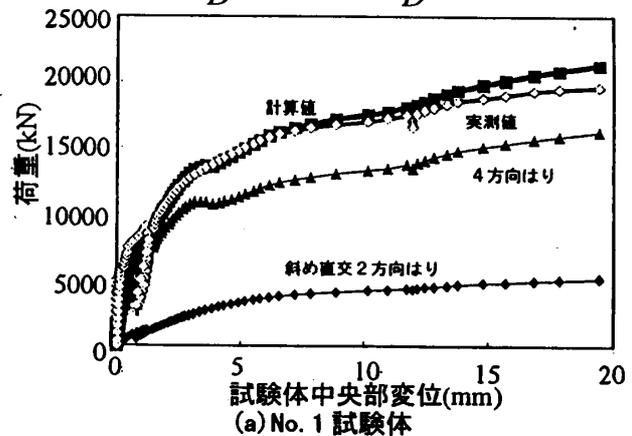


図-9 計算結果と計測結果

ここに、 $A_s$ ：鉄筋1本あたりの断面積  
 $n_1, n_2$ ：はりに含まれる鉄筋の(有効)本数  
 $j$ ：(=7/8)、 $d$ ：有効高さ(=1700mm)  
 式(7)、(8)に諸元を代入すれば、

$$P = 4P_1 + 4P_2 = 1.62\varepsilon_{s1} + 0.354\varepsilon_{s2} \quad (9)$$

ここで、 $\varepsilon_{s1}, \varepsilon_{s2}$ には、図-8に示した各計測点における鉄筋ひずみの平均値を与えた。

その結果を図-9に示している。No.1試験体については、実験結果とよい一致を示しているが、No.2試験体については計算値が計測値を若干上回った。

(2) 降伏線上におけるひずみ分布

降伏線理論と等価な多方向はりモデルが妥当であるためには、実際の試験体において、終局した際に降伏線上の鉄筋がすべて降伏していることが条件となる。

斜め直交2方向はりでは、図-10に示すように、No.1・No.2とも降伏に近い状態に達しており、一様分布に近い。一方、4方向はりでは、図-11に示すNo.1試験体の降伏線上において、ひずみ分布がほぼ均等であるのに対し、No.2試験体のひずみ分布は一様でなく、外縁

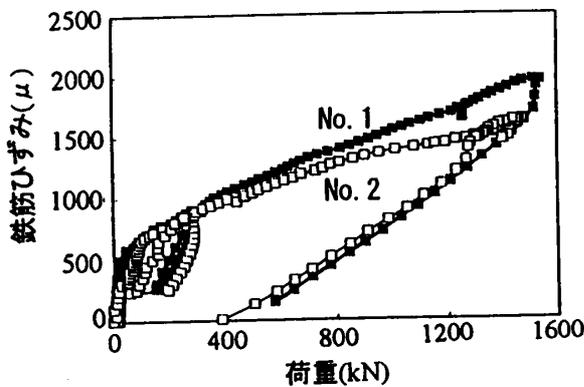


図-10 斜め直交2方向はりの鉄筋ひずみ履歴

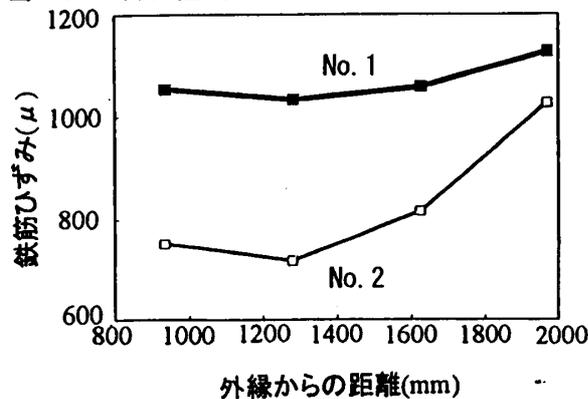


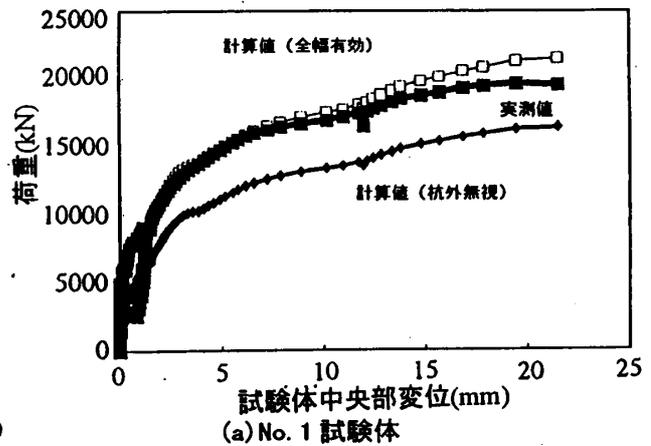
図-11 4方向はりのひずみ分布

部ほどひずみが小さくなっている。終局状態を対象とした降伏線理論では、降伏線上のひずみ分布が一様であることが前提となっており、No.2試験体において(9)式との整合性に若干の問題が生じたものと考えられる。

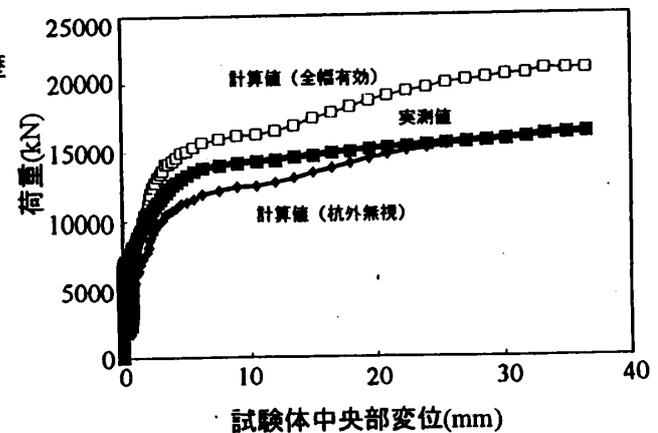
(3) 有効幅の導入

No.2試験体のように、鉄筋のひずみ分布が一様でない場合には、4方向はりを全幅有効とはできないため、有効幅の概念を導入し、支持杭より外側部分の鉄筋は荷重を受け持たないとし、杭の外縁部より内側部分だけで荷重計算をおこなうこととした。

この場合、杭より外側にある鉄筋が含まれている4方向はりについては、鉄筋本数 $n_1$ が少なくなる。この結果、計算荷重は、図-12に示すようになる。No.1の場合は、全幅有効の場合にすでに実測値と高い整合性を有していたため、計算荷重は当然実測値よりも小さくなっている。一方、No.2では高い整合性を示し、終



(a) No.1試験体



(b) No.2試験体

図-12 有効幅考慮の計算結果

局に至るまでの途中経過において、ひずみ分布が一様でない場合に対して、有効幅の考え方が適切であることが分かる。

また、これまでの議論は試験体中央の鋼管による断面欠損を無視したものであるが、考慮する場合としない場合での計算耐力の差は極めて小さい。そのため、本検討においては、鋼管による断面欠損はないものとして設計式を提案するものとした。

## 5. 設計式の提案と検証

### 5.1 従来の設計式

従来の設計において、鉄筋量は、床板を単純支持の2方向板と考え、有効幅が式(10)で計算される $B_e$ であると仮定して、計算した曲げモーメントに基づいて決定する。

$$B_e = b_2 + 0.6l \quad (B_e \leq B) \quad (10)$$

ここに、 $b_2$ は荷重の載荷長さであり、主鋼材径に相当する。 $l$ は支持杭の中心間隔、 $B$ は床板の辺長である。

### 5.2 設計式の提案

これまでに示した結果から、降伏線理論と等価な多方向はりモデルによる荷重計算が実験値との整合性が高いことが明らかになった。これに基づき、本検討では、対象構造物の曲げ耐力として、以下の設計式を提案する。

$$P_u = \frac{2j \cdot d \cdot \sigma_y}{l_x} (2A_{s1} + A_{s2}) \quad (11)$$

ここに  $A_{s1}$ : 4方向はりの降伏線1本に含まれる鉄筋の断面積の総和

$A_{s2}$ : 斜め直交2方向はりの降伏線1本に含まれる鉄筋の断面積の総和

## 5.3 設計式の検証

表-1は新たに提案した設計式を用いて、曲げ破壊した既往のいかり材定着試験体の耐力(有効幅および全幅有効)を計算し、実験値および従来式による計算値との比較をおこなったものである。この結果、各試験体とも、全幅有効の場合の新提案式による計算耐力が従来式によるそれに比べて実験値に近く、また実験値を上回ることなく安全側の評価となっており、新提案式は極めて整合性が高いことが分かる。有効幅を考慮した計算耐力は実験耐力をかなり下回っており、安全側にすぎるようである。終局時には降伏線理論の仮定通り、全鉄筋が降伏にいたっているものと推定され、終局耐力算定には全幅有効と考えることとする。なお、④、⑤は極端な低鉄筋比であり、降伏線の位置によって降伏線を通る鉄筋本数に著しい差が生じる。このため精度が落ちたと推定される。

## 6. おわりに

著者らが実施した実規模実験の結果に基づき、降伏線の最適化および多方向はりによるモデル化の妥当性の検討がおこなわれた。そのことより、送電用鉄塔基礎の脚材定着のための曲げ設計モデルとして、降伏線理論の適用が可能であること、ならびに新しく提案した曲げ耐力設計式が有効であることを確認することができた。

## 参考文献

Johansen K.W.: Yield Line Theory, English Translation, Cement and Concrete Association, London, 1962

表-1 試験体寸法および試験結果

試験体	辺長 B (mm)	厚さ D (mm)	有効高さ d (mm)	鉄筋 本数・種類	鉄筋 降伏強度 $f_y$ (kN/mm <sup>2</sup> )	実験値 Pu(kN)	新提案式		従来式 Pu(kN)
							有効幅考慮 Pu(kN)	全有効幅 Pu(kN)	
No.1*1	6500	1750	1700	55D35	552	-*2	35966	48363	30674
①	1280	250	230	8D10	383	304	205	300	200
②	1280	300	280	10D10	383	500	373	498	373
③	1280	250	175	12D10	383	520	350	450	300
④	1280	350	325	4D10	410	353	77	232	155
⑤	1280	350	325	6D10	410	523	232	386	309
⑥	1280	350	325	6D10	410	437	232	386	155

\*1: 本研究で取り上げた実規模試験体

\*2: せん断破壊をしたため、曲げ耐力は不明