

# 論文 平面格子の等価連続体化法による構成則を用いた繰返し載荷を受ける RC はりの解析

久米敦子<sup>\*1</sup>・余国雄<sup>\*2</sup>・田邊忠顕<sup>\*3</sup>

**要旨：**RC 構造の解析はひび割れたコンクリート体の方向性を精度よく表す必要がある。本研究ではひび割れたコンクリート体を格子に置き換え、単純な一軸応力ひずみ関係を用い、鉄筋と共同して格子モデルを形成することを考える。さらに、この格子モデルを等価な連続体構成式に導き、実際の応用に対してより簡易と思われる RC 要素構成則を構築する。この構成則を用いて、繰返し載荷を受ける RC はりと RC 柱の解析を行い、実験と比較することにより、本モデルの妥当性を検証する。

**キーワード：**格子モデル、連続体構成式、繰返し載荷

## 1. 序論

RC 構造の解析はひび割れたコンクリート体の方向性を精度よく表す必要があり、コンクリートの応力-ひずみ関係を正確に記述することは最も基本的な要件である。従来、コンクリートの構成則に関する研究は膨大な数にのぼり、当研究室だけでも、2次元、3次元塑性モデルを始め、2次元、3次元マイクロプレーンモデルに関する研究成果が公表されている。これらはいずれも厳密な理論構成の上でモデルが構築されているものの、実際の応用となると、多くの計算時間が必要で、簡便な利用は不可能であることも多い。そのために本研究では連続体であるひび割れたコンクリート体を等価な格子に置き換え、単純な一軸応力ひずみ関係を用い、鉄筋と共同して格子モデルを形成することを考える。さらに、この格子モデルを等価な連続体構成式へ導くことによって、より簡易と思われる RC 要素構成則を検討してみる。本研究で用いる構成則は簡単な定式化で単純な一軸応力ひずみ関係を用いることができるため、有限要素解析において容易に使用することが可能である。本研究で提案される構成則での格子モデルはそ

れぞれの部材の方向角を固定しないで、パラメータとして扱うことができる。実用への応用の過程として、この構成則を用いて、繰返し載荷を受ける RC 構造物の実験の解析を行い、実験値と解析値を比較する事により、本研究の妥

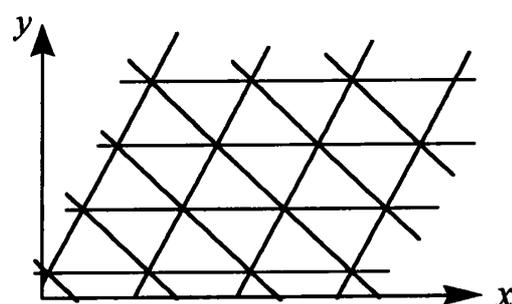


図-1 格子平面

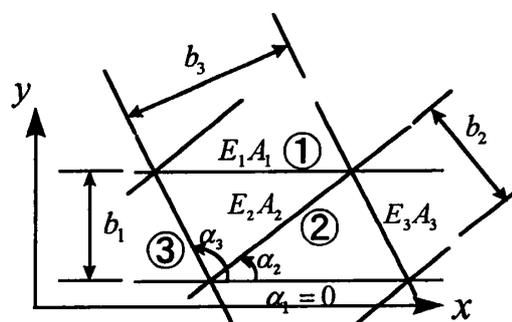


図-2 格子平面の一部

\*1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)

\*2 名古屋大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

\*3 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

当性を検証する。

2. 平面格子の連続体化への理論

2.1 剛性マトリックスの作成

図-1 のように平行なバーの列を持つ格子平面を考える。格子が存在している連続体のひずみを  $\epsilon = [\epsilon_x \ \epsilon_y \ \gamma_{xy}]^T$  , 格子の応力を

$f = [f_x \ f_y \ f_{xy}]^T$  とする。応力は一般には  $N/mm^2$  の単位で表されるが、本研究では構造物の厚さも考慮している。よって、 $f$  は応力に構造物の厚さをかけて  $N/mm$  の単位で表される。この格子平面の一部を取り出し、図-2 に示す。  $i$  番目の列の方向角を  $\alpha_i$  , その剛性を  $E_i A_i$  , 平行な列の間の距離を  $b_i$  とする。各部材の部材方向のひずみを  $\hat{\epsilon}$  とすると連続体のひずみ  $\epsilon$  より、ひずみの回転マトリックスを用いて、

$$\hat{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_i \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_1 & \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_i & \sin^2 \alpha_i & \cos \alpha_i \sin \alpha_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_n & \sin^2 \alpha_n & \cos \alpha_n \sin \alpha_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

と各部材の部材方向のひずみを連続体のひずみで表すことができる。次に応力についてであるが、格子部材はすべて一軸応力状態であるとするので、それぞれの部材方向のひずみから、各部材方向の応力  $\hat{f} = [f_1 \ \dots \ f_i \ \dots \ f_n]^T$  は

$$\hat{f} = R_n \hat{\epsilon} \quad (2)$$

と表せ、ここで、

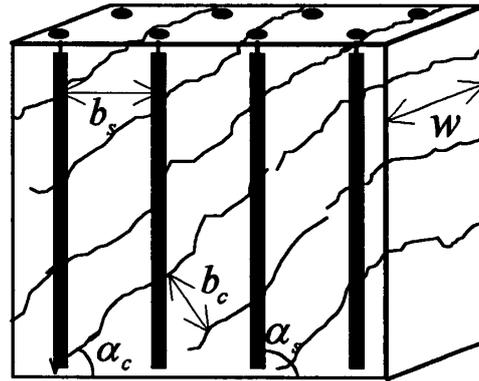


図-3 ひびわれが発生した RC 要素

$$R_n = \begin{bmatrix} r_1 & & & & \\ & \ddots & & & 0 \\ & & r_i & & \\ & & 0 & \ddots & \\ & & & & r_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$r_i = \frac{E_i A_i}{b_i}$$

である。応力の回転マトリックスを適用することによって、それぞれの部材方向の応力から格子の応力  $f$  を求めることができ、

$$f = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \dots & \cos^2 \alpha_i & \dots & \cos^2 \alpha_n \\ \sin^2 \alpha_1 & \dots & \sin^2 \alpha_i & \dots & \sin^2 \alpha_n \\ \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 & \dots & \cos \alpha_i \sin \alpha_i & \dots & \cos \alpha_n \sin \alpha_n \end{bmatrix} \hat{f} = L_\epsilon^T \hat{f} \quad (4)$$

と表せる。したがって、

$$f = L_\epsilon^T R_n L_\epsilon \epsilon = D \epsilon \quad (5)$$

となり、応力-ひずみマトリックス  $D$  が次式で求められる。

$$D = \begin{bmatrix} \sum_1^n r_i \cos^4 \alpha_i & \sum_1^n r_i \cos^2 \alpha_i \sin^2 \alpha_i & \sum_1^n r_i \cos^3 \alpha_i \sin \alpha_i \\ & \sum_1^n r_i \sin^4 \alpha_i & \sum_1^n r_i \cos \alpha_i \sin^3 \alpha_i \\ \text{symm.} & & \sum_1^n r_i \cos^2 \alpha_i \sin^2 \alpha_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)を有限要素解析に適用させると、剛性マトリックス  $K$  は

$$K = \int [B]^T [D][B] dV$$

と表すことができる。ここで、 $[B]$  は変位-ひずみマトリックスである。

### 2.2 RC2次元要素への適用

式(6)より得られた剛性マトリックスを RC2次元要素に適用する場合、コンクリートと鉄筋をそれぞれトラス部材におきかえることになる。図-3のようなひび割れが発生した RC 要素について考える。 $\alpha_c$  と  $\alpha_s$  はそれぞれコンクリートと鉄筋が水平方向となす角である。コンクリートについては断面積はひび割れの間隔と厚さの積であると考えられる。式(3)で表される  $R_n$  マトリックスの成分について、コンクリート、鉄筋をモデル化したものをそれぞれ  $r_c, r_s$  とすると、

$$r_c = \frac{E_c A_c}{b_c} = \frac{E_c b_c w}{b_c} = E_c w \quad (7)$$

$$r_s = \frac{E_s A_s}{b_s}$$

となる。ひびわれや鉄筋が複数ある場合も同様にする。

## 3. 解析方法

### 3.1 各材料の構成則

解析に用いた各材料の構成則を図-4 から図-6 に示す。引張コンクリートについて、除荷時は原点に向かう直線に沿って応力が減少するとし、再載荷された場合は除荷経路上を戻す。圧縮コンクリートでは除荷時は初期勾配の直線に沿って応力が減少し、再載荷された場合は過去の最大のひずみに向かって応力が変化するとした。鉄筋の構成則は図-6 に示すものを用いた。降伏点を超えたら剛性はゼロになり、除荷、再載荷では初期勾配の直線に沿って応力が変化する。

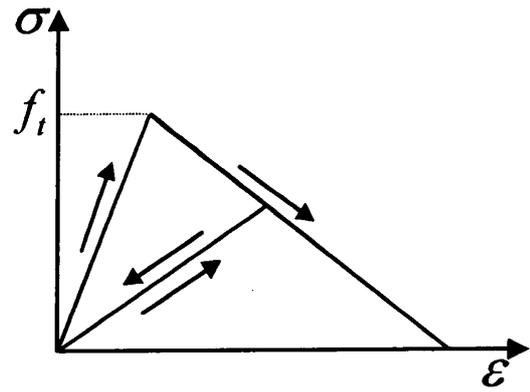


図-4 コンクリート (引張)

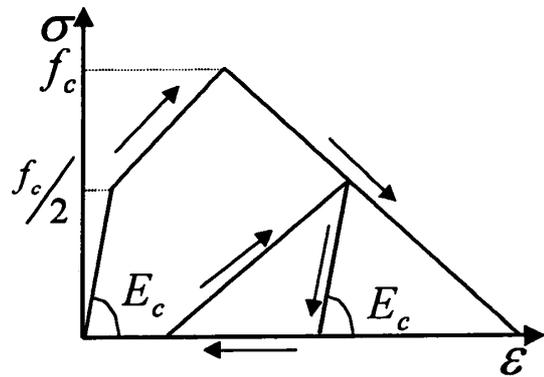


図-5 コンクリート (圧縮)

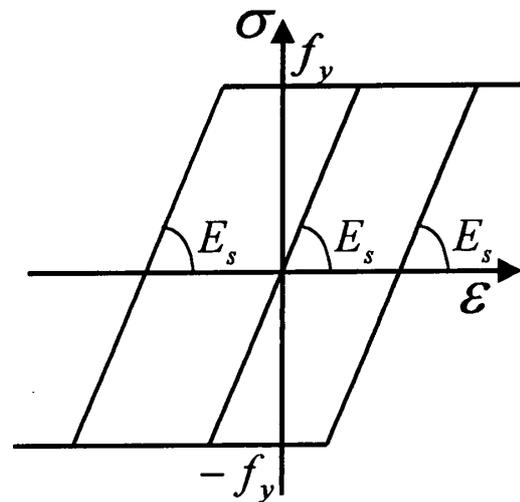


図-6 鉄筋

### 3.2 応力-ひずみマトリックス

有限要素解析において要素ごとにひび割れの判定をし、ひび割れ発生前は連続体であるとし、ひび割れ発生後は本研究で提案する格子モデルに置き換えて解析を行った。ひび割れ発生判

断はそれぞれの要素における主応力を計算し、その主応力がコンクリートの引張強度を上回れば式(6)で表される構成則を用いた。また、圧縮応力が圧縮強度の2分の1を上回った場合も弾性でなくなると考え、構成則に式(6)で表される構成則を用いた。

ひび割れ発生前はコンクリートと鉄筋は弾性体として扱っており、それぞれの応力-ひずみマトリックス  $D_c$ ,  $D_s$  は2次元応力状態で、

$$D_c = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$D_s = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 \\ 0 & E_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

と書ける。ここで、 $\nu$  はポアソン比で  $\nu = 0.15$  とした。コンクリートのひび割れ後に適用される本研究の構成則では応力に厚さを含んでいるので、ひび割れ発生前の弾性域においても構造物の厚さを考慮しなければならない。よって、コンクリートと鉄筋の厚さをそれぞれ  $t_c$ ,  $t_s$  とすると、弾性域において適用される応力-ひずみマトリックスは

$$D = t_c D_c + t_s D_s \quad (10)$$

となる。

一方、ひび割れ発生後は式(6)による応力ひずみ関係を用いる。

#### 4. RC はりの解析

本研究のモデルを検証するために、実験結果との比較を行った。

##### 4.1 実験概要

解析対象はRC はりの繰り返し載荷の実験<sup>7)</sup>で、図-7に示すような単純はりで対称2点載荷により、繰り返し曲げ試験を行っている。軸方向の鉄筋は上下に2本のD25(断面積:  $506.7\text{mm}^2$ , 降伏点:  $318.5\text{MPa}$ )が配置されており、コンクリートの圧縮強度は  $23.7\text{MPa}$  である。供試体には断面積  $63.6\text{mm}^2$  のスターラップが  $200\text{mm}$  間隔で配置されており、曲げ破壊の挙動を示している。変位はスパン中央でのたわみを測定している。

##### 4.2 解析モデル

このRC はりを有限要素法により、非線形解析した。はりには上下に各2本の軸鉄筋が配されているので、上下2段ずつの要素における構成則の格子モデルはコンクリートの引張、圧縮、スターラップ、軸鉄筋の4部材からなっている。その他の要素は軸鉄筋を除く3部材からなっている。

##### 4.3 考察

荷重-変位曲線の実験結果と解析結果の比較を図-8に示す。履歴ループのうち、若干解析値の方が堅い傾向が見られる部分もあるが、おおむね実験値と一致しているといえる。また、解析において、ひび割れははり中央付近の要素から発生し、徐々に上や外側の要素に進展して

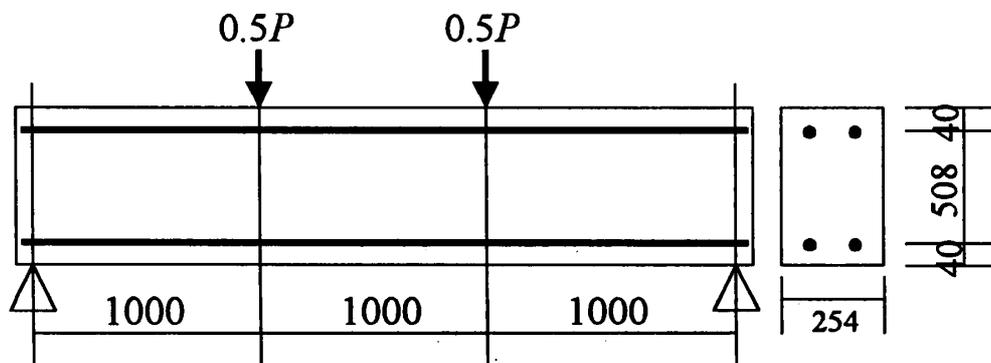


図-7 RC はり供試体

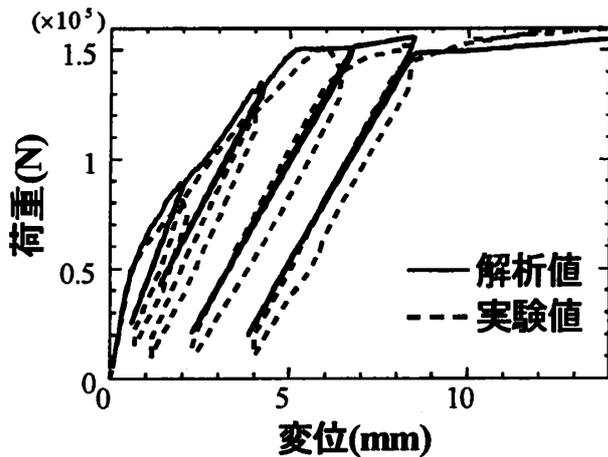


図-8 荷重-変位曲線

いく様子が見られ、はり中央付近のひび割れの角度は垂直方向であった。よって、解析においても曲げ破壊の挙動を示すことが確認できた。

### 5. RC 柱の解析

#### 5.1 実験概要

解析の対象となる実験はカリフォルニア大学の Priestley らによるものである<sup>2)</sup>。

用いられた供試体は、形状は同じであるが、柱高さと材料特性が異なっている。実験供試体

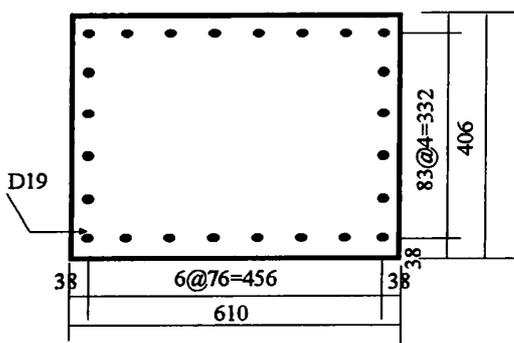


図-9 供試体断面

および解析モデルを図-10 に、供試体諸元を表-1 に示す。供試体には図-9 (単位: mm) に示すように軸鉄筋 (D19, 断面積:  $285\text{mm}^2$ ) が配置されている。また、スターラップの断面積は  $31.7\text{mm}^2$  で間隔は  $127\text{mm}$  である。

実験では、供試体に一定の軸力を作用させながら、せん断力を作用させている。変位は柱上部の変位を測定している。

#### 5.2 解析方法

有限要素法により、非線形解析を行った。格子モデルはすべての要素において引張、圧縮のコンクリート、軸鉄筋、スターラップの4部材からなっている。柱は上下対称の挙動を示すので、解析モデルは実際の柱の下半分で行った。境界条件は下は全節点固定とし、上は全節点について鉛直方向に軸力  $P$  を、水平方向に強制変

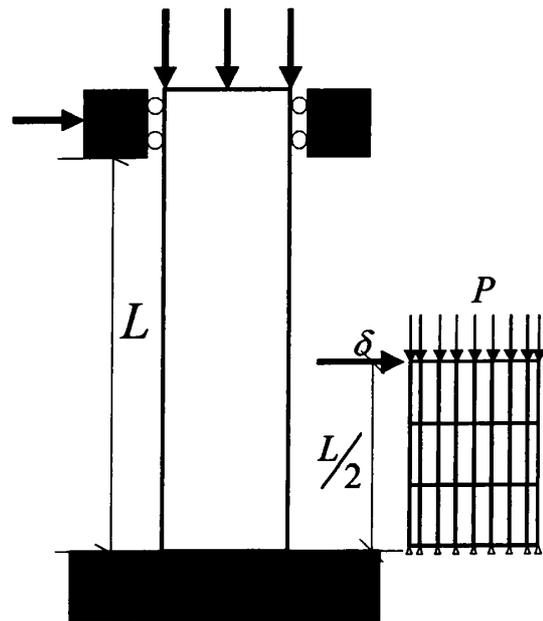


図-10 RC 柱供試体および解析モデル

表-1 供試体諸元

	コンクリート	鉄筋	スターラップ	軸力 (kN)	L (m)
	圧縮強度 $f_c$ (MPa)	降伏応力 $f_y$ (MPa)			
R-1	37.9	316.9	360.3	507.3	2.44
R-5	32.7	469.2	323.8	507.3	1.83

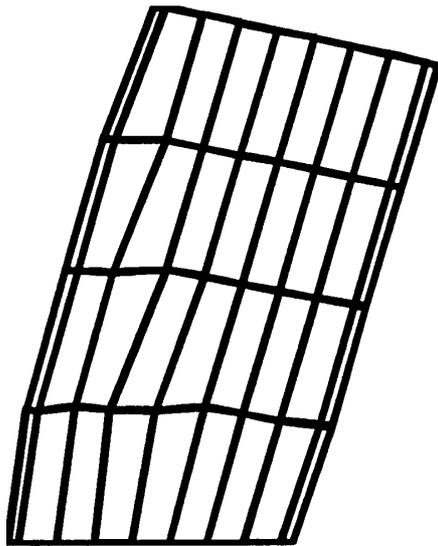


図-11 柱の変形状態(R-1)

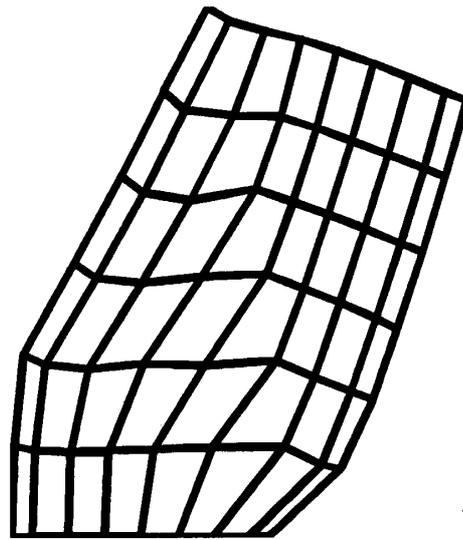


図-12 柱の変形状態(R-5)

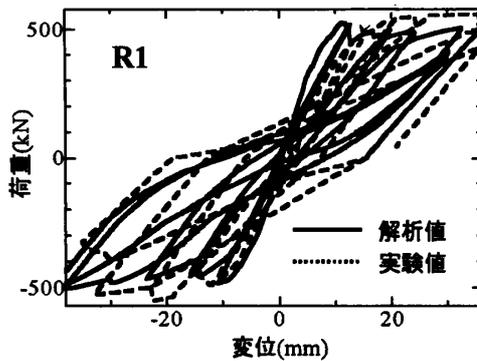


図-13 荷重-変位曲線(R1)

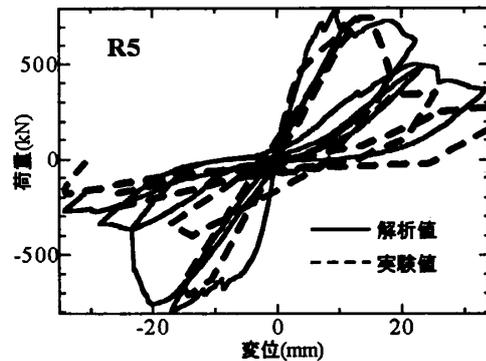


図-14 荷重-変位曲線(R5)

強制変位  $\delta$  を一様に作用させた。変位  $\delta$  を一様に作用させた。

### 5.3 考察

図-13 と図-14 の矢印で示す変位におけるそれぞれの解析モデルの変形状態を図-11 と図-12 に示す。また、荷重変位曲線の実験値と解析値を比較した結果を図-13 と図-14 に示す。図-11, 12 より R-1 は曲げの影響が強く、一方、R-5 はせん断の影響が強いと考えられる。荷重-変位曲線を見ると、解析値と実験値は R-5 においてはせん断破壊の挙動を精度よく表現できたのではないかとと思われる。

### 6. 結論

以上、比較的簡単な理論で構築した RC 材料

の構成則を導き、それを用いて RC はりと RC 柱について繰り返し応力場において解析を行った。実験結果と比較して解析結果はどちらも妥当な値を得られたと考えられる。したがって本研究のモデルの有効性が示されたと思われる。

### 参考文献

- 1) 異形鉄筋コンクリート設計法研究会：異形鉄筋コンクリート設計法，鋼材倶楽部，pp.60，1971
- 2) Yan Xiao, M. J. Nigel Priestly, Frieder Seible : Steel Jacket Retrofit for Enhancing Shear Strength of Short Rectangular Reinforced Concrete Columns, Report No.SSRP-92/07, July 1993