

425

# 纖維方向に直径変化を伴う炭素纖維の機械的性質の推定、第二報：ヤング率

立命大[院] 学 ○堀川教世  
明石高専 正 境田彰芳

大産大 正 中山英明  
立命大 正 田中道七

## 1. 緒言

本研究では纖維方向に直径変化を伴う炭素纖維の機械的性質の推定の第二報として、ゲージ長さが2~100mmの炭素纖維を用いて引張試験を行い、得られたP-δ曲線より実験的にヤング率を求めたが、ゲージ長さによってヤング率が異なったため、全てのゲージ長さにおいて統一的に表すことができるヤング率の推定を試みた。

まず、第一報の結果より纖維方向に直径変化を伴う炭素纖維においては纖維直径の決定は困難であることから、纖維直径の代表値をゲージ長さの両端と中央の3点の測定値の最小値 $d_3$ とし、それを使ってヤング率 $E_3$ を計算し、直径 $d_3$ に対するヤング率 $E_3$ の分布を求めた。さらに、纖維長さ方向に変化する直径 $d$ に対して、等価直径 $d_{eq}$ を定義し、第一報で調査した長さ100mmの炭素纖維の直径変化のデータを用いてゲージ間の等価直径 $d_{eq}$ を計算し、これとゲージ間の両端と中央の3点の直径の最小値 $d_3$ の2元分布を求めた。そして、この2元分布と先の直径 $d_3$ に対するヤング率 $E_3$ の分布を組み合わせ、全てのゲージ長さにおいて統一的に適用しうるヤング率 $E$ の値を推定した。

## 2. 実験方法

実験材料は第一報と同様にピッチ系炭素纖維であり、ゲージ間の両端と中央の3点の直径を測定した後、JISR7601に準じ、ゲージ長さ2~100mmの範囲で引張試験を行った。

## 3. 実験結果および考察

### 3.1 各ゲージ長さにおける炭素纖維のヤング率

図1は纖維直径の代表値としてゲージ間の両端と中央の3点の直径の最小値 $d_3$ を使って計算したヤング率 $E_3$ を正規確率紙上にプロットしたものである。なお、図中の直線は各ゲージ長さにおけるプロットを直線近似したものである。図より、ヤング率 $E_3$ は同じゲージ長さでも一定の値をとらず、ばらつきを持って分布しており、また、各ゲージ長さにおける直線の勾配は異なっており、ゲージ長さによって異なる分布をなすことが分かる。このことはヤング率の伸び依存性に起因しているものと考えられるが<sup>1)</sup>、第一報で明らかにしたように纖維方向に沿う直径変化の影響も十分に考えられる。このため次節では後者の点について検討を加える。

### 3.2 各ゲージ長さにおける最小直径 $d_3$ と等価直径 $d_{eq}$

との関係および等価直径 $d_{eq}$ の分布 本実験で用いた炭素纖維は第一報でも述べたように纖維方向に沿う直径変化が無視できないほど大きいため直径を決めるの

は困難である。前節では纖維直径の代表値として直径 $d_3$ を用いていたが、ここでは等価直径 $d_{eq}$ を用いる。

まず、炭素纖維のヤング率を $E$ 、長さ $l_1$ の両端の纖維直径をそれぞれ $d_1$ 、 $d_2$ とすると、荷重 $P$ を与えたときの伸びは $\angle l = (4Pl_1/\pi E)(1/d_1d_2)$ となる。但し、 $l_1$ 間で直径の変化は線型と仮定する。この纖維と隣りあい、同じ長さ $l_1$ で両端の直径が $d_2$ と $d_3$ 、 $d_3$ と $d_4, \dots, d_n$ と $d_{n+1}$ の異なる纖維が $n$ 個連続して長さ $l$  ( $l = nl_1$ ) の纖維をなしたとき、全体の伸びは $\angle l = (4Pl/\pi En) \Sigma (1/d_nd_{n+1})$ となる。このときのひずみを $\epsilon_{eq} = \angle l/l = (4P/\pi En) \Sigma (1/d_nd_{n+1})$ とし、応力を $\sigma_{eq} = 4P/\pi d_{eq}^2$ とすると、 $\epsilon_{eq}$ と $\sigma_{eq}$ の左辺の荷重 $P$ を消去して、 $\epsilon_{eq} = (\sigma_{eq}d_{eq}^2)/(En) \Sigma (1/d_nd_{n+1})$ となる。ここで $(d_{eq}^2/n) \Sigma (1/d_nd_{n+1}) = 1$ となるように $d_{eq}$ を決めると $\sigma_{eq} = E \epsilon_{eq}$ の関係が満たされ、纖維方向に沿った直径変化に影響されないヤング率 $E$ が求まる。

次に、このようにして定義した $d_{eq}$ を各ゲージ長さについて求めるわけであるが、実験では纖維直径はゲージ間の両端と中央の3点の直径の最小値 $d_3$ のみしか測定していないため、本節では第一報で調査した長さ100mmの炭素纖維について0.1mm間隔での直径のデータを用いて各ゲージ間における $d_{eq}$ を計算し、さらに $d_3$ についても求め、 $d_3$ と $d_{eq}$ の関係を統計的に求めた。

図2は一例としてゲージ長さ2mmの $d_3$ と $d_{eq}$ の関係を示したものである。さて、第一報の3.2節と同様、解析を簡便に行うために、図中の回帰線 $R$ を長軸として、 $d_3$ と $d_{eq}$ は橢円状に2次元正規分布をなすと仮定し、その分布形を求めた。なお、この分布形の誘導方法については、第一報の3.2節において $d_3$ と $d_0$ の2元分布の誘導を行っており、本節もこれとほぼ同じであるため、説明は省略する。下に $d_3$ と $d_{eq}$ の2元分布 $f(d_3, d_{eq})$ を示す。

$$f(d_3, d_{eq}) = \frac{\sqrt{m_3 m_{eq}}}{2\pi} \exp \left( -\frac{1}{2} \left[ m_3 \{(d_3 - \bar{d}_3) \cos \theta + (d_{eq} - \bar{d}_{eq}) \sin \theta\}^2 + m_{eq} \{(d_3 - \bar{d}_3) \sin \theta + (d_{eq} - \bar{d}_{eq}) \cos \theta\}^2 \right] \right) \quad (1)$$

但し、 $m_3$ 、 $m_{eq}$ は図2中の実験点をそれぞれ $R'$ 軸、 $R$ 軸に平行移動して得た $D_3$ 、 $D_{eq}$ の周辺分布を正規分布としたときの標準偏差の二乗の逆数である。

**3.3 繊維直径方向の寸法効果を考慮した単一炭素纖維のヤング率の誘導** 図3は一例としてゲージ長さ2mmで引張試験を行い、ゲージ長さの両端と中央の3点の直径の最小値 $d_3$ を使って求めたヤング率 $E_3$ と直径 $d_3$ の関

係を示したものである。図より、ヤング率  $E_3$  は回帰線  $R_1$  で示されるように、第一報で述べた引張強度と繊維直径の関係と同様に、繊維直径が小さくなるに従い大きくなっていることが分かる。また、実験点はほぼ図中に示す  $P_i=5\%$ , 95% の 2 つの直線で挟まれた範囲内に帶状に分布していることが分かる。このことからヤング率  $E_3$  は回帰線の上下に直径  $d_3$  に無関係に等しい標準偏差  $S_{E3}$  で正規分布をなすと仮定し、その分布形を次のように求めた。

$$f_{E3}(E_3) = \sqrt{\frac{m_{E3}}{2\pi}} \exp\left[-\frac{m_{E3}}{2}\{E_3 - C_{E3} - a_1(d_3 - C_{d3})\}^2\right] \quad (2)$$

但し、 $m_{E3} = 1/S_{E3}^2$

式(2)はゲージ間の両端部と中央部の 3 点の直径の最小値  $d_3$  を繊維直径とした場合のヤング率  $E_3$  を表す式であり、前節で定義した繊維直径を  $d_{eq}$  としたものではない。そこで、次にヤング率  $E$  を表す式を導く。まず、ゲージ間の等価直径  $d_{eq}$  より求めたヤング率  $E$  と同ゲージ間の両端部と中央部の 3 点の直径の最小値  $d_3$  から求めたヤング率  $E_3$  との間には  $E=E_3(d_3/d_{eq})^2$  の関係があることから、ヤング率  $E$  と  $E_3$  のなす分布をそれぞれ  $f_E(E)$ ,  $f_{E3}(E_3)$  とすると、 $f_E(E)=f_{E3}(E_3)(d_{eq}/d_3)^2$  の関係が得られる。このことから  $f_E(E)$  は式(2)を用いて次のように表すことができる。

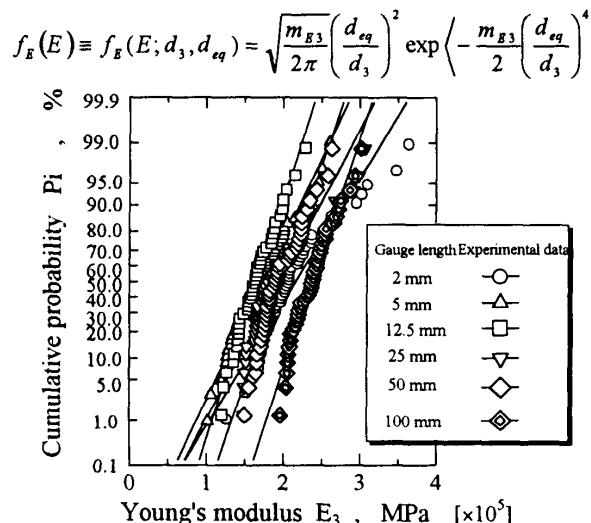


Fig.1 Distributions of Young's modulus  $E_3$  for each gauge length.

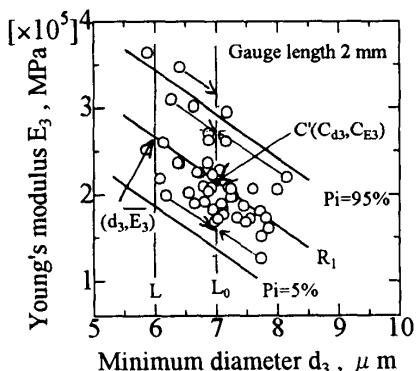


Fig.3 Influence of diameter  $d_3$  on Young's modulus  $E_3$ .

$$\times \left[ E - \left( \frac{d_3}{d_{eq}} \right)^2 \{C_{E3} + a_1(d_3 - C_{d3})\} \right]^2 \right\} \quad (3)$$

ここで、式(3)中にはゲージ間において測定された両端と中央の 3 点の直径の最小値  $d_3$  と同ゲージ間において求めた等価直径  $d_{eq}$  の両変数が含まれているが、 $d_3$  と  $d_{eq}$  の 2 元分布は 3.2 節の式(1)で与えられているから、これを用いてヤング率  $E$  の分布は次式で求めることができる。

$$f(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_E(E; d_3, d_{eq}) f(d_3, d_{eq}) \delta d_3 \delta d_{eq} \quad (4)$$

**3・4 炭素繊維のヤング率** 図 4 は式(4)を数値積分し、ヤング率  $E$  の分布を正規確率紙上にプロットしたものである。図中の各点は各累積確率に対するヤング率  $E$  の計算結果である。図より、上のようにして導かれた各ゲージ長さにおけるヤング率  $E$  の分布はゲージ長に関係なくほぼ同一の分布をなしているようであるが、低累積確率側ではゲージ長さによって多少ばらつきが見られる。

#### 4. 結言 (省略)

#### 参考文献

- 1) 奥田謙介 “炭素繊維と複合材料”, p. 82 (1988) 共立出版

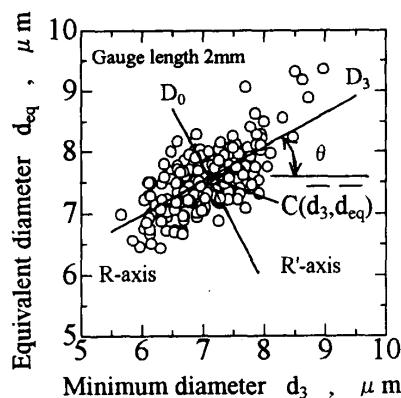


Fig.2 Correlations between the equivalent diameter  $d_{eq}$  on the gauge length and the minimum value  $d_3$  of three measured diameters along the gauge length.

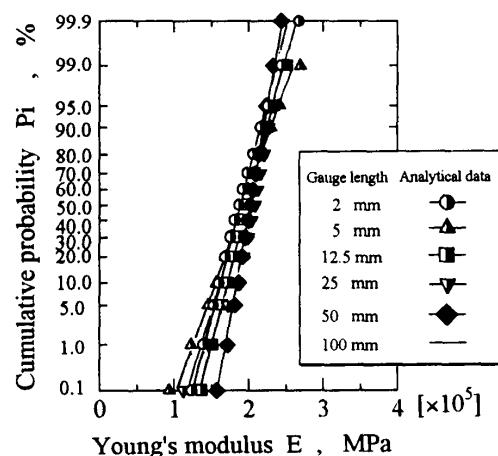


Fig.4 Distributions of Young's modulus  $E$  calculated by Eqs.(3) and (4) for each gauge length.