The Society of Materials Science, Japan

323 MIL-HDBKを援用した疲労試験データ解析モデルの検討

大阪大学 正 西川 出 大阪大学 正 菅田 淳 (株)ｺﾍﾞﾙｺ科研 正 横幕俊典
甲南大学 ○正 中易秀敏 立命館大学 正 酒井達雄

1. はじめに

疲労強度データを統計処理する際にはいかなるモデルを当てはめるかが重要である[1,2]．ところで，統計的疲労寿命モデルについてはこれまでにも種々のものが提案されているが[3-5]，平均応力の効果を含んだものは少ないようである．そこで本報では，平均応力効果を説明できるモデルの一つとして，MIL-HDBKが提案している疲労モデル[6]をとりあげ，このモデルに対し，実際の疲労データを適用する具体的手法について検討してみる．

2. MIL-HDBKにおける疲労寿命モデル

2．1 基本的考え方[6),7)]

検討対象とした疲労寿命モデルは1990年のMIL-HDBK-5F[6]の記載に基づくモデルである．この規格は1994年に改訂されてMIL-HDBK-5G[7]と標記され今日に至っているが，モデルの記述に関しては基本的な内容の変更はない．

この規格では，平均応力を考慮した疲労モデルを考えるに際し，等価応力Seqあるいは等価ひずみεeqを考え，下記の数学モデル表現によって平均応力の効果を考えようとしている．すなわち，等価応力

$$Seq=\Delta S^{A3}\cdot Smax^{1-A3} \qquad (1a)$$

あるいは，等価ひずみ

$$\varepsilon eq=\Delta\varepsilon^{A3}\cdot(Sm/E)^{1-A3} \qquad (1b)$$

に対し，破断寿命Nfの関係を

$$\log Nf=A1+A2\log(Seq-A4) \qquad (2a)$$

あるいは

$$\log Nf=A1+A2\log(\varepsilon eq-A4) \qquad (2b)$$

で表す．ここに，A1,A2，A3，A4は定数，ΔS，Smaxはそれぞれ応力幅，最大応力，Δεはひずみ幅，Smは平均応力，Eはヤング率である．

このモデルの特徴は，これら等価応力あるいは等価ひずみを定数扱いし，式中，A3により平均応力の効果を組み入れ，同時にA4には疲労限度の効果を組み入れている点である．

2．2 モデル適用の具体的手順

MIL-HDBKにおける疲労寿命モデルの適用に関する記述は，2．1にまとめたモデルのコンセプトの説明と，上記モデルを表す数式表現(1a)～(2b)を利用するための手順の流れを表すフローチャートや例題表示である．しかし，この記述は大筋や概略を説明するにとどまり，説明に少なからず飛躍があるため，具体的に実際のデータを適用するのはきわめて困難であると考えられる．

たとえば，数式表現(1a)～(2b)中で用いられるパラメータA1,A2，A3，A4の推定法や信頼区間の設定法などの記述はほとんどなく，本文中では既存のソフトウエアパッケージを利用するかのごとくの記述があるのみである．

以下では，著者らがこの規格に関する記述を読んで推測もしくは憶測して，具体的利用をめざして整理したMIL-HDBKに基づく統計的疲労試験データ解析モデル適用のための手順である．なお，等価ひずみに基づくモデルは，等価応力を等価ひずみに置き直すだけで容易に適用できるので，以下では等価応力に基づくモデルに対する取り扱いのみを示す．

STEP1 初期パラメータの推定

疲労限が現れないデータに対しては，A4=0とおき，A1,A2,A3を線形最小二乗回帰する．一方，疲労限が現れる場合には，まずA3=0.5とおき，等価応力を計算する．この場合，破断データ中最小のSeq値Seq,minを求め，A4=Seq,min/2とおく．非線形最小二乗回帰によりA1,A2,A3,A4を求める．

STEP2 分散不均一モデルの適合

一般にはそれぞれの応力レベルに対して疲労寿命分布の分散が一様ではないことが多い．このことに対処するため，MIL-HDBKでは以下のようなデータ処理を推奨している．

1） 分散不均一の場合の修正式

残差Rを次式で定義する．

$$\frac{|R|}{\sqrt{2/\pi}}=\sigma_0-\sigma_1\left(\frac{1}{S_{eq}}\right) \qquad (3)$$

ここに，σ_0, σ_1は最小二乗回帰により求まる定数で，右辺を関数g(Seq)とおく．

2） σ_1の90%信頼下限値が正の場合

この場合には，分散不均一と判断し，STEP3Aの重み付き当てはめを行う．

3） σ_1の90%信頼下限値が負で90%信頼上限値が正の場合

この場合は，分散一様と判断し，STEP3Bの重みなし当てはめを行う．

4） σ_1の90%信頼上限値が負の場合

この場合は一般に起こり得ない現象なので，データが異常でないか再確認する．

STEP3A 重み付き疲労モデルの適用

STEP1で求まったA3を用いてSeqを再計算する．破断データ中の最小Seqを求め，これ以上の応力での打ち切りデータを解析に含め，次式におけるA1～A4を求める．

$$\log Nf/g(Seq)=A1/g(Seq)+A2\log(Seq-A4)/g(Seq) \qquad (4)$$

STEP3B 重みなし疲労モデルの適用

STEP1で求まったA3を用いてSeqを再計算するため，破断データ中の最小Seqを求め，これ以上の応力での打ち切りデータを解析に含め，(2)式に当てはめ，最小二乗回帰を行いA1～A4を求める．

STEP4 パラメータの有意差検定

A4の90%信頼下限値が負の場合，A4=0としてSTEP3へ戻る．A2の90%の信頼下限値が負の場合は次のSTEP5に

NII-Electronic Library Service

進む．一方，正であった場合には，データ異常の疑いが強いのでデータの再確認を行う．

STEP5　A1,A2の再推定

このステップはSTEP3Aの重み付き疲労モデルの当てはめを行ったときのみ実行する．STEP3で推定されたA3を用いてSeqならびにg(Seq)を再計算し，破断データ中最小のSeqを求める．この値以上の打ち切りデータを含め，A3を定数として最小二乗回帰を行い，A1,A2を求める．

STEP6　標準偏差の推定および標準化残差の計算

残差Ri=log Ni-log Niあるいは重み付き残差WRi=log Ni-log Ni / g(Seq)を用いて標準偏差SDを計算する．重み付き疲労モデルを当てはめた場合は

$$\mathrm{SD} = g(S_{eq})\sqrt{\sum_{i=1}^{n} WR_i^2/(n-k)}$$

とし，重み付きでない場合には

$$\mathrm{SD} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} R_i^2/(n-k)}$$

で求める．nはデータ数，kはSTEP3で推定したパラメータ数である．標準化残差SRiはRi/SDで求める．

3．パラメータ推定法に関する考察と数値検証

3．1　パラメータ推定法

(1a)～(2b)式で表現されるモデルの非線形最小二乗回帰については，まずA3,A4を初期値初期値設定した後これらを定数と見なした線形最小二乗回帰によりA1,A2を得る．ついで，得られたA1,A2のもとで残差和が最小になるA3，A4の探索を行う．上記の手順を残差和の変動が目標値以下に収束するまで繰り返すものとして，線形回帰の逐次的探索の繰り返しを利用して近似的な非線形最小二乗回帰とした．

また，パラメータの有意差検定のために必要な信頼区間の陽的表示は厳密には求まらないため，漸近性[8]を利用した信頼区間設定法を独自に考案して適用した．

3．2　数値解析例

Fig.1に実験点をプロットした3種の応力比条件での疲労データ[6]を対象にモデルの当てはめを行った．このデータはひずみ制御下で得られたデータであるので，モデル当てはめは等価ひずみを用いて行った．結果はTable 1に示す計算過程になり，モデルを図的に表示するとFig. 1におけるS-N曲線となった．ただし今回の解析例では打ち切り点評価はしていない．

4．おわりに

平均応力の効果を説明できるモデルの一つとして注目されるMIL-HDBKに準拠した統計的疲労試験データ解析モデルを検討した．MIL-HDBKの記述は大筋や概略を説明するにとどまっているため，具体的に実際のデータ適用をめざした解析手順やパラメータ推定法を提示した．示した手順は，著者らがこの規格に関する記述に基づいて，具体的利用のための数値検証も含めて整理した手順とパラメータ決定法である．

参考文献

1）　材料強度確率モデル研究会編，材料強度の統計的性質，養賢堂，(1992)．
2）　日本材料学会編，疲労設計便覧，第１２章，養賢堂，(1995)．
3）　西島敏，日本機械学会論文集，A編，46(1980)，1303-1313．
4）　Nishijima.S, ASTM STP,744(1981),75-88.
5）　田中道七，岩谷隆史，酒井達雄，材料，32(1983)，1038-1043．
6）　MIL-HDBK-5F, (1990).
7）　MIL-HDBK-5G, (1994).
8）　竹内啓編，統計学辞典，東洋経済新報社(1990)158-161.

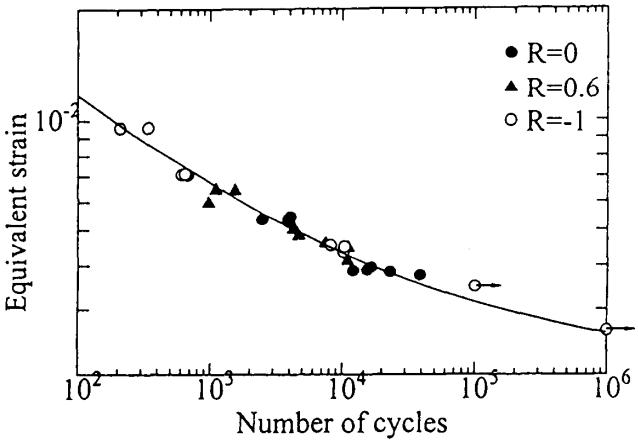

Fig.1 S-N curve by estimated parameters.

Table 1 Results and estimated processes.

STEP1

n=26,　Seq,min=0.00369　A3=0.500　A4=0.00185(initial value)

A1=-4.387　A2=-3.172　A3=0.619　A4=0.00205　R^2=0.352

STEP2

$$\frac{|R|}{\sqrt{2/\pi}} = 0.126049 - 0.000046 \times \left(\frac{1}{S_{eq}}\right)$$

σ_0=0.0726　σ_1=0.000360

$t_{0.1}(25)$=1.316　　-0.000520< σ 1<0.000428

STEP3B

Y=-4.387-3.172X　　R^2=0.352

STEP4

A4=0.00206　A4,0.9lower=0.00205

σ_0=0.322　σ_1=0.128

A2=－3.172　A2,0.9upper=－3.003

STEP6

RMSE=0.124

No	Ri	SDi	SRi
0	0.02527	0.12363	0.20435
1	0.12096	0.12363	0.97840
2	0.03405	0.12363	0.27544
3	-0.12083	0.12363	-0.97730
4	-0.08086	0.12363	-0.65403
5	-0.08679	0.12363	-0.70199
6	-0.03024	0.12363	-0.24460
7	0.18215	0.12363	1.47325
8	0.07060	0.12363	0.57103
9	0.11773	0.12363	0.95227
10	0.07104	0.12363	0.57458
11	0.16219	0.12363	1.31188
12	-0.09112	0.12363	-0.73701
13	-0.03606	0.12363	-0.29169
14	0.02911	0.12363	0.23542
15	-0.10906	0.12363	-0.88214
16	0.19319	0.12363	1.56262
17	-0.22842	0.12363	-1.84753
18	-0.04581	0.12363	-0.37056
19	0.09012	0.12363	0.72891
20	-0.26689	0.12363	-2.15866
21	-0.06293	0.12363	-0.50901
22	0.01564	0.12363	0.12652
23	-0.00871	0.12363	-0.07044
24	0.02521	0.12363	0.20387
25	0.12364	0.12363	1.00003
26	-0.09317	0.12363	-0.75361

Final Results:

A1=－4.387　A2=－3.172　A3=0.619　A4=0.00206　R^2=0.352

NII-Electronic Library Service