

東大千葉演 正 ○ 中村 昇、木質構造研究所 堀江和美
秋田木研 飯島泰男

1. はじめに

構造物が破壊したり、機能性を確保できなくなる確率(破壊確率)を一定値以内におさえる設計法が限界状態設計である。しかし、実務者や設計者にとって、破壊確率を求めることによる設計は馴染めないものであろう。そこで、今まで馴染んできた許容応力度設計と同じフォーマットにすれば、不確定要因や時間的な変動を考慮した上に、馴染み深い設計式で設計することが可能となる。つまり、設計強度、設計荷重の公称値に対して部分安全係数を定め、それらの係数を有する設計基準式に基づいて決定論的手法で設計を行う方法である。設計基準式は次式で表される。

$$\phi R_n \geq \sum_{i=1}^k \gamma_i W_{ni} \quad (1)$$

ここで、 R_n は強度(耐力)の公称値、 W_{ni} は荷重効果の公称値である。荷重効果とは、荷重値を応力や変形、振動応答に変換したものである。また、 ϕ 、 γ_i が部分安全係数であり、それぞれ耐力係数、荷重係数である。 Σ は荷重効果の組合せを表す。耐力や荷重効果の公称値を決め、それぞれの係数を算定すればよい。

本報告では、たわみに関する使用限界状態を考える。視覚的に等級区分されている場合には、各等級に例えば正規分布などの経験分布を当てはめることにより、それぞれの機能関数を用いた限界状態を考え、耐力・荷重係数を算定することができる。しかし、ヤング係数によって等級区分されている場合、上限と下限で挟まれた等級に、正規分布などの経験分布を当てはめることはできない。そこで、上限と下限で挟まれた部分の累積確率分布関数を求めることにより、機能関数を考え、Turkstra 則と AFOSM 法を用い、耐力・荷重係数の算定を行った。

2. 理論

2.1 上限と下限で挟まれた部分の累積確率関数および確率密度関数

変数 x に関する累積分布関数(CDF)を $G(x)$ 、確率密度関数(PDF)を $g(x)$ とすれば、上限 b 、下限 a に挟まれた部分の CDF および PDF は次式で表せる。

$$F(x) = \frac{1}{G(b) - G(a)} [G(x) - G(a)]$$

$$f(x) = \frac{1}{G(b) - G(a)} g(x)$$

例えば、CDF が平均値 μ 、標準偏差 σ である正規分布の場合、 $G(x)$ を $\Phi(x)$ 、 $g(x)$ を $\phi(x)$ とすればよい。ただし、すべての変数を $x' = (x - \mu) / \sigma$ で変換する必要がある。 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布関数、 $\phi(\cdot)$ 標準正規確率密度関数である。

日本木材学会木材強度・木質構造研究会「構造用木材—強度データの収集と分析(1988年)」におけるスギのデータについて解析を行ったところ、K-S 検定の結果、ヤング係数の分布を最尤法により算出したパラメーターを用いた正規分布と仮定してもよいことが分かった。 $n = 2305$ 、 $\mu = 67.51$ (10^3 kgf/cm^2)、 $\sigma = 21.99$ (10^3 kgf/cm^2) である。各等級における PDF、CDF は図.1 および 2 のようになる。また、各等級における特性値を表.1 に示した。

Table 1. Specified values in each grade

Grade	50E	70E	90E	110E
Average	51.16	69.83	88.51	107.28
SD	5.623	5.693	5.581	5.310
COV(%)	0.110	0.082	0.063	0.049
$\Phi(b) - \Phi(a)$	0.261	0.349	0.215	0.061
$\Phi(a)$	0.105	0.366	0.715	0.930

Notes: SD: Standard deviation, COV: Coefficient of variation, Unit: 10^3 kgf/cm^2 for Average and SD

2.2 耐力・荷重係数の算定

次に、Turkstra 則と AFOSM 法を用いて耐力・荷重係数を求める。例えば、木造住宅の2階の床梁を考えよう。性能関数 G は

$$G = F(x) - [D + \max Ls(t) + Le] \quad (2)$$

D は固定荷重、 $\max Ls(t)$ は常時の積載荷重の最大値分布、 Le は非常時の積載荷重である。Turkstra 則とは、荷重の組合せの内、主たる荷重を確率過程として扱い、他の荷重は確率変数として扱う考え方である。また、AFOSM 法とは、限界状態における曲面に原点から垂線を引いた点(設計点)における接平面で破壊確率を評価するものである。(2)式で表された性能関数について、 $G=0$ となる設計点を求め、それぞれの設計点の値を公称値で除した値が耐力・荷重係数である。

公称値はそれぞれの等級における最低値、例えば E90 であれば $80 \times 10^3 \text{kgf/cm}^2$ とした。表.2 に荷重の基本統計量を示してある。

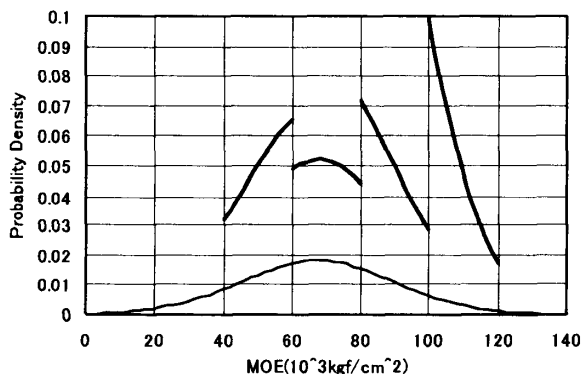


Fig.1. Probability density function (PDF)

Notes: —: Original PDF, —: PDF of each grade

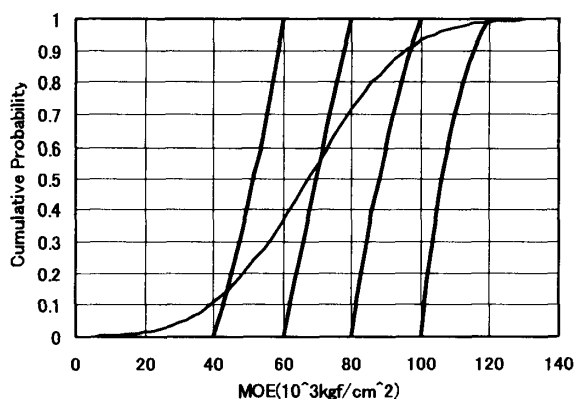


Fig.2. Cumulative distribution function (CDF)

Notes: —: Original CDF, —: CDF of each grade

3. 結果と考察

スギ E50 における、耐力・荷重係数の値を図.3 に示した。横軸は固定荷重に対する常時の積載荷重の比を表している。一般的には、この比の値はさまざまな値をとるが、通常この比の値が大きく、それぞれの係数の

値が一定の値になったところを係数としている。したがって、固定荷重+積載荷重の組合せでは(1)式は

$$1.2R_n \geq 1.0W_{Dn} + 1.7W_{Ln}$$

と表せる。許容応力度設計に比べ、主たる荷重である積載荷重に重みが加わっていることが分かる。

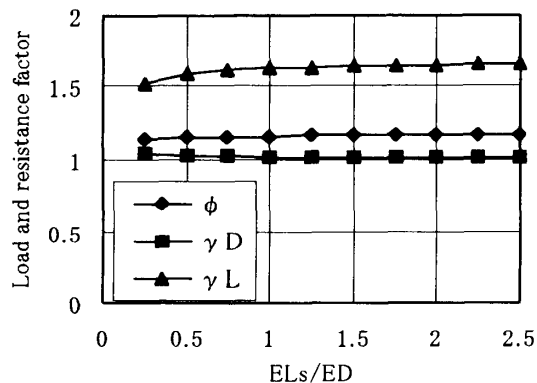


Fig.3. Load and resistance factor for Sugi E50

Notes: ELs: Mean sustained live load effect, ED: Mean dead load effect

参考文献

- 1)日本木材学会木材強度・木質構造研究会:構造用木材一強度データの収集と分析(1988)
- 2)伊藤學他共訳:土木・建築のための確率・統計の応用、丸善株式会社(1988)
- 3)長 尚:基礎知識としての構造信頼性設計、山海堂(1993)
- 4)日本建築学会:鋼構造限界状態設計指針・同解説(1998)
- 5)堀江和美:木材強度の確率・統計手法(1997)
- 6)河野守:学位論文、建築物の構造信頼性解析に関する研究(1990)

Table 2. Load effects

	Stochastic process model	Mean occurrence rate (/year)	Mean working time (year)	$\bar{W}_x/W_{x,n}$	COV	Probability distribution
W_D (Dead load effect)	Random variable	—	—	1.00	0.10	Normal
W_{Ls} (Sustained live load effect)	PSW	1/8	8	0.45	0.40	Log normal
W_{Le} (Extraordinary live load effect)	PI	1	1	0.45	0.80	Log normal

Notes; PSW:Poisson square wave process, IRP:Intermittent rectangular pulse process、PI:Poisson impulse wave process、 $\bar{W}_x$:Average value of load effect、 $W_{x,n}$:Nominal value of load effect、COV:Coefficient of variation