

1. 序 論

繊維強化複合材料の弾性特性を知るために、引張試験等の材料試験がしばしば行われる。著者らの協同研究グループも、3年間にわたりフィラメントワインディング (FW) 法により成形されたGFRP 平板の試験片について種々の測定を実施した⁽¹⁾⁽²⁾。その結果として得られた実験値には、ある程度のばらつきが見られた。こうした実験結果の検討には、測定値に最小二乗法を適用して直線の近似式を求め、その傾向から議論を進めるのが一般的である。しかしこれだけでは、用いたパラメータの妥当さや求めた近似式の有意性を知ることができない。

そこで本研究では回帰分析を用いて、GFRP 材料の引張試験データに対して最小二乗法によって求めた近似式の有意性を検討すると共に、パラメータ選択の評価を行った。試験片は、一方向に強化繊維が配列されたFW成形材であるが、こうした異方性平板の力学特性を表すには、繊維方向の引張弾性率、繊維と直角方向の引張弾性率、せん断弾性率、ポアソン比の4つの物性値が必要になる。これらのデータに、回帰分析の手法⁽³⁾⁽⁴⁾を適用して相関係数、寄与率、t 値などを求め、新たな知見を得た。

2. 理 論

2.1 引張試験の概要⁽¹⁾⁽²⁾

本研究で用いたデータの試験条件をまとめる。試験では、FW法で作られた一方向材から、繊維方向に対し、0°、45°、90°の試験片を切り出し、アルミタブを接着後、70℃で3時間ポストキュアし、万能材料引張試験機により試験速度1mm/分で、引張応力-ひずみの関係を弾性領域内で測定し、引張弾性率とポアソン比を算出した。

引張方向弾性率 E は、試験片幅 b 、板厚 h 、ひずみ ε 、ゲージ率 K_g とすると、

$$E = \frac{P}{b \times h \times \varepsilon} \times \frac{K_g}{2.00} \quad (1)$$

となる。ポアソン比 ν_{LT} は、引張方向のひずみを ε_L 、引張方向に直交するひずみを ε_T とすると、

$$\nu_{LT} = -\varepsilon_T / \varepsilon_L \quad (2)$$

となる。せん断弾性率 G_{LT} は、45° の試験片を引張り、式 (1) の関係で求めた引張方向弾性率 E_{45} を用いて

$$G_{LT} = E_{45} / 2 \quad (3)$$

の関係から求めている。またガラス繊維含有率 V_f は試

験片をデシケーター中で乾燥後、625℃で3時間燃焼させ、燃焼前後の重量差により算出した。

その弾性特性のデータの一例として E_L の測定値を図1に示す。こうしたデータについて、最小二乗法を適用して得た一次の近似式は

$$E_L = 0.793 V_f + 0.172 \text{ GPa} \quad (4)$$

$$E_T = 0.450 V_f - 6.967 \text{ GPa} \quad (5)$$

$$G_{LT} = 0.004 V_f + 3.845 \text{ GPa} \quad (6)$$

$$\nu_{LT} = -0.0029 V_f + 0.4326 \quad (7)$$

となった。

2.2 回帰分析手法の要点

回帰分析とは、2つ以上のデータの集まり(原因と結果)の関係を表すための分析である。式(4)-(7)の最小二乗法によって求めた近似式は回帰式といい、回帰式の有意性や有効性を統計的に判断し、回帰式に使われている説明変数の選択を行う一連の統計分析を回帰分析という。また、予測したい変数を目的変数、予測に使う変数を説明変数という。

最小二乗法により求められた回帰式の有意性は、分散分析により判断する。分散分析は、与えられたデータに直線を近似したことに意味があったかを判断する方法で、回帰平方和が残差平方和に対して無視できないほど大きいことによって判断する。また、自由度調整済み寄与率と自由度二重調整済み寄与率から、どの変数の回帰式が良いかを判断し変数選択を行い、零検定による偏回帰係数の検定をして選択した変数が適当か確認する。

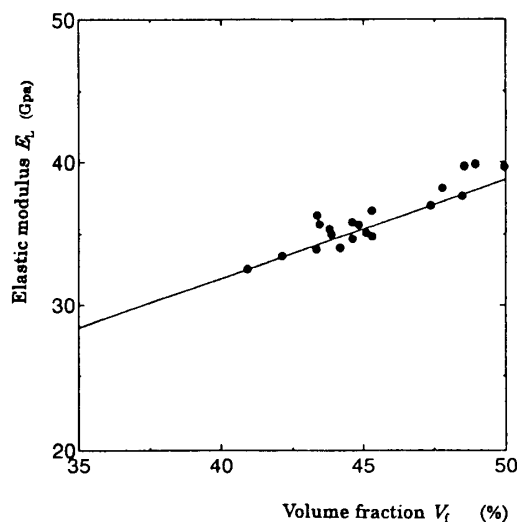


Fig.1 Experimental data for E_L versus the volume fraction V_f .

一般に、目的変数 y_α の変動を説明変数 x によって説明できる部分の平方和を回帰平方和といい、

$$S_R = \sum (\hat{y}_\alpha - \bar{y})^2 \quad (8)$$

と示される。ここで $\hat{y}_\alpha$ は回帰式による予測値、 $\bar{y}$ は平均値である。説明変数で説明できない部分の平方和を残差平方和 S_e といい、その和を総平方和 S_T とする。

目的変数の測定値と推定値の一致の度合いは、重相関係数で知ることができ、

$$R = \frac{S_R}{\sqrt{S_{yy} S_R}} = \sqrt{\frac{S_R}{S_T}} = \sqrt{1 - \frac{S_e}{S_T}} \quad (9)$$

と定義される。また、目的変数の変動のうち、 p 個の説明変数の組で説明できる割合を示すのが、寄与率であり、重相関係数の 2 乗である。重相関係数と寄与率には、説明変数の数を増やすほど、その変数が有用さに関係なく必ず値が大きくなる欠点がある。そこで、見かけ上の重相関係数が大きくなるのを自由度で調節したものを、自由度調整済重相関係数と呼び、

$$R^* = \sqrt{1 - \frac{V_e}{V_T}} = \sqrt{1 - \frac{S_e / (n-p-1)}{S_T / (n-1)}} \quad (10)$$

と示す。その二乗を自由度調整済寄与率 R^{*2} といい、 R^{*2} が負になってしまう p 個の説明変数は目的変数を予測するのに利用できないと判定する。自由度をさらにもう一度調整したものは、自由度二重調整済寄与率と呼び、

$$R^{**2} = 1 - \frac{n+p+1}{n+1} \times \frac{n-1}{n-p-1} (1-R^2) \quad (11)$$

により示す。この値が最も大きい説明変数を回帰式のパラメータとして用いるとよい。

また分散比 F_0 計量として用いる F 検定があり、

$$F_0 = \frac{V_R}{V_e} \geq F(p, n-p-1, \alpha) \quad (12)$$

のとき、回帰式は有意であると判断する。

目的変数の変動への寄与を、各説明変数ごとに考えるときには、 t 値を用いる。

t 値 = (偏回帰係数 / 偏回帰係数の標準誤差)

また、説明変数のみの相関係数の行列を作り、その行列式の値が 0 又は、極めて 0 に近いと多重共線性の状態にあると判断できる。多重共線性の状態にあると、回帰係数の推定精度が悪くなるなど、回帰分析においては好ましくない状況を生み出すので、説明変数同士が多重共線性の状態にないことが望ましい。

3. 結果及び考察

目的変数が種々の弾性係数 E_L, E_T, G_{LT} と各方向に引張った際のポアソン比 ν であり (E_T については 2 度測定を行ったため、2 度目のデータを E_T' とする)。

説明変数が密度、幅、板厚、ガラス繊維含有率の場合の回帰分析結果を表. 1 に、 $F(p, n-p-1, \alpha)$ の値を表. 2 に示す。表 2 より、自由度調整済寄与率の値が負になっていることと、分散比から引張弾性率 E_{LT} とせん断弾性率 G_{LT} の回帰式の有意性は低いと示された。

さらに表. 1, 2 から、有意であると考えられた回帰式の、すべての説明変数の組み合わせについて回帰分析を行い、自由度二重調整済寄与率の値が最も大きい組み合わせについて、零検定を行った。その結果はスペースの関係で省略するが、引張弾性率 E_L を予測するのに重要な変数は板厚とガラス繊維含有率であり、ポアソン比 ν_0 では密度、ポアソン比 ν_{45} では密度と繊維含有率、引張弾性率 E_T と引張弾性率 E_T' では板厚であり、ポアソン比 ν_{90} では板厚とガラス繊維含有率であることがわかった。また、多重共線性の確認を行い、その結果から今回の測定データは多重共線性の状態にはないことがわかった。

ポアソン比 ν_0 、引張弾性率 E_T の予測には繊維含有率の寄与が低いことから、これらの値は樹脂の特性に大きく左右されていると考えられる。また、どの変数を予測するにあたっては、試験片の幅が一度も出てこないことは、今回の測定のように狭い幅の試験片 (10mm) でも、ひずみゲージによる補強効果は少ないためと考えられる。

参考文献

- (1) 吉田・他、平成 8 年度共同研究報告書、北海道工業試験場 (1998)、19-31
- (2) 山岸・他、平成 10 年度共同研究報告書、北海道工業試験場 (1999)、22-27
- (3) 久米・飯塚、回帰分析、(1987)、岩波書店
- (4) 内田、すぐわかる EXCEL による多変量解析、(1996)、東京図書

Table 1. Results from regression analysis

	E_L	ν_0	E_{LT}	ν_{45}	G_{LT}	E_T	E_T'	ν_{90}
R	0.946	0.473	0.248	0.530	0.354	0.892	0.438	0.531
R ²	0.896	0.224	0.061	0.281	0.125	0.796	0.192	0.282
R ^{*2}	0.868	0.017	-0.072	0.179	-0.014	0.760	0.133	0.158
F_0	32.50	1.086	0.462	2.744	0.899	22.456	3.259	2.268

Table 2. Values for $F(p, n-p-1, \alpha)$

	E_L, ν_0 (4, 15, 0.05)	E_{LT}, ν_{45} (1, 28, 0.05)	G_{LT} (4, 25, 0.05)	E_T, ν_{90} (4, 23, 0.05)
F	3.06	2.71	2.76	2.80