

九州工業大学 ○中垣通彦 九州工業大学 [院] 篠原武志  
九州工業大学 [院] Amany Tawadros

## 1 緒 言

形状記憶合金 (SMA) において相変態が起きる相材料の剛性の間にはかなりの違いが認められる。変態課程において、低変態率の場合には混合則の影響は小さいが、変態率が増加していく時には、高い剛性比と相まって混合則の正確な取り扱いが重要性を増して来る。著者らは、Eshelbyの等価介在物理論を用いて、あらゆる剛性比と粒子体積分率に対して精度のよい粒子分散複合材料構成則、SCCモデルを提案した。本論文では、Boyd-Lagoudasの相変態構成則を見直し、SCCを適用したモデルが呈するSMAのマクロ変態挙動における顕著な相違について論じ、計算例を示す。

## 2 材料構成則

形状記憶合金の構成則としていくつかのモデルが報告されているが、相変態と逆変態の過程において材料定数の平均化則にReuss ModelやVoigt Modelのような線形混合則が用いられている。二相状態の場合、各相の弾性係数の間に大きな違いがなければ、線形混合則はまずよい近似を与えるが、両者の間の違いが大きい場合には線形混合則の利用は疑問となる。本材料の機能としての形状記憶の目的からすれば、使用範囲は弾性域に限定されるが、材料の製造・加工過程における残留応力の発生の問題などを考える時、或いは又一般的な相変態問題を考える時、塑性域にまで広げて構成則を考える必要がある。その時、それぞれの相で降伏開始条件が異なれば、変態過程で二者の材料特性が大きく異なり、線形混合則を用いた構成則の結果は大きな誤差を生じる事になる。

本研究では、相変態材料の構成則に用いる混合則を粒子分散モデルから導き、材料係数の比に対して、メソメカニクス・モデルを用いた有限要素解析結果と比較して、変態サイクルにおける影響を見る。

**2.1 構成則** 相変態材料の平均化された増分応力-歪関係が次式で表されるとする。

$$\dot{\sigma} = \bar{E} : (\dot{\xi} - \xi' - \alpha T - \alpha \Delta T) + \bar{E} : \xi' \quad (1)$$

$\sigma$ ,  $\xi$ ,  $\alpha$ ,  $T$ ,  $\bar{E}$ , はそれぞれ応力、歪、線膨張率、温度、平均の逐次弾性材料テンソルを表す。一般に変態歪率  $\xi'$  は変態率  $\xi$  に比例し次のように表される。

$$\xi' = \Delta \xi \quad (2)$$

$\xi$  を推定する変態則については Magee のスカラモデルを基本とした Tanaka や Boyd らのモデルがある。 $\bar{E}$  の算定については、一般に Voigt モデル n 変態率を用いた混合則が提案されている。

$$\bar{E} = E^A + \xi(E^M - E^A) \quad (3)$$

ここでは先に述べた観点からこの混合則に焦点を当て、両相の材料係数比の範囲に対する線形則と実際値の関係

を粒子分散モデルによって示す。

**2.2 混合則** 弾性係数  $E_i$  を持つ母相中に等価介在物を考えると、Eshelbyの等価介在物理論を用いて固有歪  $\xi^*$  を与えることにより母相と介在相の応力差は

$$\sigma^{I\infty} = E_A : (\xi_c - \xi^*) \quad (4)$$

となる。ここで  $\xi_c$  は両相の歪差である。さらに均質複合体の中にこの等価粒子がある場合を考え Eshelby テンソル  $\mathcal{S}$  を用いて  $\xi_c$  について解き、

$$\bar{E}_0 = \bar{E} : (\mathcal{S} - I \otimes I) \quad (5)$$

と定義すれば、

$$\sigma^{I\infty} = [\bar{E}^{-1} - E_A^{-1} + \bar{E}_0^{-1}]^{-1} : \xi^* \quad (6)$$

が得られる。また、固有歪は

$$\xi^* = (E_M^{-1} - E_A^{-1}) : \sigma_M \quad (7)$$

となる。ここで両相の応力差を  $\sigma^{I\infty}$  と考える Mori-Tanaka 混合則を導入すると、等価条件を満たす固有歪は

$$\xi^* = A^* : \sigma^0 \quad (8)$$

$$A^* = (E_M^{-1} - E_A^{-1})^{-1} - (1-f)\bar{E}_0^{-1}$$

となる。 $\sigma^0$  は複合体の平均応力である。

式 (6) ~ (8) を用いて相応力分散則が求められる。

ここで

$$\bar{E}_0^{-1} = [\bar{E}^{-1} - E_A^{-1} + \bar{E}_0^{-1}]^{-1} \quad (9)$$

複合材料の平均歪み  $\xi^0$  と平均応力の関係を示す複合体の構成則が得られる。

$$\xi^0 = \bar{E}^{-1} : \sigma^0 \quad (10)$$

ここで、平動怠体コンプライアンスは次式となる。

$$\bar{E}^{-1} = (1-\xi)E_A^{-1} + \xi E_M^{-1} + \xi(1-\xi)(E_M^{-1} - E_A^{-1}) : E_0^{-1} : A^* \quad (11)$$

式 (11) は二相を持つ複合体の混合則である。(11) は  $\bar{E}$  について非線形の形となっているが、初期値を Voigt などの混合則により予測して正解に収束させることが出来る。

## 3 解析結果

**3.1 粒子混合則の検証** まず本混合則の精度を示すため、相変態を起こさない二相の混合体の縦弾性係数比が、 $E_A/E_M = 20$ 、である場合について計算した混合ヤング率を Fig.1 に示す。Voigt モデルと Reuss モデルの値はそれぞれ上下限となり、それらの結果は本混合則との解の間

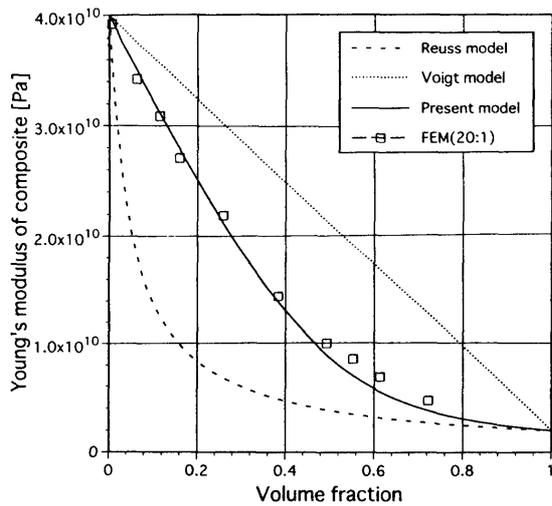


Figure 1. Global stiffness of composite

にかなりの開きがあることが認められる。一方、本混合則の結果は、シンボルで示した有限要素法による粒子分散体のメゾ解析の結果と近く、全体積分率域に亘り比較的良い精度を得ていると言える。

### 3.2 SMA 混合則の解析

Fig. 2 に、両相の剛性比を  $E_A/E_M = 20$  とした場合の本混合則を用いて一定温度で 1 サイクルの引き張り応力負荷をかけた形状記憶合金の変態サイクル例を示す。マル

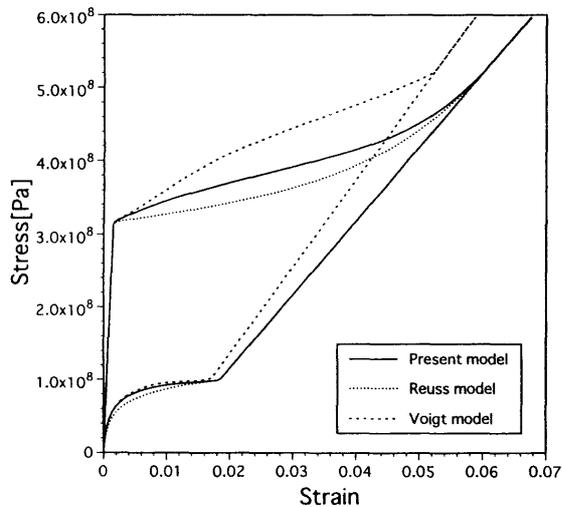


Figure 2. Mixing rule effect on transformation cycle

テンサイト変態過程においても Voigt モデルと本混合則との結果の違いが大きく表れている。この場合、Reuss モデルを用いた結果とはさほど変わらないように見えるが、ひずみ値においては最大 20% 程の誤差を呈する。これは母相の剛性が高いことからひずみ混合則である Reuss 則が適切な近似となっていることを表す。逆変態過程では入れ替わり、Voigt モデルがむしろ適当となるが、応力レベルが低いいため 3 者の差が目立たない。本解析では、変態終了率を 99% としているため、Voigt model は変態終了時の剛性が他の 2 つと大きく異なる。

また、形状記憶合金に塑性が起こる場合、弾性範囲内

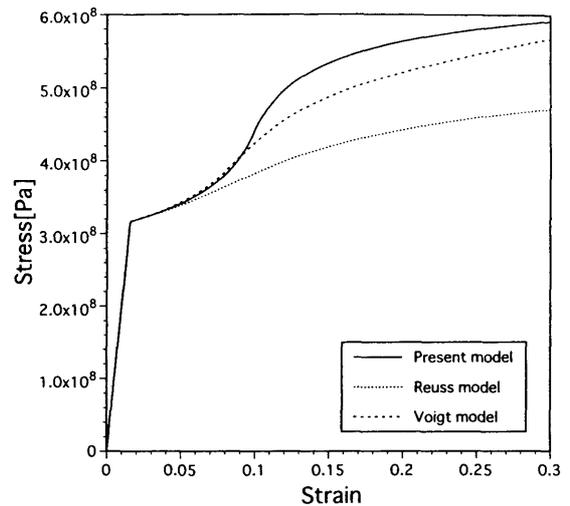


Figure 3. Mixing rule effect on transformation cycle in elastoplastic range

では各混合則にほとんど差がないが、材料が降伏を起こすと、混合則の違いにより変態挙動に著しい差が生じた。

### 3.3 FEM メゾ解析モデルとの比較

変態粒子を分散した FEM メゾ解析による座屈モデルにより解析した変態過程と、本モデルにより解析した結果を Fig. 4 に示す。座屈モデルでは、実際現象である変態核の生成や、変態粒子同士の相互作用過程を直接解析できる利点がある。その結果が本混合則を使った場合とよく一致しているのが確認でき、このことから本混合則の有効性が認められる。

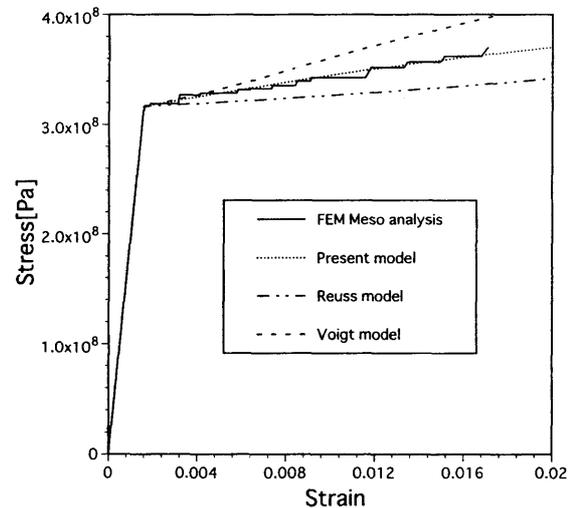


Figure 4. Comparison with FEM meso-analysis

## 4 結 言

変態構成則における混合則の影響が、材料剛性比の著しく異なる場合、および非線形域に達する場合に無視できない事を示し、本混合則の妥当性を示した。

### 参考文献

省略