

疲労強度分布に注目した S-N モデルの回帰法に関する研究

姫路工業大学大学院 ○花木 聡 山下正人 内田 仁
大阪大学大学院 座古 勝 倉敷哲生

1 緒 言

疲労試験結果はばらつきを有することから、S-N 曲線の決定にはこれを考慮する必要がある。特に、設計は破壊確率の低い応力レベルにおいて行われることから、破壊確率 50% に対する中央 S-N 曲線の当てはめ性よりも、その周囲の分布に対する当てはめ性が重要であると考えられる。

著者ら¹⁾は以前、疲労試験結果のばらつきを統計的に評価し折れ線回帰モデルをあてはめる手法を提案した。一方、S-N 曲線の数学的モデルとしてはこれまで多くの関数が提案されている^{2,3)}。そこで本報では提案手法を従来の折れ線回帰モデル以外の S-N モデルへ適用した結果について報告する。また、試験結果に対し最適なモデルを決定する手法についても提案する。以下、提案手法および実疲労試験結果に対する適用例について記述する。

2 仮 定

2.1 S-N モデル

S-N 曲線の数学的モデルとしては様々なモデルが提案されているが、本研究では西川ら²⁾により適用されている以下のモデルを用いるものとした。

疲労限度型 S-N モデル

1. 斜交双曲線回帰モデル
2. 折れ線回帰モデル

連続低下型 S-N モデル

3. 片対数直線回帰モデル
4. 両対数直線回帰モデル

各回帰モデルに対し、S-N 線図の縦軸を真数および対数とした場合の合計 8 通りのモデルを考慮する。この S-N 曲線を中心とした疲労強度のばらつきに関しては、以下の 2 点の仮定を設ける。

- (1) 疲労強度分布は正規分布に従う。
- (2) 疲労強度分布の標準偏差は寿命によらず一定である。

以上の仮定に基づく S-N 線図の模式図の一例を Fig.1 に示す。

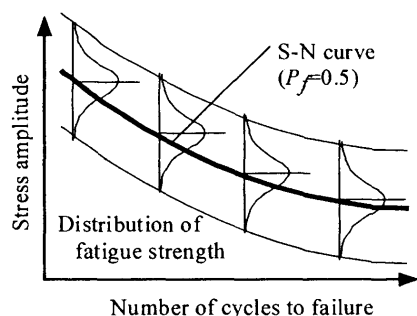


Fig.1 Scheme of S-N model

小標本による疲労強度分布の推定を可能にするため、換算応力 S' を定義する。Fig.2 にその概念図を示す。換算応力とは、疲労強度分布一定の仮定に基づき、ある寿命における疲労強度を任意の寿命 (Fig.2 では N_c) における疲労強度に換算したものである。

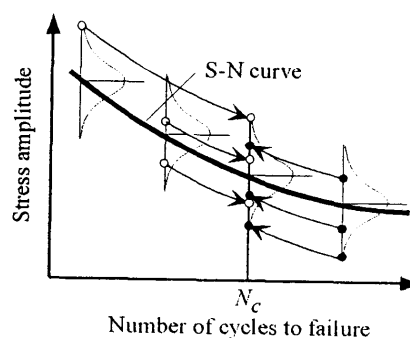


Fig.2 Scheme of normalized fatigue strength

3 S-N 線図の決定法

一例として、斜交双曲線回帰モデルに対する決定法を記述する。斜交双曲線回帰モデル³⁾の模式図を Fig.3 に示す。

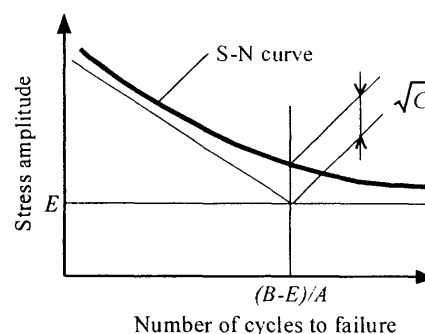


Fig.3 Scheme of hyperbola regression model

片対数斜交双曲線は次式で定義される。

$$(S-E)(S+A \log_{10} N-B)=C \quad (1)$$

上式において、 S および N はそれぞれ応力レベルおよび疲労寿命である。また、 A 、 B 、 C 、 E はそれぞれ定数である。ここで、式(1)は次式のように変形できる³⁾。

$$S = a(t - \log N) + b, \quad t = \sqrt{(\log N - d)^2 + c^2} \quad (2)$$

ただし、

$$A = 2a, \quad B = ad + b, \quad C = a^2 c^2, \quad E = b - ad \quad (3)$$

ここで、 c および d を決定すれば、最小二乗法により a およ

び b を決定することが可能となる³⁾。したがって、S-N 曲線の当てはめは c および d を繰り返し変化させる試謬法により行う。具体的な手順を以下に記述する。

まず、 c および d の初期値を仮定し、これを用いて最小二乗法により a および b を計算する。これによりS-N 曲線が仮定される。次に、仮定したS-N 曲線を基に各データの寿命 $N_c = (B - E) / A$ における換算応力 S^* を次式により計算する。

$$S^* = S - a \sqrt{(x - d)^2 - c^2} - x + c - d \quad (4)$$

この換算応力を Fig.4 に示すような確率紙にプロットし、最小二乗法により回帰直線を当てはめ、母数を推定する。この際、回帰直線と換算応力のプロット点の残差総和を計算し、これを仮定したS-Nモデルに対する疲労試験結果の当てはめ性の尺度とする。ここで、確率紙へのプロットは寿命 N_c に対し高寿命側と低寿命側のそれぞれについて行う。これは、寿命 N_c において高寿命側と低寿命側の強度分布の連続性を保つためである。

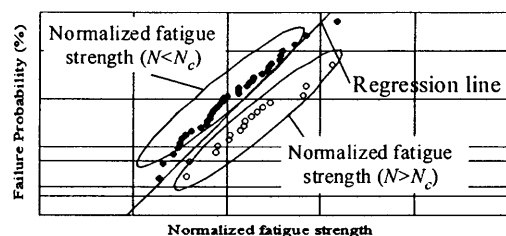


Fig.4 Scheme of normal probability paper for the evaluation of normalized fatigue strength distribution

以上のような手順を c および d の値を変化させながら繰り返し行い、これらのうちで当てはめ性が最もよいS-N 曲線、すなわち残差総和が最小となるS-N 曲線を決定する。

4 回帰モデルの選択

回帰モデルの選択は特に設計強度を決定する上で非常に重要であり、試験結果の傾向のみならず、材料の種類や試験条件等を考慮する必要があると考えられる。しかし、モデルを決定する上で指標となるパラメータが与えられれば、実用上非常に有効である。提案手法ではこの判定を確率紙で疲労強度分布を決定する際の相関係数により行う。すなわち、各モデルにおいて換算応力分布を確率紙上で推定する際、同時に相関係数を計算し、これが最大となるモデルを適用する。

5 解析例

機械構造用炭素鋼 S45C の回転曲げ疲労試験結果⁴⁾に対する解析例を Fig.5 に示す。また、各モデルに対する相関係数を Table 1 にまとめる。Table 1 より、疲労限度型モデルである斜交双曲線回帰モデルおよび折れ線回帰モデルの相関係数が高いことが確認できる。また、これらのモデルについて当てはめ性に明確な差は見られなかった。

一例として、相関係数が最大となった際の確率紙による分布比較図を Fig.6 に示す。Fig.6 において黒印は傾斜部、白印は水平部における換算応力をプロットしたものである。これら

の分布はよく一致しており、傾斜部と水平部の交点である寿命 N_c において分布の連続性が保たれていることが確認できる。また、これらのプロットが直線状にあることから、疲労強度分布が正規分布でよく近似できていることが確認できる。

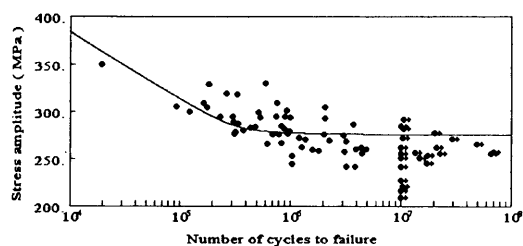


Fig.5 S-N curve for S45C

Table 1 Coefficient of correlation for each S-N model

S-N model	Coefficient of correlation
Semi-logarithmic hyperbola	0.980
Double logarithmic hyperbola	0.970
Semi-logarithmic bilinear	0.977
Double logarithmic bilinear	0.978
Semi-logarithmic linear	0.773
Double logarithmic linear	0.792
Semi-logarithmic curve	0.807
Double logarithmic curve	0.806

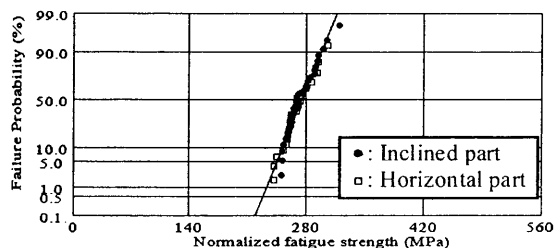


Fig.6 Normal plots of normalized fatigue strength

6 結 言

省略。

なお、本研究は姫路工業大学後援財団の助成のもとに行った。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- (1) 座古 勝, 倉敷哲生, 花木 聡, “耐久限度を有するS-N 線図の統計的決定法”, 材料, 50, 3(2001).
- (2) 西川 出 他, “金属材料の疲労試験データに対する標準的S-N 曲線回帰法の提案”, 材料, 51, 1(2002).
- (3) 西島 敏, “小標本データの統計的解析”, 日本機械学会 論文集 (A 編), 50, 451(1984).
- (4) 日本機械学会編, “金属材料疲れ強さの設計資料 vol.1” (1982)日本機械学会.