

鹿児島大学 ○岡田 裕 鹿児島大学[院] 二ノ宮 崇

鹿児島大学[院] 逆瀬川陽介 鹿児島大学 福井泰好

鹿児島大学 熊澤典良

1 緒 言

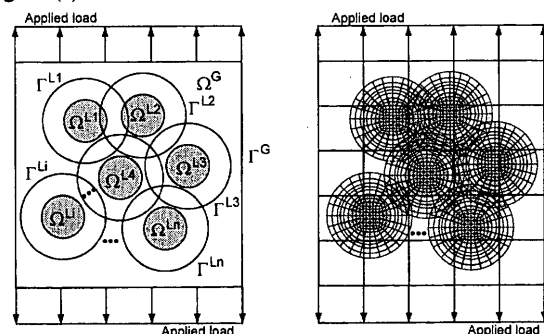
数値解析手法（例えば、有限要素法^{例1)}を用いて複合材料内部に発生する応力やひずみを詳細に解析するためには、強化繊維や粒子と母相材料に対する精密な有限要素法モデルを構築する必要がある。しかし、多数のファイバーや強化粒子と母相材料の3次元有限要素法モデルを生成することは困難を極めるであろう。Okadaら²⁾は粒子分散複合材料に対する数値解析手法として、楕円体介在物に対する解析解を援用した境界要素法を提案し、ゴム変性エポキシ樹脂の問題に適用している。しかし、境界要素法をベースとするため、材料非線形問題を取り扱うことが原理的に困難である。

そこで有限要素法をベースとし、解析領域内に多数のファイバーや粒子が埋め込まれた場合でも解析モデルを容易に作成できる手法を提案してゆきたい。近年、ボクセル有限要素法³⁾により様々な問題が解かれているが、ボクセル法は原理的には異種材料の境界定義に工夫が必要である。また、G-FEM⁴⁾やx-FEM⁵⁾などの弾性解を援用する手法もある。本研究では重合メッシュ法(s-FEM)^{6,7,8)}に着目し、複合材料の内部応力解析に関する問題点等について検討を行っている。重合メッシュ法を用いれば、解析データ生成が容易であるだけでなく、異種材料境界の取扱いが非常に容易である。原理的には材料非線形問題への適用も問題ない。

本報では、解析精度を保証するための条件等に関する検討結果と数値解析例を報告する。

2 重合メッシュ法

重合メッシュ法は2つの有限要素法メッシュを重ね合わせ、スケールレベルの異なる解析を同時に行う手法である。本研究では複合材料に対する適用を考え、強化粒子や繊維などの第2相材料と母相からなる材料を考える(Fig. 1(a))。そこで、Fig. 1(b)に示すように解析領域全体は粗い有限要素法メッ



(a) A composite material

(b) An s-FEM model

Fig. 1 A 2D presentation of s-FEM applied to the problems of composite materials.

シュ(グローバルメッシュ)でモデル化し、第2相材料とその周辺をローカルメッシュと呼ばれる詳細モデルを重ね合わせることで、構造全体と個々の第2相粒子/繊維を表現する。中住⁷⁾らや岡田ら⁸⁾による応力集中問題や破壊力学問題への適用例ではグローバルメッシュの上にローカルメッシュを一つ重ね合わせているが、本研究では多数のローカルメッシュを重ね合わせ、さらにローカルメッシュどうしの重なりも許容する。

ここで、グローバルメッシュ領域を Ω^G 、ローカルメッシュ領域を Ω^{Lr} ($r=1,2,3,\dots,n$)とする。 Ω^G 内と Ω^{Lr} 内ではそれらの形状関数によって独立に変位関数 $u_i^G(x)$ と $u_i^{Lr}(x)$ を定義する。 Ω^G と Ω^{Lr} が重なった領域では、変位 $u_i(x)$ をそれらの変位関数の和で表す。例えば、 Ω^G 、 Ω^{Lp} と Ω^{Lq} ($1 \leq p, q \leq n, p \neq q$)が重なった領域では変位を次式で表す。

$$u_i(x) = u_i^G(x) + u_i^{Lp}(x) + u_i^{Lq}(x) \quad (1)$$

Ω^G がローカルメッシュとの重なりを持たない領域では、

$$u_i(x) = u_i^G(x) \quad (2)$$

とする。仮想変位 $\delta u_i(x)$ も同様として仮想仕事の原理式、

$$\int_{\Omega^G} \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} E_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} d\Omega^G = \int_{\Gamma_i^G} \delta u_i \bar{t}_i d\Gamma_i^G \quad (3)$$

に代入すれば次式を得る(境界 Γ_i^G 上でトラクション $\bar{t}_i$ が規定される)。

$$\int_{\Omega^G} \frac{\partial \delta u_i^G}{\partial x_j} E_{ijkl} \frac{\partial u_k^G}{\partial x_l} d\Omega^G \quad (4)$$

$$+ \sum_{q=1}^n \int_{\Omega^{Lq}} \frac{\partial \delta u_i^G}{\partial x_j} E_{ijkl} \frac{\partial u_k^{Lq}}{\partial x_l} d\Omega^{Lq} = \int_{\Gamma_i^G} \delta u_i \bar{t}_i d\Gamma_i^G$$

$$\int_{\Omega^{Lp}} \frac{\partial \delta u_i^{Lp}}{\partial x_j} E_{ijkl} \frac{\partial u_k^G}{\partial x_l} d\Omega^{Lp} + \int_{\Omega^{Lp}} \frac{\partial \delta u_i^{Lp}}{\partial x_j} E_{ijkl} \frac{\partial u_k^{Lp}}{\partial x_l} d\Omega^{Lp}$$

$$+ \sum_{q=1, q \neq p}^n \int_{\Omega^{Lp-Lq}} \frac{\partial \delta u_i^{Lq}}{\partial x_j} E_{ijkl} \frac{\partial u_k^{Lq}}{\partial x_l} d\Omega^{Lp-Lq} = 0$$

$$(p=1,2,3,\dots,n) \quad (5)$$

以上より、剛性マトリックスが次のように導かれる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{G-L1} & \mathbf{K}^{G-L2} & \dots & \mathbf{K}^{G-Ln} \\ \mathbf{K}^{L1-G} & \mathbf{K}^{L1} & \mathbf{K}^{L1-L2} & \dots & \mathbf{K}^{L1-Ln} \\ \mathbf{K}^{L2-G} & \mathbf{K}^{L2-L1} & \mathbf{K}^{L2} & \dots & \mathbf{K}^{L2-Ln} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}^{Ln-G} & \mathbf{K}^{Ln-L1} & \mathbf{K}^{Ln-L2} & \dots & \mathbf{K}^{Ln} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^G \\ \mathbf{u}^{L1} \\ \mathbf{u}^{L2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}^{Ln} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^G \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式 (6) 中の剛性マトリックスの成分、 $\mathbf{K}^G$ 、 $\mathbf{K}^{G-L2}$ 、 $\mathbf{K}^{G-L1}$ 、 $\dots$ 、 $\mathbf{K}^{G-Ln}$ は式 (4) より、その他の成分は式 (5) から導かれる。ローカルメッシュ領域どうしの重なりが無い場合は該当する剛性マトリックスの成分は現われない。

3 連立一次方程式の解法と解析精度

式 (6) は対称マトリックスを係数に持つ連立方程式であるが、バンドマトリックスではない。そのため、有限要素法解析で多用されるバンドマトリックス用直接解法⁹⁾ではゼロ成分もメモリーに記憶するので効率が悪い。本研究では反復解法 (不完全コレスキー分解共役こう配法¹⁰⁾) を採用した。

破壊力学問題解析ではローカルメッシュ領域の大きさが解析精度に大きく影響することが指摘されている (Okada ら⁸⁾)。同様な考えのもと、Fig. 2 のような円孔/粒子問題でローカルメッシュ領域の大きさと解析精度の検討を行った結果から、ローカルメッシュ領域半径がグローバルメッシュ一辺の長さと同じか大きい場合に良好な精度の解が得られることがわかった。Fig. 3 に帯板中央断面における応力 σ_{22} の分布を示す。有限要素法と重合メッシュ法の解析結果がほぼ一致した。この例題では、第二相材料のヤング率が母相の 100 分の 1 である (円孔問題)。解析には 4 節点線形有限要素を使用した。

4 多数の円孔/強化粒子を持つ帯板問題の解析

Fig. 4 (a) に示す解析領域内に多数 (200 個) の円孔/強化粒子が存在する問題を解析した。本報では Fig. 4 (b) に円孔問題における応力 σ_{22} の分布を示す。一般的な有限要素法解析結果との比較は無いが、円孔周りの応力集中や孔どうしの力学的なインタラクションを適切に表現できていると思われる。

5 結 言

本報では、重合メッシュ法による複合材料解析のアウトラインと解析例を示した。計算時間は通常の有限要素法と比較して長いが、近年のコンピュータハードの進歩を考えるとあまり問題にすべきではないと著者らは考えている。今後は 3 次元や材料非線形問題に適用してゆく予定である。

謝 辞

本研究は AOARD/AFOSR の援助のもとで実施されている。関係者各位 (Drs. C.T Liu and K. Goretti) に謝意を表す。

参考文献

- 1) K.-J. Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, (1996).
- 2) H.Okada, Y.Fukui and N.Kumazawa, Computer Modeling in Engineering & Sciences, in press, (2003).
- 3) 鈴木克幸, 計算工学講演会論文集, Vol. 7, 535 (2002).
- 4) T. Strouboulis, K. Copps and I. Babuska, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 190, 4081, (2001).
- 5) Ted Belytschko, C. Parimi, N. Moës, N. Sukumar and S. Usui, Int. J. Numer. Meth. Engng 56, 609 (2003).

- 6) J. Fish, Computers & Structures 43, 539 (1992).
- 7) 中住昭吾, 鈴木克幸, 藤井大地, 大坪英臣, 計算工学学会論文集, Vol. 3, 145 (2001).
- 8) 岡田裕, 遠藤明香, 菊池正紀, 機講演 02-2, 665 (2002).
- 9) 小国力, 村田健郎, 三好俊郎, トンガラ JJ, 長谷川秀彦, 行列計算ソフトウェア, 丸善 (1991).
- 10) 三好俊郎, 高野直樹, 吉田有一郎, 機論 A 53-942, 1607 (1987).

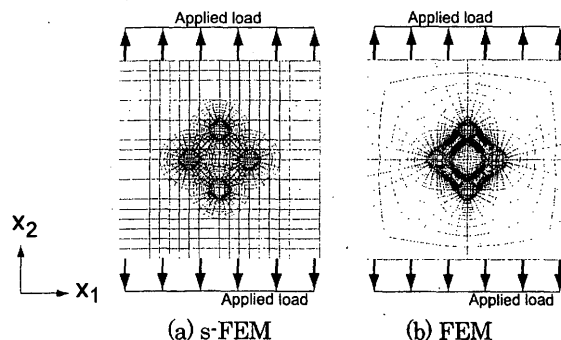


Fig. 2 A four particle/void model using (a) s-FEM and (b) a conventional FEM.

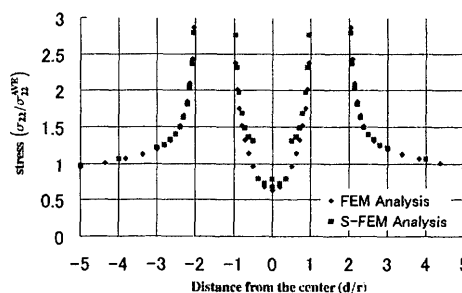
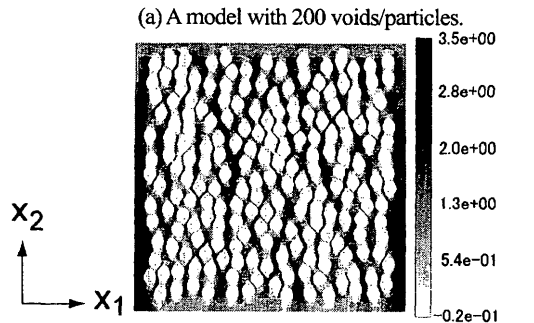
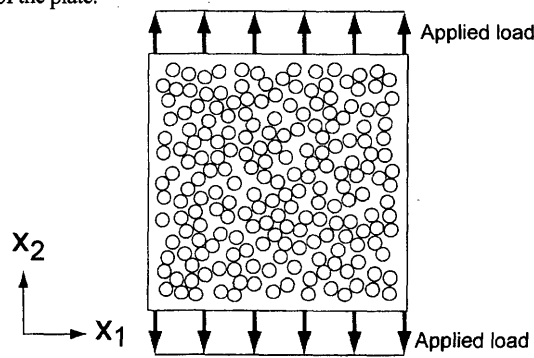


Fig. 3 The distribution of stress σ_{22} along the central section of the plate.



(b) Distribution of normalized stress $\sigma_{22}/\sigma_{22}^{AVE}$.
Fig. 4 A problem of 200 voids/particles and its solution (stress σ_{22} distribution; 200 voids).