# 313 界面はく離き裂を有する長繊維強化複合材料の メゾメカニックス解析

名城大学[院] ○安藤裕介 名城大学[院] 林 亮志 名城大学 來海博央 神戸大学 田中 拓 名古屋大学 田中啓介

### 1 緒 言

繊維とマトリックスからなる長繊維強化プラスチックス (FRP: Fiber Reinforced Plastics) の破壊強度や疲労強度を考える上で界面の強度は非常に重要なパラメータとなる.

そこで本研究では、FRP を繊維とマトリックスからなる不均質体として取り扱うメゾメカニックス的観点から不均質FRP モデルを構築し、界面き裂の弾性応力分布を二次元境界要素法(BEM: Boundary element method)を用いて解析した。そしてFRP を三層構造に簡略化したモデルとの比較を行った.

# 2 理 論

**2.1 界面き裂の応力拡大係数** 界面き裂を含む二相無限板が一様な無限遠負荷を受ける場合,界面近傍の応力は引張応力だけではなくせん断応力も発生し,界面き裂ごく近傍の応力場は振動特異性を示す.等力性材料/等力性材料の組合せでの界面の応力拡大係数 $K_i$ は,応力・分離外挿法を用いて,次式で決定できる.

$$K_1 = \lim_{x \to 0} \sqrt{2\pi r} \left( \sigma_y \cos Q + \tau_{xy} \sin Q \right) \tag{1}$$

$$K_2 = \lim_{n \to \infty} \sqrt{2\pi r} \left( \tau_{xy} \cos Q - \sigma_y \sin Q \right) \tag{2}$$

$$Q = \varepsilon \ln(r/l) \tag{3}$$

一方, 異方性材料/等方性材料の場合は次式となる.

$$K_{1} = \lim_{r \to 0} \sqrt{2\pi r} \left( \sigma_{y} \cos Q + \sqrt{\frac{H_{11}}{H_{22}}} \tau_{xy} \sin Q \right)$$
 (4)

$$K_{2} = \sqrt{\frac{H_{22}}{H_{11}}} \lim_{r \to 0} \sqrt{2\pi r} \left( \sqrt{\frac{H_{11}}{H_{22}}} \tau_{xy} \cos Q - \sigma_{y} \sin Q \right)$$
 (5)

ここで、 $\epsilon$  、 $H_{kl}$  は材料の組合せによって決まる定数であり、振動特異性の有無は $\epsilon$  によって変化する.また振動域の大きさは $K_2/K_1$  に左右され, $|K_2|$  が大きくなると振動域も大きくなる.

**2.2 長繊維 FRP モデル** Fig. 1 に二次元一方向 FRP モデルを示す. Fig. 1 (a) は繊維とマトリックスが交互に層をなす不均質 FRP で IFRP モデルと称する.

Fig. 1 (b) は、マトリックスを繊維で挟んだFMF モデルで、き裂を含む相に接する層の材料特性が不均質材料のそれと同

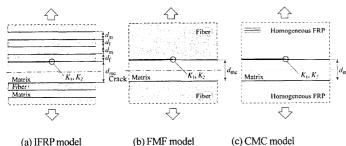


Fig. 1. Three types of FRP models.

Table 1. Material properties of fiber and matrix of FRP.

Fiber	Matrix	Homogeneous FRP
		$E_1 = 195  (\text{GPa})$
$E_f = 295 (GPa)$	$E_{\rm m} = 3.5 ({\rm GPa})$	$E_2 = 9.4  (\text{GPa})$
		$G_{12} = 3.2  (\text{GPa})$
$v_{\rm f} = 0.3$	$v_{\rm m} = 0.35$	$v_{12} = 0.3$
		$v_{23} = 0.55$

## ーとなるモデルである.

Fig. 1 (c) は、複合則により決定される均質 FRP でマトリックス相を挟んだ三層構造の CMC モデルである. これは、マトリックス相に接する材料が IFRP の平均的特性に類似するモデルである.

本研究では、IFRP モデル、CMC モデル、FMF モデルの各界面き裂先端の応力場を解析し、 $K_1$ 、 $K_2$ を求めた.

### 3 解析方法

3.1 解析モデル及び境界条件 Fig. 2 (a) のき裂を含む FRP 無限板に純モード I となる引張応力 $\sigma_{\infty}$  を作用させた場合を考える. IFRP モデルの場合,この無限板から破線で示す長方形領域を抜き出し,解析モデルとした(Fig. 2 (b)). 解析領域は中央の IFRP を均質 FRP で挟んだ構造となっており,二次のアイソパラメトリック要素を用いて 4712 要素に分割した.また,境界条件として均質 FRP に対するマクロ引張応力 $\sigma_{y}$ ,マクロせん断応力 $\tau_{xy}$ ,マクロひずみ $\varepsilon_{x}$  の厳密解を求め,解析領域の境界に与えた.

CMC モデル,FMF モデルの場合,FRP 無限板から 5mm×5mm の正方形領域を抜き出し,解析モデルとした.CMC モデルの均質 FRP の繊維含有率 $V_{\rm f}$  は 60%とし,FMF モデルの繊維含有率は 100%とした.また,境界条件は IFRP モデルと同様に与えた.これらのモデルについて  $d_{\rm mc}=d_{\rm m}$  とし,き裂長さ  $a/d_{\rm mc}$  を  $0.01\sim200$  と変化させて解析を行った.

**3.2 材料定数** 解析に用いた材料定数を Table 1 に示す. 繊維相は中弾性等方性の炭素繊維,マトリックス相はエポキシ樹脂を想定した. 均質 FRP の材料定数は複合則により決定した.このとき, CMC モデルで  $\varepsilon_{\text{CMC}} = -0.053$ , IFRP・FMF モ

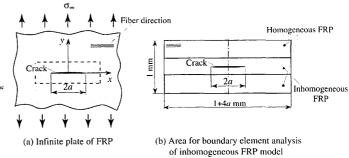


Fig. 2. Infinite FRP plate containing an interface crack.

デルで $\epsilon_{\text{FMF}} = \epsilon_{\text{IFRP}} = -0.073$  となった.

# 4. 解析結果及び考察

4.1 き裂先端からの応力分布 き裂先端からの界面上の応力分布  $\sigma_y$  を Fig. 3 に示す。図はき裂長さが  $a/d_{mc}=0.01$  と 200 の場合である。参考のため均質 FRP(HFRP)モデルの応力分布も示した。き裂が短い場合,モデルに関係なく  $\sigma_y$  はほぼ一致するが,厳密には FMF モデルと最も一致した。これはき裂が充分短いため二相材中の界面き裂とみなせたためと考えられる。一方き裂が充分長い場合では,き裂先端近傍の応力場は,HFRP モデルよりも小さくなった。これは繊維の拘束効果によるものと考えられる。また,き裂先端から充分離れたところでは,CMC モデルの応力と一致した。また応力の分布形態は,前報のマトリックスき裂の場合と似た形となった。

**4.2** 破壊力学パラメータ Fig. 4 にき裂長さに対するエネルギ解放率G の変化を示す.縦軸に各モデルのエネルギ解放率を均質 FRP のエネルギ解放率で無次元化した値  $G/G_I$ ,横軸にき裂長さをき裂を含むマトリックス層の高さで無次元化した値をとった.均質 FRP のエネルギ解放率 $G_I$  は次式となる.

$$G_1 = H_1 K_1^2, \quad K_1 = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \tag{6}$$

ここで、 $H_i$  は均質 FRP の弾性コンプライアンス  $a_{kl}(k, l=1, 2, 6)$  による定数で、次式で表される.

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ H_{11} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}} \begin{pmatrix} \sqrt{a_{11}a_{22}} \\ a_{11} \end{pmatrix}$$
 (7)

また CMC モデルの  $G_{CMC}$  ,  $K_{i,CMC}$  は次式から算出できる.

$$G_{\text{CMC}} = \frac{H_{22}K_{1,\text{CMC}}^2 + H_{11}K_{2,\text{CMC}}^2}{4\cosh^2(\pi\varepsilon_{\text{CMC}})} = \frac{K_{1,\text{CMC}}^2 + (H_{11}/H_{22})K_{2,\text{CMC}}^2}{4\cosh^2(\pi\varepsilon_{\text{CMC}})/H_{22}}$$
(8)  
$$K_{1,\text{CMC}} = \sqrt{K_{1,\text{CMC}}^2 + (H_{11}/H_{22})K_{2,\text{CMC}}^2}$$
(9)

一方,IFRP モデルと FMF モデルは次式で計算される.

$$G = \frac{a_{\text{m11}} + a_{\text{fi1}}}{2\cosh^2(\pi\varepsilon)} (K_1^2 + K_2^2) \quad , \quad K_i = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}$$
 (10)

ここで、 $a_{m11}$ ,  $a_{f11}$  はマトリックス相、繊維相の弾性コンプライアンスである.

き裂が短い場合、IFRP モデルのG値はFMF モデルとほぼ

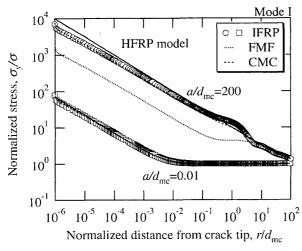


Fig. 3. Stress distribution along the interface for the three models.

一致し, 次式が成立する.

$$G_{\text{FMF}} = G_{\text{IFRP}} , \quad \frac{K_{\text{i,FMF}}}{K_{\text{I}}} = \frac{K_{\text{i,IFRP}}}{K_{\text{I}}}$$
 (11)

一方き裂が充分長い場合、CMC モデル、IFRP モデルのG値は均質 FRP のG値と一致する.したがって、次式が得られる.

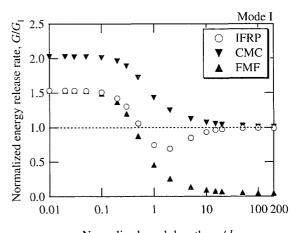
$$G_{\rm CMC} = G_{\rm IFRP} = G_{\rm I} \tag{12}$$

$$\frac{K_{\rm i,IFRP}}{K_{\rm l}} = \sqrt{H_{\rm l} \frac{2 \cosh^2(\pi \varepsilon_{\rm IFRP})}{a_{\rm m11} + a_{\rm fl\, l}}}$$
(13)

$$\frac{K_{i,CMC}}{K_1} = \sqrt{H_1 \frac{4\cosh^2(\pi \varepsilon_{CMC})}{H_{22}}}$$
 (14)

Fig. 5 にき裂長さに対する  $K_i$  の変化を示す.縦軸は  $K_i$  を均質 FRP の応力拡大係数である  $K_i$  で無次元化した値,横軸はき裂長さをき裂を含むマトリックス層の高さで無次元化した値である.き裂が非常に短い場合,応力拡大係数の比は 1 となり,長くなるにつれて FMF モデルに近い挙動を示す.さらにき裂が長くなると CMC モデルに近づくが一致はせず,それぞれ式(13),(14)の値に漸近した.この挙動は,IFRP モデルの応力拡大係数の比が FMF モデルと CMC モデルの間に存在したマトリックスき裂の傾向とは異なった.

結言,参考文献(省略)



Normalized crack length,  $a/d_{mc}$ 

Fig. 4. Change of energy release rate with crack length.

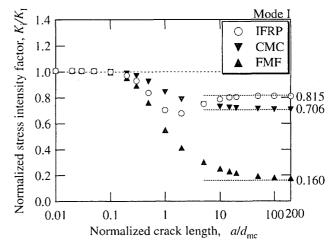


Fig. 5. Change of stress intensity factor with crack length.