

Validity and Applicability of Constitutive Models for Use in Hydrocodes
Takashi YOKOYAMA

1 緒 言

近年、自動車や車両などの衝突／貫通解析だけでなく広範な衝撃問題に対して、衝撃解析コードによる数値解析（シュミレーション）が頻繁に実施されるようになってきた。それらの解析では、衝撃を受ける構造物のモデル化と材料の構成式（構成モデル）の選択が、解析精度に決定的な役割を果たすことが知られている。衝撃解析コードでは、種々の材料に対する構成式が用意されているが、ここでは温度依存性を考慮した弾塑性材料に対して使用されている最も代表的な2つの構成式（構成則、構成モデル）、即ち Johnson-Cook モデル¹⁾と Zerilli-Armstrong モデル²⁾について、その妥当性と適用限界について文献データに基づいて検討した結果を報告する。

2 構成式の分類と説明

2.1 Johnson-Cook モデル この構成モデルにおける材料の流動（真）応力 σ は、次式の5つのパラメータ (A, B, n, C, m) で表現される。

$$\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) = (A + B\epsilon^n) \left[1 + C \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right) \right] (1 - T^{*m}) \quad (1)$$

ここで、 ϵ は（真）塑性ひずみ、 $\dot{\epsilon}$ （真）塑性ひずみ速度、 $\dot{\epsilon}_0$ は基準（真）塑性ひずみ速度（ $=1.0 \text{ s}^{-1}$ ）、 T^* は融点 T_{melt} で規格化された次式で表される相同温度（homologous temperature）である。以下では、「（真）塑性」を省略して記述する。

$$T^* = \frac{T - T_{\text{room}}}{T_{\text{melt}} - T_{\text{room}}} \quad \text{但し, } 0 \leq T^* \leq 1.0$$

ここで、 T は試験温度、 T_{room} は室温である。第1項は流動応力のひずみ（加工）硬化特性を、第2項はひずみ速度依存性を、第3項の温度依存性（温度軟化特性）を表している。多数の材料に対して5つのパラメータが決定されている¹⁾。この構成モデルにおけるひずみ、ひずみ速度、温度の適用限界については、必ずしも明確にされていない。圧縮ひずみ限界は、公称圧縮ひずみ $e = 0.999$ （+と仮定）に対して真ひずみ $\epsilon = -\ln(1 - 0.999) \approx 6.9$ 程度が最大となり、引張りについては、材料が破断しない限り理論的上限はないが、超塑性を示す材料でもせいぜい $\epsilon_{\text{max}} = 10$ 程度である。例えば、Taylor Impact Test の数値解析において、棒の衝撃端面近傍での圧縮の相当塑性ひずみ分布計算では $\epsilon_{\text{max}} = 5.09$ ($e = 0.994$) まで計算されている³⁾。本構成式におけるひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ の上限については、 $\dot{\epsilon} = 10^4 \text{ s}^{-1}$ あたりが有効な限界であろう。温度 T の上限は融点 T_m 、下限が室温 T_{room} であり、材料が高温での動的再結晶や相変態が生じないことを仮定としている。動的再結晶による微細組織の変化は、(0.4~0.5) T_m で、高ひずみ ($\epsilon > 0.25^*$)、高ひずみ速度 ($\dot{\epsilon} > 10^4$

s^{-1}) で生じるので、特定の条件下では構成式の妥当性を失う（注：*の値は、あくまで単結晶の純銅の値であり、材料により臨界値が異なる）。また、材料の応力-ひずみ応答はひずみ速度履歴および温度履歴の影響⁴⁾も受けることが指摘されているが、この構成モデルには両履歴の影響は考慮されていない。この Johnson-Cook モデルは経験則に基づいているため、物理的根拠が脆弱である。式(1)の第2項から推測されるように、流動応力はひずみ速度の対数と比例関係にあるため、高ひずみ速度 $\dot{\epsilon} > 10^3 \text{ s}^{-1}$ 以上での急激な流動応力の上昇を予測出来ない欠点をもつ。それを改善するための修正（改良）Johnson-Cook モデルが従来から数多く提案されている⁵⁾。それらは主として第2項と第3項を修正した形が多いが、その修正に伴いパラメータ数が1~2つ増加する。

2.2 Zerilli-Armstrong モデル このモデルにおける材料の流動応力 σ は、結晶構造の違いにより FCC（パラメータ4個）と BCC（パラメータ5個）に分けて次式で表現される。

$$\text{FCC: } \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) = C_0 + C_2 \epsilon^{1/2} \exp(-C_3 + C_4 T \ln \dot{\epsilon}) \quad (2)$$

$$\text{BCC: } \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) = C_0 + C_2 \exp(-C_3 + C_4 T \ln \dot{\epsilon}) + C_5 \epsilon^n \quad (3)$$

上記の2つの構成式の主要な違いは、BCC 金属ではひずみ ϵ がひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ と温度 T の関数になっていない（連成していない）ことである。ひずみ硬化成分が付加されているので、流動応力はひずみ速度と温度とともに増加または減少する。この構成モデルは、転位の動力学に基づいて導出されているので、Johnson-Cook モデルよりも物理的根拠が明確である。材料パラメータ数が FCC では4つ (C_0, C_2, C_3, C_4)、BCC では6つ ($C_0, C_2, C_3, C_4, C_5, n$) であり、前者はパラメータ数が Johnson-Cook モデルのそれより1つ少ないが、後者はそれより1つ多い。FCC では、第2項におけるひずみ硬化指数 n に相当する値が元論文²⁾では1/2と固定されているが、一般化するために n と記載される場合もある。従って、Zerilli-Armstrong モデルの FCC に対する実質的なパラメータ数は n をいれて5個（Johnson-Cook モデルのそれと同数）と解釈すべきである。BCC に対しては Zerilli-Armstrong モデルは Johnson-Cook モデルよりもパラメータ数が1つ増加して複雑になる。そのため一般的には精度が向上する。

3 両構成モデルによる材料の流動応力の
予測と実験値との比較

文献(1~3)に基づき結晶構造の異なる無酸素銅および純鉄（アームコ鉄）の室温および高温下での高ひずみ速度

下での流動曲線について、両構成モデルによる予測値と実験値との比較を、Fig.1~Fig.4 に示す。両構成モデルに使用したパラメータ値を Table 1 と Table 2 に示す。これらのパラメータ値は非線形最小自乗法により、実験で測定された異なる温度下での静的および動的流動応力-ひずみ曲線と一致するように決定された。

Table 1 J-C constitutive constants for OFHC and Armco iron

Model	A (MPa)	B (MPa)	n	C	m	T _m (K)
OFHC (FCC)	90	292	0.31	0.025	1.09	1356
Armco (BCC)	175	380	0.32	0.06	0.55	1811

Table 2 Z-A constitutive constants for OFHC and Armco iron

Model	C ₀ (MPa)	C ₁ (MPa)	C ₂ (MPa)	C ₃ (K ⁻¹)	C ₄ (K ⁻¹)	C ₅ (MPa)	n (-)
OFHC (FCC)	65	—	890	0.0028	0.000115	—	0.5
Armco (BCC)	65	1033	—	0.00698	0.000415	266	0.289

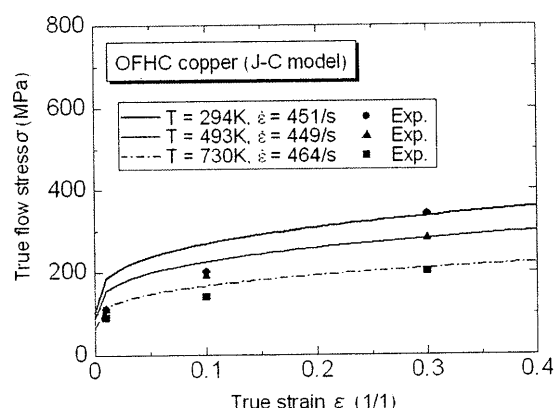


Fig.1 Comparison of J-C model predictions with experimental high strain-rate flow curves for OFHC copper.

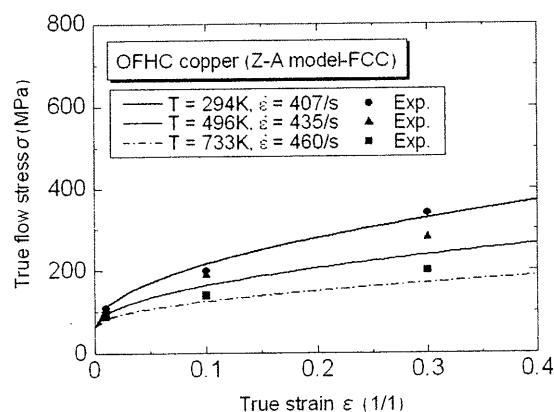


Fig.2 Comparison of Z-A model predictions with experimental high strain-rate flow curves for OFHC copper.

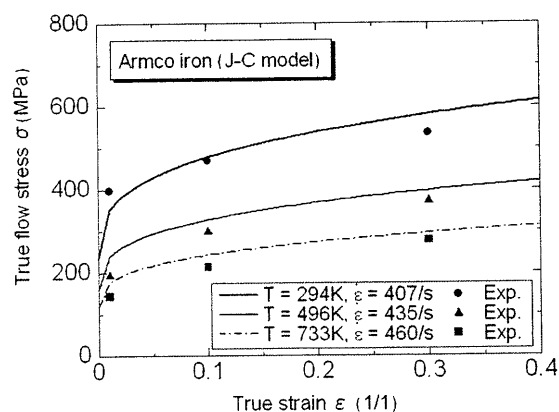


Fig.3 Comparison of J-C model predictions with experimental high strain-rate flow curves for Armco iron.

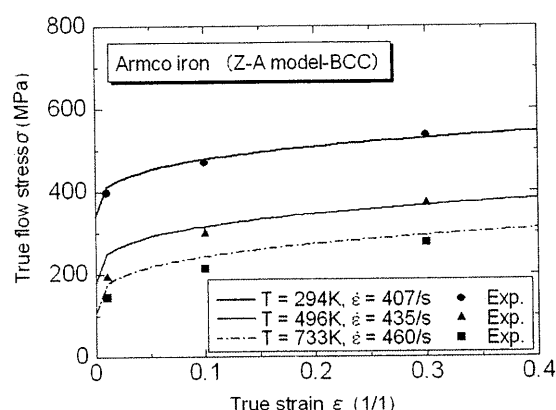


Fig.4 Comparison of Z-A model predictions with experimental high strain-rate flow curves for Armco iron.

4 まとめと結論

2つの構成モデルについて、無酸素銅 (FCC) および純鉄(BCC)の高ひずみ速度下における流動応力の予測値と実験値との比較からその精度の比較を試みた。結果として、パラメータ数の多い Zerilli-Armsrong モデルの精度がやはり優れていると思われる。本報告では、2つの構成モデルから導出される等温流動応力曲線のみを取り扱ったが、断熱流動応力曲線も簡単に求める事ができることを指摘しておく。

参考文献

- 1) G. R. Johnson and W. H. Cook, Proc. 7th Int. Sympo. Ballistics, The Hague, The Netherlands, 541(1983).
- 2) F. J. Zerilli and R. W. Armstrong, J. Appl. Phys., **61**(5), 1816 (1987).
- 3) G. R. Johnson and T. J. Holmquist, J. Appl. Phys., **64**(8), 3901(1988).
- 4) P. E. Senseny, J. Duffy and R. H. Hawley, J. Appl. Mech., Trans ASME, **45**(1), 60 (1978).
- 5) W. K. Rule and S.E. Jones, Int. J. Impact Engng., **21**(8), 609 (1998).