

1-2 累積損傷に対する信頼度推定法に関する研究 —— シミュレーションによる方法 ——

東京大学工学部
東京大学教養学部
東京大学工学部

○ 渡辺 岩夫
大勝 孝司
金原 勲

1. はじめに

ランダム荷重下の材料の累積損傷度を推定することは、疲れ設計上重要な研究課題の一つであるが、いわゆる単純 Miner 則では、実際の累積損傷とを比べて不十分にしか説明できないことは、よく知られている。そこで、Freudenthal の Al 合金に対するランダム疲れ試験結果と著者等のシミュレーションにより解析し比較した結果、比較的良好な対応関係が得られた。

2. $L-N$ 曲線の推定

生存確率をパラメータにした $S-N$ 曲線 ($S-N-P$ 曲線) に於いて、定応力レベルでは Weibull 分布を仮定すると、その破壊確率の密度関数は

$$f(n) = \frac{m}{d} (n-r)^{m-1} \exp\left(-\frac{(n-r)^m}{d}\right) \quad \text{当 } n \geq r$$

$$= 0 \quad \text{当 } n < r$$
(1)

で表わされる。従って生存確率

$$L(n) = 1 - \int_0^n f(n) dn = \exp\left(-\frac{(n-r)^m}{d}\right) \quad \text{当 } n \geq r$$

$$= 1 \quad \text{当 } n < r$$
(1')

ここで、 $M = E[n] = d^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right)$, (2)

n , サイクル数, m, d, r ; 定数

(1'), (2) 式より

$$(n-r) = d^{\frac{1}{m}} [-\log L(n)]^{\frac{1}{m}}$$

$$= M \left\{ -\log L(n) \right\}^{\frac{1}{m}} / \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) \quad (3)$$

今、統計的に検定されたデータのある材料とし

て、75S-TAL 合金を用いると生存率 99%, 50%, 1% の $S-N-P$ 曲線より

$\log(0.99) = -C_1$ の時に $n = n_1$, $\log(0.01) = -C_2$ の時に $n = n_2$

$L(n) = 50\%$ の時 $n = M$ とし、 $\Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) = \Gamma_m$ とおき、これ等の条件を代入し

$$n_2 - n_1 = M \cdot (C_2^{\frac{1}{m}} - C_1^{\frac{1}{m}}) / \Gamma_m \quad (4)$$

(4) 式より m を決定するのであるが、初めに、 $C_2 \gg C_1$, $\Gamma_m \approx 1$ とし m を計算し、次にこの m の値を用いて、 Γ_m を導く。 (4) 式へ代入して d, r を求める。第 2 回の試行では上述の m, d, r を用いて、新しい m, d, r を求めなおし、これ等の数値が落ちつくまで、試行演算して、各係数を決定する。又 (1') へ代入して $L-N$ 曲線が求まる。表 1 に示す 6 つの応力レベル ($S_1 \sim S_6$) に対応する $L-N$ 曲線を計算したものを図 1 に示す。

3. シミュレーションによる生存率の推定

一定荷重 S が n 回繰返されたとき、疲れ損傷の生じない確率 (生存確率) L は、 S, n の関数である。ランダム荷重の場合 $i-1$ 番目の定荷重 S_{i-1} が n_{i-1} 回繰返され、つぎ

表 1. 6 種の応力レベルの頻度分布

応力値 $S_{i,j}$	頻度 $P_{i,j}$	頻度			
		A	B	C	D
$S_{0,1} \pm 31500$	P_1	0.56	0.43	0.36	0.25
$S_{1,2} \pm 37000$	P_2	0.25	0.25	0.24	0.21
$S_{2,3} \pm 42500$	P_3	0.11	0.15	0.16	0.17
$S_{3,4} \pm 48000$	P_4	0.05	0.09	0.11	0.15
$S_{4,5} \pm 53500$	P_5	0.02	0.05	0.08	0.12
$S_{5,6} \pm 59000$	P_6	0.01	0.03	0.05	0.10

に i 番目の定荷重 S_i の繰返しを開始される時点での生存確率を L_i とし、 S_i 荷重が N_i 回繰返されたことによる生存確率 Q の変化は $L-N(S_i)$ 曲線上で $Q=L_i$ の点から $\Delta N=N_i$ に対応する点に移動するものと仮定する。この

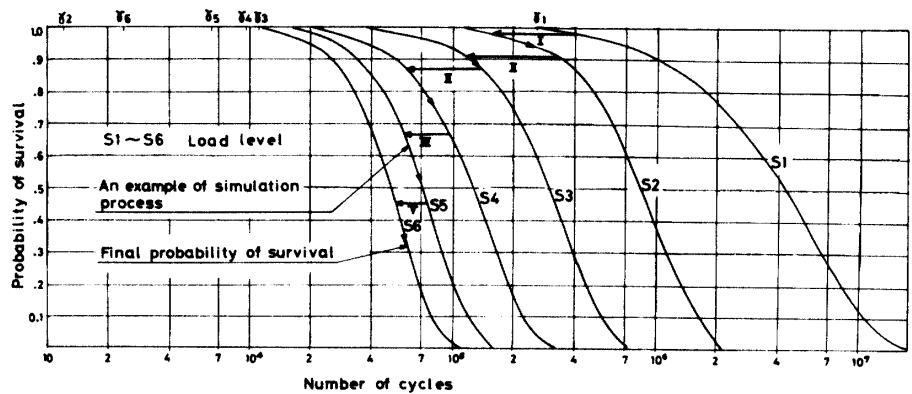


図 1 $Q-N$ 曲線

場合 ΔN に対して ΔQ の生存率の低下を累積損傷と考えね。この様な仮定を用いると、重複繰返し応力下では図1の矢印の様に生存率の低下を容易に推定することが出来る。表1に示した6種の応力レベルに対して、それぞれの頻度分布に対応する繰返し数だけ一定荷重の繰返しがあるものとする。ただし、荷重順序はランダムとする時の生存率の平均値を図2の一点鎖線で示した。これに対してランダム変動荷重シミュレーションの場合、 ΔN の一定荷重繰返しを

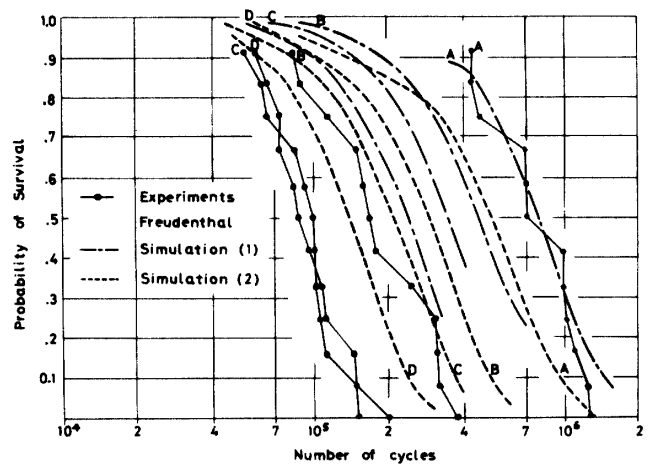


図 2. シミュレーション結果と実験との比較

表1のそれぞれの頻度分布に対応して10,000回ランダムに試行した結果を破線に示す。

4. シミュレーション結果と実験の比較検討

図2のFreudenthalの行った実験結果を黒丸で示した。²⁾この実験では繰返し数に対して応力レベルはランダムに変化している。又A～Dの頻度分布に対して、それぞれ12本の試験片の破断した繰返し数をプロットした。図2で明らかな様に、A～Dの分布による違いがシミュレーションによって示され、ほぼ、実験結果とも傾向的に合った結果が得られている。又、ランダム繰返しシミュレーションの場合には、生存率が減少することが示された。

5. むすび

今回提案した方法では、材料の $Q-N$ 曲線がわかっているれば、比較的短い計算時間でランダム繰返し応力下の累積損傷を直接シミュレーションにより追跡できる。このため、種々の材料のランダム疲労試験結果の解析や、累積損傷の確率理論の妥当性検討に、有効に用いることができる。

文献 1) G. M. Sinclair and T. J. Dolan, Trans. ASME, 75(1953) 867

2) A. M. Freudenthal; Proc. ASTM, 53 (1953) 896