

高分子フィルム Off-angle 再延伸時の応力-ひずみ曲線及びその分布の
三次元有限要素法解析 (第2報) 異方性三次元有限要素法解析の Off-
angle 再延伸時の応力-ひずみ解析への適用

石工大 工 学 〇 片桐武司 正 日比貞雄 小林理加
学 森 隆康 正 中 西 英二 正 前 田 弘 夫

1 前報¹⁾は、異方性材料の Off-angle 再延伸する場合の応力-ひずみ曲線及び試料内の応力、ひずみの分布を三次元有限要素法解析により求める場合の材料定数の決定の在り方ならびに弾性係数に基づく構成方程式を示した。本報では、異方性材料の Off-angle 再延伸に適用する三次元有限要素法解析を示すとともに、具体的な検証例として軸延伸 PVC、PP フィルムの Off-angle 再延伸の応力-ひずみ曲線及び試料内応力-ひずみ分布の解析結果を報告し、材料定数の決定法の妥当性に対しても検証を行う。

2 三次元有限要素法解析の手順

三次元物体を考へる中で、ひずみの適合条件は式となる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial w / \partial z \\ \partial w / \partial y + \partial v / \partial z \\ \partial u / \partial z + \partial w / \partial x \\ \partial v / \partial x + \partial u / \partial y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial / \partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial / \partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial / \partial z \\ 0 & \partial / \partial z & \partial / \partial y \\ \partial / \partial z & 0 & \partial / \partial x \\ \partial / \partial y & \partial / \partial x & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\equiv [B] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

ここで、各主軸方向の変位を u, v, w とし、垂直ひずみ $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 、剪断ひずみ成分 $\gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}$ であらわす。

応力、ひずみ方程式は、前報¹⁾の (6) 式及び弾性域では、増分形で与えられる (17) 式を用いる。一方、塑性域では、(1) 式も増分形で同様に用いる。

$$\{d\varepsilon\} = [B] \{du\} \quad (1')$$

したがって、変位と応力は式で与えられる。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [C^e][B] \{du\} \\ \{d\sigma\} &= [C^p][B] \{du\} \end{aligned} \quad (2)$$

今、単位体積当たりの仕事増分 dW_{int} は、

$$dW_{int} = L d\sigma \{d\varepsilon\} / 2 = L d\varepsilon \{d\sigma\} / 2 \quad (3)$$

で与えられる。要素全体については、

$$\begin{aligned} dW_{int} &= \iiint (dW_{int}) dx dy dz \\ &= \frac{1}{2} \iiint L d\varepsilon \{d\sigma\} dx dy dz \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} L du \iiint [B]^T [C^e] [B] dx dy dz \{du\} \quad (4)$$

で表される。一方要素に作用する力 $\{dp\}$ が変位 $\{du\}$ によってなす外部仕事は、

$$dW_{ext} = L du \{dp\} / 2 \quad (5)$$

で、仮想仕事の原理によれば、

$$dW_{int} = dW_{ext} \quad (6)$$

であるから、(4)~(6) 式によれば、

$$\{dp\} = \iiint [B]^T [C^e] [B] dx dy dz \{du\} \quad (7)$$

この (7) 式は一口の要素での外力-変位の関係を表わしている。要素剛性マトリックス $[K]$ は (7) 式の中で、次のように与えらる。

$$[K] = \iiint [B]^T [C^e] [B] dx dy dz \quad (8)$$

より

$$\{dp\} = [K] \{du\} \quad (7')$$

となる。

(8) 式を物体全体に組立てれば、全体剛性マトリックス $[K^*]$ が得られ、物体にかかる外力 $\{dP\}$ と変位 $\{dU\}$ とをいれれば、次の関係となり、

$$\{dP\} = [K^*] \{dU\} \quad (9)$$

物体にかかる外力、変位が求められるので、(9) 式から物体内部の応力、ひずみの状態を求めることが出来る。次に、(1) 式に示した $[B]$ マトリックスの内容を具体的に示す。

三次元有限要素法解析に使用する要素形状は色々な形が考えられるが、これ迄我々が二次元解析で試した最も妥当な分割法²⁾を三次元化すべく、後述 Fig. 2 に示す要素分割を行い、一口の要素は Fig. 1 に示す三角柱要素を採用した。したがって三角柱に対する形状関数 N_i を次のように与える。

$$\begin{aligned} N_1 &= L_1(1 - \zeta)/2 \\ N_2 &= L_2(1 - \zeta)/2 \\ N_3 &= L_3(1 - \zeta)/2 \\ N_4 &= L_1(1 + \zeta)/2 \\ N_5 &= L_2(1 + \zeta)/2 \\ N_6 &= L_3(1 + \zeta)/2 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 L_1, L_2, L_3 は直線座標であり、 ζ は Fig. 1 に示した補助座標である。したがって形状関数に対し

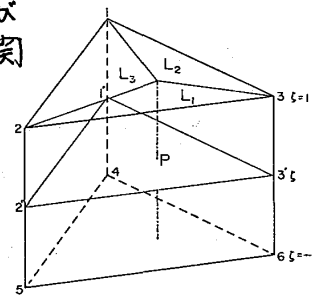


Fig. 1

2. 個々の要素の座標と変位に対する関係を図る。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum N_i x_i \\ \sum N_i y_i \\ \sum N_i z_i \end{Bmatrix} \quad (11-a) \quad \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum N_i u_i \\ \sum N_i v_i \\ \sum N_i w_i \end{Bmatrix} \quad (11-b)$$

この関係と、ひずみの適合条件を適用すると、

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial N_1/\partial x & 0 & 0 & \partial N_2/\partial x \\ 0 & \partial N_1/\partial y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_1/\partial z & 0 \\ 0 & \partial N_1/\partial z & \partial N_1/\partial y & 0 \\ \partial N_1/\partial z & 0 & \partial N_1/\partial x & \partial N_2/\partial z \\ \partial N_1/\partial y & \partial N_1/\partial x & 0 & \partial N_2/\partial y \\ 0 & 0 & \dots & \partial N_6/\partial x \\ \partial N_2/\partial y & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \partial N_2/\partial z & \dots & 0 \\ \partial N_2/\partial z & \partial N_2/\partial y & \dots & 0 \\ 0 & \partial N_2/\partial x & \dots & \partial N_6/\partial z \\ \partial N_2/\partial x & 0 & \dots & \partial N_6/\partial y \\ 0 & 0 & & \\ \partial N_6/\partial y & 0 & & \\ 0 & \partial N_6/\partial z & & \\ \partial N_6/\partial z & \partial N_6/\partial y & & \\ 0 & \partial N_6/\partial x & & \\ \partial N_6/\partial x & 0 & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_6 \\ v_6 \\ w_6 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

となる。しかし座標変換そのものが x, y, z で偏微分できないので、補助座標系による偏微分を代るべく、次のオペレートを行う。

$$\begin{aligned} [J] &= \begin{bmatrix} \partial x/\partial L_1 & \partial y/\partial L_1 & \partial z/\partial L_1 \\ \partial x/\partial L_2 & \partial y/\partial L_2 & \partial z/\partial L_2 \\ \partial x/\partial L_3 & \partial y/\partial L_3 & \partial z/\partial L_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial N_1/\partial L_1 & \dots & \partial N_6/\partial L_1 \\ \partial N_1/\partial L_2 & \dots & \partial N_6/\partial L_2 \\ \partial N_1/\partial L_3 & \dots & \partial N_6/\partial L_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1, y_1, z_1 \\ \vdots \\ x_6, y_6, z_6 \end{Bmatrix} \quad (13) \\ [T_{ij}] &= \begin{bmatrix} \partial u/\partial x & \partial v/\partial x & \partial w/\partial x \\ \partial u/\partial y & \partial v/\partial y & \partial w/\partial y \\ \partial u/\partial z & \partial v/\partial z & \partial w/\partial z \end{bmatrix} \\ &= [J]^{-1} \begin{bmatrix} \partial u/\partial L_1 & \partial v/\partial L_1 & \partial w/\partial L_1 \\ \partial u/\partial L_2 & \partial v/\partial L_2 & \partial w/\partial L_2 \\ \partial u/\partial L_3 & \partial v/\partial L_3 & \partial w/\partial L_3 \end{bmatrix} \\ &= [J]^{-1} \begin{bmatrix} \partial N_1/\partial L_1 & \dots & \partial N_6/\partial L_1 \\ \partial N_1/\partial L_2 & \dots & \partial N_6/\partial L_2 \\ \partial N_1/\partial L_3 & \dots & \partial N_6/\partial L_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1, v_1, w_1 \\ \vdots \\ u_6, v_6, w_6 \end{Bmatrix} \quad (14) \end{aligned}$$

したがって、偏微分可能な形として次の式に改める。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \end{Bmatrix}$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_{23} + T_{32} \\ T_{31} + T_{13} \\ T_{12} + T_{21} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

とあらわす。ひずみの適合条件を解くことが可能になるので、全体剛性マトリックスの構成が可能となり、外部応力、変位に対する試料内応力、ひずみとひずみ要素について解いていく。

一方、降伏の判定は、この二次元解析に使用した山田³⁾の方法を三次元化した式を用いた。

$$F_{ij} \Delta \sigma_i' \Delta \sigma_j' r^2 - (F_{ij} \Delta \sigma_i' \Delta \sigma_j' - 2 \bar{\sigma}_p \Delta \bar{\sigma}_p - \Delta \bar{\sigma}_p^2) r - \bar{\sigma}_p^2 + \bar{\sigma}_p^2 = 0 \quad (17)$$

この式を解くと、

$$r = b + [b^2 + 4a(\bar{\sigma}_p^2 - \bar{\sigma}_p^2)]^{1/2} / 2a \quad (18-a)$$

ここで、

$$a = F_{ij} \Delta \sigma_i' \Delta \sigma_j' \quad (18-b)$$

$$b = a - (2 \bar{\sigma}_p \Delta \bar{\sigma}_p + \Delta \bar{\sigma}_p^2) = -2 F_{ij} \sigma_i' \Delta \sigma_j' \quad (18-c)$$

3 実験

3.1 試料の作製

a) 可塑性ポリ塩化ビニル: 三井東圧化学(株)製ポリ塩化ビニル(重合度: 1350)に可塑剤20部混入したもので、 $180^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ で加圧成型し、初期厚さ2mmの200×200mm正方形シートを製作した。

次に、このシートより幅180mm、クランプ間40mmのダンベル形状シートを製作し、初期一軸延伸中は、恒温槽付フリーフ試験機を使用して、延伸温度 $80^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ で延伸倍率2.5倍の試料を製作し、再延伸用の試料とした。

b) ポリプロピレン: 三井東圧化学(株)製、ノブレン(JH-KR)のペレットを $200^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ で加圧成型し、成型後水中に急冷し、初期厚さ2mmの200×200mm正方形シートを製作した。

一軸延伸はPVCの場合と同じ試料形状で、10一軸延伸を行い、 $140^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ で、延伸倍率2.5倍の試料を製作し、再延伸用の試料とした。

3.2 試料の再延伸

試料形状はクランプ間50mm、幅25mm(L/W=2)とし、一軸再延伸実験による応力-ひずみ曲線の測定は、東洋ボールドウィン(株)製テンシロンUTM-5T及び4LH型を使用し、試料は一軸延伸軸(I.D.D)から15度間隔で中心線方向が $\beta = 0^\circ \sim 90^\circ$ と有する各試料を切り出した。

試料の延伸速度は2%/min、温度 $23^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ の恒温で行った。

4 測定結果と有限要素法解析

Off-angle再延伸の場合の応力-ひずみ曲線ならびに試料内の応力、ひずみの分布の計測を行うべく、三次元有限要素法解析を行なったが、試料の要素分割は、

Fig. 2 に示す分割を採用し、要素数8001個、節点数5801個で行った。

Fig. 3 (a), (b) に軸延伸PVCフィルムOff-angle再延伸、 $\beta = 30^\circ, 60^\circ$ の試料の応力-ひずみ曲線の実測値

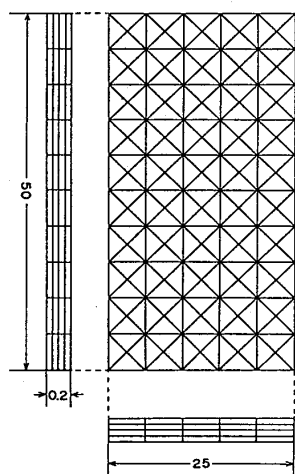


Fig. 2

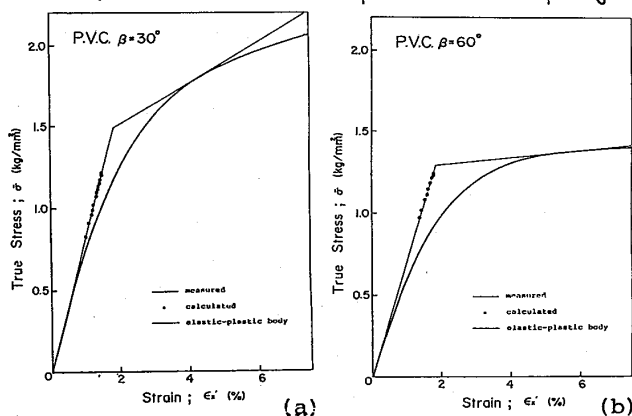


Fig. 3

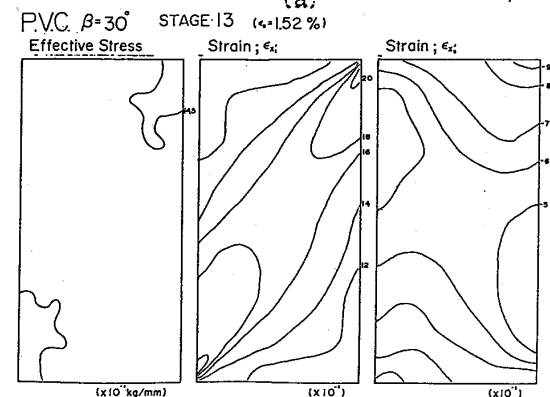


Fig. 4

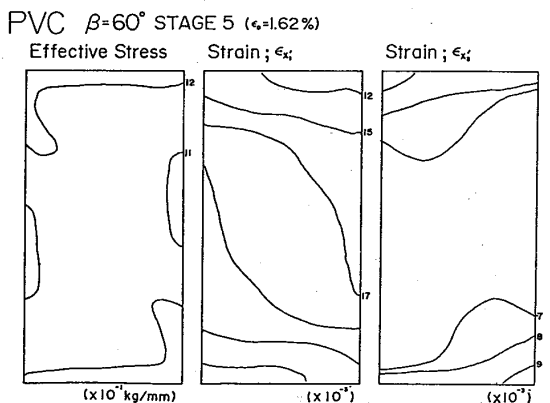


Fig. 5

ものと実線と、●印で示したものが有限要素法解析により求めた平均値とひずみと応力の各変形段階での値であるが、計算にあまり反逆した挙動も出現の傾向に似て近い値を示し、平均的な値として有限要素法解析の精度がよいことを意味している。したがって、 $\alpha = \beta = 30^\circ, 60^\circ$ の試料の平均値とひずみ $\epsilon_0 = 1.22\%$ 、 1.62% の場合の計算による相当応力 σ_p とひずみ成分 ϵ_x, ϵ_z の試料内の分布を Fig. 4 及び Fig. 5 に示した。(図は、厚さ方向の最上部面についてあらわしている。)

この結果、 $\beta = 30^\circ$ の場合、右上隅及び左下隅は応力レベルの高い領域が中央部へ進展しており、同じ傾向は直交ひずみ ϵ_x にも認められる。また厚さ方向のひずみ ϵ_z の最も高いレベルがやはり右上隅及び左下隅のチャック部に集中している。これに対し、 $\beta = 60^\circ$ の場合、直交ひずみ ϵ_x とみると Fig. 4 とは逆に、左上から右下へ高い領域が進行傾向が認められ、これらの変形挙動は Fig. 6 に示すフィルム表面のエア

Strain by Moire method: $\epsilon_1, \beta = 30^\circ$ ($\times 10^3$)

$(\epsilon_0 = 2.50\%)$		$(\epsilon_0 = 3.00\%)$		$(\epsilon_0 = 4.00\%)$	
1.89	2.05	2.32	2.51	3.12	3.32
	1.80		2.25		2.85
1.96	1.68	2.50	2.12	3.37	3.16

Strain by Moire method: $\epsilon_1, \beta = 60^\circ$ ($\times 10^3$)

$(\epsilon_0 = 2.00\%)$		$(\epsilon_0 = 2.50\%)$		$(\epsilon_0 = 3.00\%)$	
1.90	1.89	2.33	2.19	2.87	2.77
	1.40		1.70		2.58
1.62	1.68	1.92	2.22	3.05	3.21

Fig. 6

レによる直交ひずみ ϵ_x の傾向とも合致しているのを、計算により求められた傾向は妥当なものと考えられる。今後、これらの実測の現象を確認すべく、フィルム面内の変形をモアレ法を用いると同時に、厚さ方向の変形の様子も測定する方法と現行、検討中である。

文 献

- 1) 日比貞雄, 片桐武司, 小林理加, 森 隆康, 中西 英二, 前田松夫, 材料学会, 第32期学術講演会前刷(1987).
- 2) 日比貞雄, 前田松夫, 山名崇弘, 光石一太, 村井 隆, 材料, 30, 770 (1981).
- 3) 山田嘉明, "コンピュータによる構造工学講座, II -2, A, 塑性・粘弾性", 昭和館, 東京, (1972), P.83, 180.