

高松工業高等専門学校  
立命館大学理工学部

正 ○岡田 憲司  
正 田中 道七

## 1 緒 言

金属材料の疲労寿命は、試験片の形状・寸法や疲労試験条件を一定に保持しても、一般に大きなばらつきを示すことはよく知られており、複数欠陥からの疲労き裂進展問題を考えるとき、き裂進展特性や疲労寿命に対する統計的取扱が必要である。

本研究では、平板中央部に一個または二個の貫通欠陥を設けた試験片を多数準備して統計的疲労試験を行い、単一欠陥材の場合は前報で導いた解析手法を適用し、複数欠陥材の場合は二個のき裂の合体確率を考慮して疲労寿命分布を誘導した。得られた解析結果を実験結果と比較し、両者の解析法の適合性を検討した。

## 2 供試材料および実験方法

実験に用いた材料は2017-T3 アルミ合金であり、試験片の形状・寸法を図1に示す。(a)の試験片中央には直径0.4, 1.3, 2.5 mmの三種の微小ドリル穴を組合せた全長5 mmの貫通欠陥を1個設け、(b)の試験片には中心間距離を20 mmとして、(a)と同じ欠陥を2個設けた。以後このドリル穴を貫通切欠き、(a)を単一欠陥材、(b)を複数欠陥材と呼ぶ。

疲労試験は容量98 kNのコンピュータ制御油圧サーボ疲労試験機を用い、10 Hz,  $R=0$ で行った。き裂進展挙動は、適当な繰返し数ごとに、コンピュータ制御で試験片に余分な負荷を与えることなく一時停止し、光学顕微鏡を用いてき裂長さを測定した。

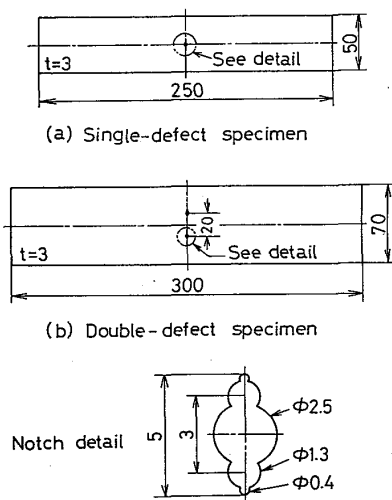


図1 試験片の形状・寸法

## 3 実験結果

### 3.1 S-N特性

単一欠陥材と複数欠陥材のS-N特性を図2に示す。図中の曲線は単一欠陥材に対して基本S-N曲線を描いたものである。 $\sigma_a=45$  MPaでは単一欠陥材で20本、複数欠陥材では22本の試験片を用いて綿密なき裂長さの測定を行いながら、統計的疲労試験を行った。

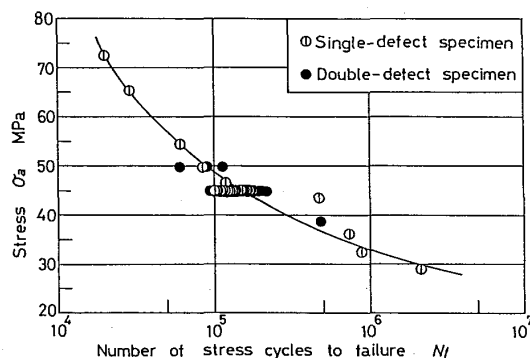


図2 S-N線図

### 3.2 疲労き裂発生と進展様相

単一欠陥材、複数欠陥材共に、個々の貫通切欠きの両端からほとんど同時に発生したき裂は、巨視的にはほぼ左右対称に進展する。複数欠陥材では進展した二つのき裂は試験片の中央部で合体し、その後破断する。複数欠陥材で $\sigma_a=45$  MPaの22本の試験片における左と右の二個の貫通切欠きからのき裂発生寿命を図3に示す。図中に引いた45°の直線付近の実験点は左右ほぼ同時に発生した場合であるが、○印の6本は二個のき裂発生時期の片寄りやや大きいものであり、この実験点の取扱いは3.4節で述べる。

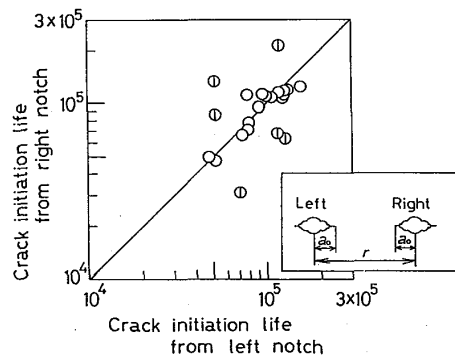


図3 二個の欠陥からのき裂発生寿命

### 3.3 疲労き裂進展挙動

単一欠陥材の  $\sigma_a = 40 \sim 50 \text{ MPa}$  のおける試験片における  $da/dN$  と  $\Delta K$  の関係を図示したのが図4の○印である。施力拡大係数の算出には次に示すTadaの式を用いた。

$$\left. \begin{aligned} K &= \sigma \sqrt{\pi a} M_1 \\ M_1 &= (1 - 0.025 \lambda_1^2 + 0.06 \lambda_1^4) \sqrt{\sec(\pi \lambda_1/2)} \\ \lambda_1 &= 2a/W_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

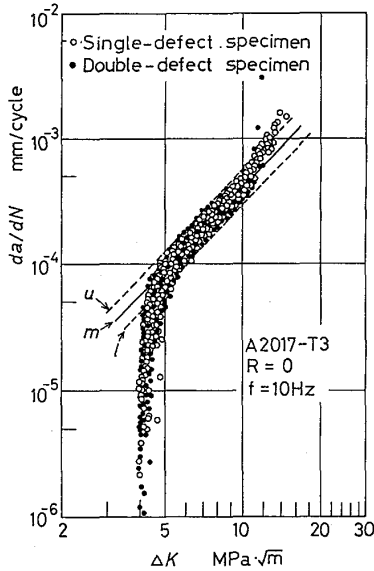


図4  $da/dN - \Delta K$  関係

次に複数欠陥材については、図3の○印で示すようなき裂発生寿命の片寄りのある試験片もあるが、全体の7割以上の残りの試験片は、左右二個のき裂がほぼ等長に進展する。そこで本報における複数欠陥材のK値の算出には式(2)で示す石田の式に板幅補正項を加えて用いた。

$$\left. \begin{aligned} K &= \sigma \sqrt{\pi a} M_i \quad (M_i \neq M_A, M_B) \\ M_A &= (1 - 0.037 \lambda_2 + 0.1613 \lambda_2^2 - 0.1628 \lambda_2^3 \\ &\quad + 0.1560 \lambda_2^4) \sqrt{\sec(\pi \lambda_2/2)} \\ M_B &= (1 - 0.0426 \lambda_2 + 0.5411 \lambda_2^2 - 1.1654 \lambda_2^3 \\ &\quad + 1.2368 \lambda_2^4) \sqrt{\sec(\pi \lambda_2/2)} \\ \lambda_2 &= 2a/r, \quad \lambda_3 = 2a/W_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(1)の  $M_1$ 、式(2)の  $M_i$  は、おける試験片に対して第Ⅱ領域では1.02～1.15程度である。式(2)の  $\Delta K$  と  $da/dN$  の関係を図4に●印で示した。○印と●印の全実験点はすべて同じ程度のばらつきをもち、第Ⅱ領域では破線  $m$ 、 $u$  で示す帯状領域に集中している。そこでこの中央に引いた直線  $m$  により  $da/dN - \Delta K$  関係を代表させた。その関係式は次式で与えられる。

$$da/dN = B(\Delta K)^A \quad (3)$$

ここで、 $A = 2.14$ 、 $B = 2.92 \times 10^{-6}$  である。

### 3.4 き裂発生寿命と破断寿命の分布

本実験のき裂発生寿命は電通切欠きの先端から発生するき裂長さが0.1mm(切欠き半長2.5mmを含むき裂  $a_0 = 2.6 \text{ mm}$ )に達した時の施力繰返し数もき裂発生寿命  $N_0$  とした。図5は単一欠陥材の  $\sigma_a = 45 \text{ MPa}$  の20本の試験片のき裂発生寿命  $N_0$  の分布を○印、破断寿命  $N_f$  の分布を●印で示した。○印を通る曲線は相関係数法

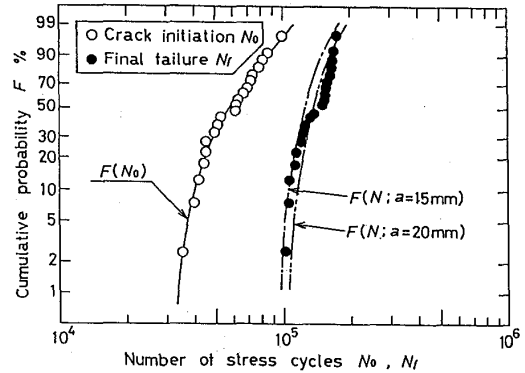


図5 単一欠陥材の疲労寿命分布

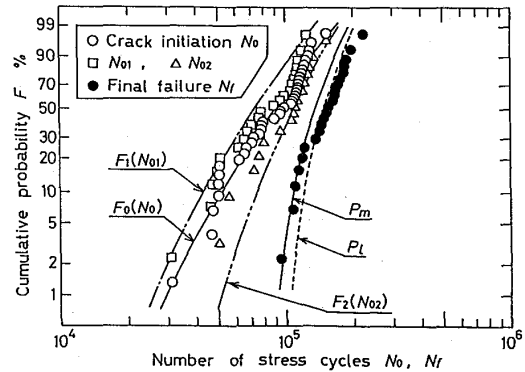


図6 複数欠陥材の疲労寿命分布

により次式の3母数ワイブル分布をあてはめた。

$$F(N_0) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{N_0 - \eta}{\beta}\right)^d\right\} \quad (4)$$

なお図5の一点鎖線、二点鎖線は4.1節で述べる。

次に図6は複数欠陥材の  $\sigma_a = 45 \text{ MPa}$  の22本の試験片から得られるき裂発生寿命44個のうち、図3の○印で示す左右の切欠きからのき裂発生の独立性に問題のある6本の連れて発生した方のき裂発生寿命を除き、38個を  $N_0$  の原分布として○印で示した。これに式(4)の3母数ワイブル分布をあてはめ  $F_0(N_0)$  を描いた。また□印は先発き裂、△印は後発き裂のき裂発生寿命の実験分布を、●印は破断寿命の実験分布を示す。 $F_1(N_{01})$ 、 $F_2(N_{02})$ 、 $P_m$ 、 $P_l$  の曲線は4.2節で述べる。

## 4 考 察

### 4.1 単一欠陥材の疲労寿命分布に関する理論的考察

前報で示したように、き裂発生寿命の分布に、き裂進展則を介して、あるき裂長さに達するまでの施力繰返し数の分布が次のように求められている。

$$\left. \begin{aligned} F(N; a) &= 1 - \exp\left\{-\left(\frac{N - N_p - \eta}{\beta}\right)^d\right\} \\ \text{但し, } N_p &= (a^{A_1} - a_0^{A_1}) / B_1, \\ A_1 &= (2-A)/2, \quad B_1 = A_1 B (\sigma \sqrt{\pi} M_1)^A \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

図4から  $K_{fc} \approx 12 \sim 14 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  程度であり、これから求

まる限界き裂長さ  $a \approx 16.8 \sim 22.4 \text{ mm}$  程度である。そこで、 $a = 15 \text{ mm}$  と  $20 \text{ mm}$  に達した時の式(5)で求まる  $N$  の分布を、それぞれ図5に一点鎖線、二点鎖線で示す。この計算結果は実験分布とよい一致を示しており、前報よりも、 $K$  値を厳密に取扱った本報でより正確な推定が可能であることがわかった。さらに、指数則の  $A, B$  も固定したパラメータとした取扱いで、十分適用できることもわかった。そこで次節においても、 $A, B$  は一定値として扱う。

#### 4.2 複数欠陥材の疲労寿命分布に関する理論的考察

図3に示したように、一部を除き、二つの貫通切欠きからほぼ独立に発生した疲労き裂の進展挙動は、大局的には個々の貫通切欠きの両端からは左右対称に進展し、試験片の中央付近で合体し、直後破断する。そこで図7に示すき裂成長モデルを仮定する。まず、(a)  $N = N_{01}$  で  $a_0$  なる長さのき裂が発生する。(b)  $N = N_{02}$  でもう一方の切欠きの両端からも  $a_0$  なる長さのき裂が発生する。この時、先発き裂の長さは  $a_0 + a_{p1}$  に成長している。(c) 応力繰返し数が進み、安定成長領域ではき裂長さは  $a_1, a_2$  で  $a_1 > a_2$  である。(d) 繰返し数がさらに進み、 $a_1 + a_2 = r$  に達すると合体し、直後破断する。ちがわぬ合体と破断は同時と考えてよい。

まず、3.4節で述べた先発き裂の発生寿命を  $N_{01}$ 、後発き裂の発生寿命を  $N_{02}$  とすると、 $N_{01}, N_{02}$  のそれぞれの分布は  $N_0$  の原分布を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_1(N_{01}) &= 1 - \{1 - F_0(N_{01})\}^2 \\ f_1(N_{01}) &= 2 \{1 - F_0(N_{01})\} f_0(N_{01}) \\ F_2(N_{02}) &= \{F_0(N_{02})\}^2 \\ f_2(N_{02}) &= 2 \{F_0(N_{02})\} f_0(N_{02}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} F_2(N_{02}) &= \{F_0(N_{02})\}^2 \\ f_2(N_{02}) &= 2 \{F_0(N_{02})\} f_0(N_{02}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

さて、図3より、 $N_{01}$  と  $N_{02}$  は統計的に独立と仮定す

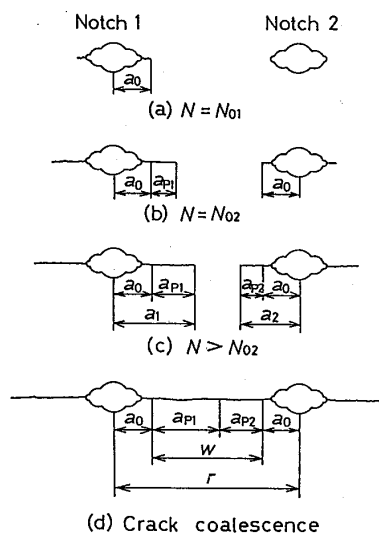


図7 二個の欠陥からのき裂成長モデル

ると、その結合密度関数は次式で与えられる。

$$f_{12}(N_{01}, N_{02}) = f_1(N_{01}) \cdot f_2(N_{02}) \quad (8)$$

次にき裂進展挙動については式(3)に式(2)を用いて、

$$da/dN = B(\sigma\sqrt{\pi a} M_2)^A \quad (9)$$

$A, B, M_2$  は固定したパラメータと仮定し、式(9)を積分して次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} -a^{-A}/A_1 D_1 &= BN - C_1, \quad C_1 = a_0^{-A}/A_1 D_1 \\ A_1 &= (A-2)/2, \quad D_1 = (\sigma\sqrt{\pi} M_2)^A \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$C_1$  は  $N = N_{p1} (= N_{02} - N_{01}) = 0$  の時、 $a = a_0$  の条件から決まるものである。さて、 $N_{p1}$  期間中に成長するき裂長さを  $a_{p1}$  とすると、式(10)より、

$$a_{p1} = \{ -A_1 D_1 (BN_{p1} - C_1) \}^{-1/A_1} \quad (11)$$

同様に  $N_{p2}$  期間中に成長するき裂長さ  $a_{p2}$  も求まる。

一方、図7(d)より、き裂合体の条件は、

$$a_{p1} + a_{p2} \geq r - 2a_0 = w \quad (12)$$

さて、ある繰返し数  $N$  を決めたとき、 $N_{p1}$  の密度関数  $f_{p1}(N_{p1})$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f_{p1}(N_{p1}) &= f_1(N_{01}) \left| \frac{dN_{01}}{dN_{p1}} \right| \\ &= 2 \{1 - F_0(N - N_{p1})\} f_0(N - N_{p1}) \end{aligned} \quad (13)$$

同様に  $N_{p2}$  の密度関数  $f_{p2}(N_{p2})$  も求まる。さらに、式(11)より

$$\left. \begin{aligned} N_{p1} &= E_1 - G_1 a_{p1}^{-A_1} \\ \text{ただし、} E_1 &= C_1/B, \quad G_1 = (A_1 B D_1)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

と書けるから、ある繰返し数  $N$  における  $a_{p1}$  の密度関数  $f_{a1}(a_{p1})$  は次式で求まる。

$$f_{a1}(a_{p1}) = f_{p1}(N_{p1}) \left| \frac{dN_{p1}}{da_{p1}} \right| \quad (15)$$

同様に  $f_{a2}(a_{p2})$  も求まる。ここで  $a_{p1}, a_{p2}$  も独立と仮定すれば、その結合密度関数  $f_{a12}(a_{p1}, a_{p2})$  は、

$$f_{a12}(a_{p1}, a_{p2}) = f_{a1}(a_{p1}) \cdot f_{a2}(a_{p2}) \quad (16)$$

これよりき裂が合体しない確率  $P_0$  は

$$\begin{aligned} P_0 &= \iint_{a_{p1} + a_{p2} \leq w} f_{a12}(a_{p1}, a_{p2}) da_{p1} da_{p2} \\ &= \int_0^w f_{a1}(a_{p1}) da_{p1} \int_0^{w-a_{p1}} f_{a2}(a_{p2}) da_{p2} \end{aligned} \quad (17)$$

従って、き裂合体確率  $P$  は次式で求まる。

$$P = 1 - P_0 \quad (18)$$

式(18)より計算した理論破断寿命分布を図6に  $P_m$  で示した。 $P_e$  は式(9)の  $A, B$  に図4の値を用いたものを参考までに示した。計算結果は実験結果の分布特性をよく表わしているのがわかる。

5 結 言 単一欠陥材、複数欠陥材とも、理論破断寿命分布は実験分布とよく一致するのがわかった。

文献 1) 田中他2名, 材料, 30, 483 (1981).

2) 石田, "き裂の弾性解析と応力拡大係数", p.184 (1976) 培風館.