

# 解説

## 測色学と色覚論

福田 保\*

池田 光男\*\*

### Colorimetry and Color Vision Theory

Tamotsu Fukuda and Mitsuo Ikeda

色を測定するという工学の分野である測色学と、色を知覚する人間の視覚系の構造を究明するという心理物理学の分野である色覚論との間には、古くから非常に深い関係がある。色覚論の研究が測色学を生み出し、測色学の発展が新しい色覚論を生み出してきたと考えられるのである。そこで今回はこの間の交流の一端を測色学の立場から眺めてみたい。

#### 1. ヤングの三色説

まず古いところで Young の三色説 (1800年代) を説明しよう。彼の考えは、網膜には3種の感度をもった粒子が存在し、これらが光に対する受容系として色覚をおこさせる、というものである。これら3種の粒子の一つを欠くか、あるいは機能に障害があると色覚異常になると説明される。彼の考えをもう少し述べると

(1) 視覚系のどこかに3種の受容器  $G_1, G_2, G_3$  がある。

(2) これらの受容器の分光感度を  $\bar{g}_i(\lambda)$  ( $i=1,2,3$ ) で表わすと、いま  $P(\lambda)$  なる分光エネルギー分布をもった光が眼に入射した場合の各受容器のレスポンス  $G_i$  は次のように書ける。

$$G_i = \int \bar{g}_i(\lambda) P(\lambda) d\lambda \quad (1)$$

(3) 色の感覚はこれら3つのレスポンス  $G_i$  の相対値の関数で与えられる。

(4) 光の感覚つまり明るさの感覚はこれら3つのレスポンスの線形式で与えられる。

すなわち

$$I = l_1 G_1 + l_2 G_2 + l_3 G_3 \quad (2)$$

以上の考えをより具体化することが課題になる訳である。つまり  $\bar{g}_i(\lambda)$  および  $l_i$  を決めることができればヤングの色覚論はより現実のものとなろう。

#### 2. 等色実験

ここで話を変えて色のマッチングの実験について説明しよう。図1のような2分視野の一方に試料光 (C) を与え、これに対してもう一方の視野に呈示された三つの原

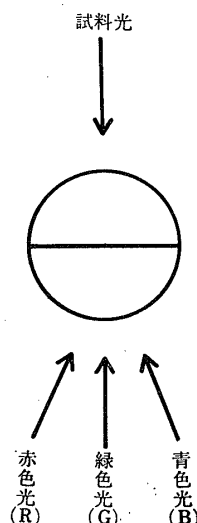


図1 等色実験に用いられる2分視野刺激 (R), (G), (B) を適当に足し合わせてマッチングさせる、これが等色実験である。マッチングが成立したときの原刺激の量を R, G, B で表わすと、以上の結果は次の式で表現できる。

$$C(C) = R(R) + G(G) + B(B)$$

この式を等色式と呼び、R, G, B を三刺激値と呼んで

\*中国工業技術試験所

\*\*東京工業大学総合理工学研究科

いる。もし私たちが試料光の明るさは特に問題にせずその色のみに興味があるなら、 $R, G, B$  の比だけわかればよいので

$$C = R + G + B$$

であるから

$$r = R/C, \quad g = G/C, \quad b = B/C$$

とおくと

$$(C) \equiv r(R) + g(G) + b(B) \quad (3)$$

とすることができる。

$$r + g + b = 1 \quad (4)$$

であるから試料光  $(C)$  は  $r, g$  を直交軸とする 2 次元の座標で表示できる。 $r, g, b$  を色度座標と呼び、色度座標によって示される図を色度図と言っている。図 2 にそれを示す。横軸は  $r$ 、縦軸は  $g$  である。原刺激  $(R)$  は点  $R(1, 0)$  で、また原刺激  $(G)$  は点  $G(0, 1)$  で、最後に

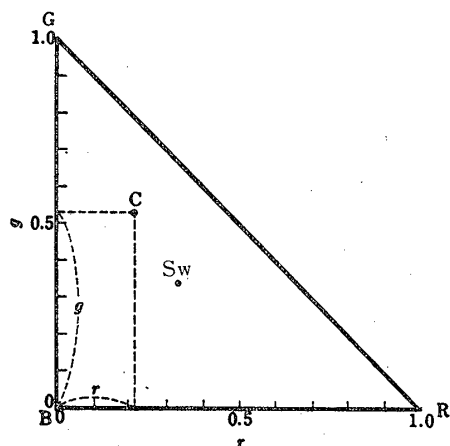


図 2 RGB系色度図と白色点の位置

原刺激  $(B)$  は点  $B(0, 0)$  で示される。直線  $\overline{RG}$  は  $r + g = 1$ , すなわち  $b = 0$  の座標となるから原刺激  $(R)$  と  $(G)$  のみの混合によって得られる色の軌跡である。同じように直線  $\overline{GB}$  は  $(G)$  と  $(B)$ , 直線  $\overline{BR}$  は  $(B)$  と  $(R)$  のみの混合によって得られる色の軌跡である。

図 2 において  $Sw$  とある点は白色光の座標であるが、それは  $(0.33, 0.33)$  となっている。つまり  $(R), (G), (B)$  の原刺激が三刺激値で同量のものが白色光ということになるのであるが実際においては話は逆で、白色光を基にして三刺激値を定めたというのが展開の順序である。そこでこのような白色光を基礎刺激と言っている。

さて色の表現法が出来上がったので次は実際にスペクトルの各波長の単色光の色度座標を測定によって決めるということになる。これを最初に行ったのは Maxwell (1860) であるが、もっと最近 (1920~30) になって Guild や Wright が精密な実験を行っている。後二者の結果は非常によく似ていたため、その平均値がとられいわゆる CIE の XYZ 表色系に採用された。図 3 に、原刺激として 700, 546.1, 435.8nm の単色光を採用し、基礎刺激として等エネルギーの白色光を用いた場合の色度図を示しておく。これを CIE の RGB 表色系と呼んでいるがこれは直ちに XYZ 系に変換されたので実用はしていない。

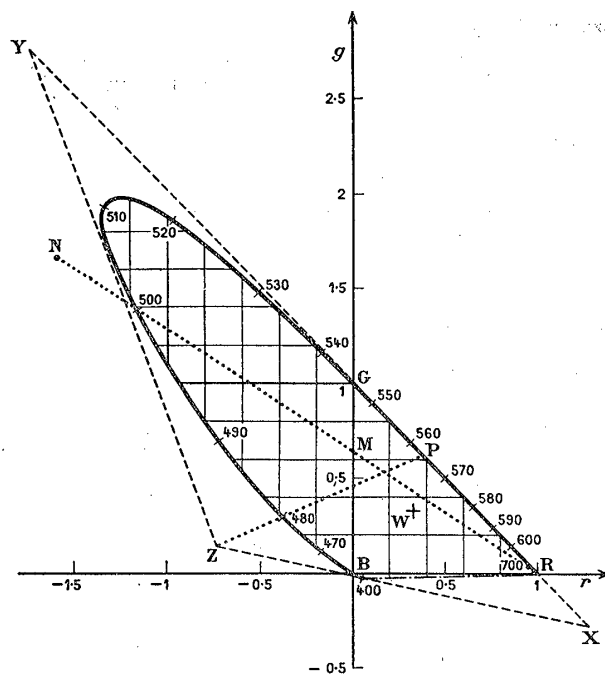


図 3 RGB系におけるスペクトル軌跡と X, Y, Z 原刺激の色度座標

単色光の色度座標をつらねたものは図のようにつり鐘のような形になる。これをスペクトル軌跡と呼んでいる。スペクトル軌跡の両端を結ぶ直線を純紫軌跡と言っている。世の中に存在する全ての物体の色はみんなこのスペクトル軌跡、純紫軌跡によって囲まれる色度図上の範囲に入ってくるという訳である。

ところで図 3 の RGB 系では色座標に負の値をもつものが生じる。すなわち  $\triangle RGB$  の外側にある色に対しては、 $r, g, b$  の少なくとも一つが負量となる。これはもしこの表色系を測色の実際で用いようとする場合大変不便をもたらすことになる。そこでスペクトル軌跡を内に含むような新しい三角形  $\triangle XYZ$  を考え、これが丁度直角二

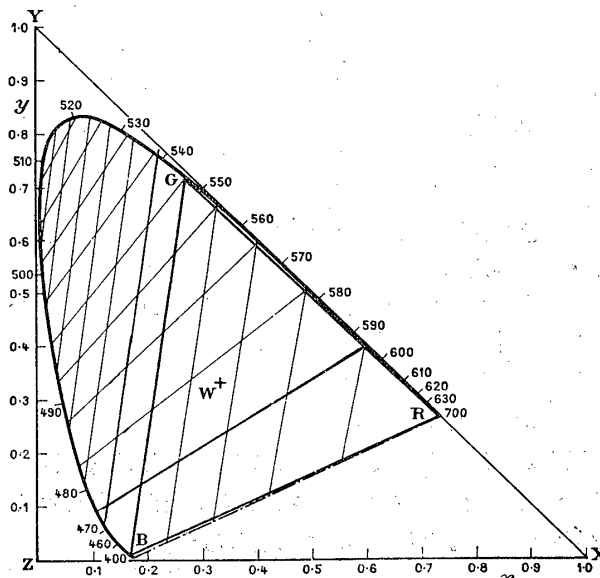


図 4 XYZ系色度図

等辺三角形になるように座標変換を行なう。そして(X)(Y),(Z)を原刺激とする新しい色度座標が得られる。これがCIEのXYZ表色系であり図4にそれを示す。今度はスペクトル軌跡はうまく $\triangle XYZ$ の中におさまる、このことからあらゆる物体の色はみんな正の色度座標をもつということになる。

### 3. スペクトル三刺激値

以上においてXYZ系が導入されたのでこれからは式の表現もX,Y,Zが使われることになる。式(3)は、もし左辺を波長 $\lambda$ の単色光( $C_\lambda$ )とすると

$$(C_\lambda) = x_\lambda(X) + y_\lambda(Y) + z_\lambda(Z) \quad (5)$$

となる。 $x_\lambda, y_\lambda, z_\lambda$ はRGB系の場合と同様に単色光( $C_\lambda$ )の色度座標である。

ここで少し式(5)に手を加えて、測色工学で大変役に立つことになるスペクトル三刺激値 $\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda$ というものを導くことにする。まず単色光( $C_\lambda$ ), 原刺激(X),(Y),(Z)の単位刺激量つまりそれぞれの三刺激値が1の場合—あたりの光束を $l_\lambda, l_x, l_y, l_z$ とする。式(5)を光束の単位で表わした式にすると

$$l_\lambda = x_\lambda l_x + y_\lambda l_y + z_\lambda l_z \quad (6)$$

つぎに単色光( $C_\lambda$ )の単位エネルギーあたりの刺激単位の数を考えてみると、単位エネルギーあたりの光束は比視感度 $V_\lambda$ に比例するからこれを刺激単位あたりの光束 $l_\lambda$ で割ったものに等しいと考えることができる。そこで式(5)を単位エネルギーに対する形に書きかえると

$$\frac{V_\lambda}{l_\lambda}(C_\lambda) = \frac{V_\lambda}{l_\lambda}x_\lambda(X) + \frac{V_\lambda}{l_\lambda}y_\lambda(Y) + \frac{V_\lambda}{l_\lambda}z_\lambda(Z)$$

そこで $V_\lambda l_\lambda = m_\lambda$ とおき、つづいて

$$m_\lambda x_\lambda = \bar{x}_\lambda, \quad m_\lambda y_\lambda = \bar{y}_\lambda, \quad m_\lambda z_\lambda = \bar{z}_\lambda \quad (7)$$

とおけば

$$m_\lambda(C_\lambda) = \bar{x}_\lambda(X) + \bar{y}_\lambda(Y) + \bar{z}_\lambda(Z) \quad (8)$$

を得る。前には省略したが図3の $\bar{XZ}$ の位置を定めるとき $l_x = l_z = 0$ になるようにしている。したがって式(6)より $l_\lambda = y_\lambda l_y$ となるので $y_\lambda = V_\lambda / l_y$ となる。 $l_y$ は原刺激(Y)の1単位の光束であって一定であるから、 $\bar{y}_\lambda$ は直接 $V_\lambda$ に比例する。また $x_\lambda, z_\lambda$ については

$$x_\lambda = \frac{V_\lambda}{l_y} \cdot \frac{x_\lambda}{y_\lambda}, \quad \bar{z}_\lambda = \frac{V_\lambda}{l_y} \cdot \frac{z_\lambda}{y_\lambda}$$

と置けるから単色光の色度座標 $x_\lambda, y_\lambda, z_\lambda$ が分っておれば計算で求められる。このようにして求めたスペクトル三刺激値 $\bar{x}_\lambda, \bar{y}_\lambda, \bar{z}_\lambda$ が図5である。

それではこれらがどのように役立つかを説明しよう。式(8)は波長 $\lambda$ の単位エネルギーに対する等色式であると言った。それならばエネルギーが $P_\lambda$ の単色光に対しての式は式(8)を単純に $P_\lambda$ 倍すればよい。すなわち

$$m'_\lambda(C_\lambda) = P_\lambda \bar{x}_\lambda(X) + P_\lambda \bar{y}_\lambda(Y) + P_\lambda \bar{z}_\lambda(Z) \quad (9)$$

さらに一般には $P(\lambda)$ なる分光分布をもった光を考えなければならないが、これは要するに単色光 $P_\lambda$ の集まりであるから式(9)は

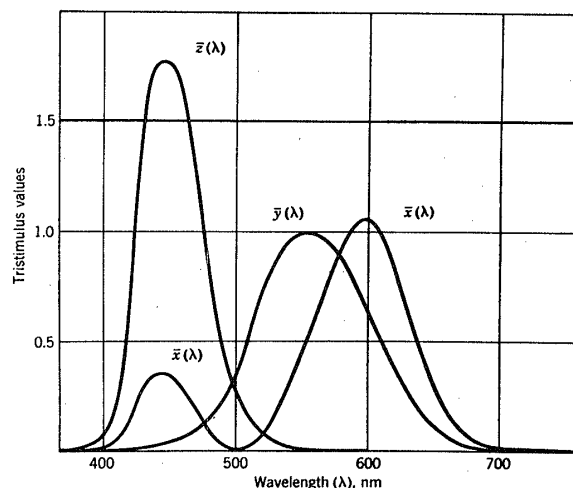


図5 スペクトル三刺激値

$$\begin{aligned} m(C) &= \sum P_\lambda \bar{x}_\lambda \Delta \lambda \cdot (X) + \sum P_\lambda \bar{y}_\lambda \Delta \lambda \cdot (Y) \\ &\quad + \sum P_\lambda \bar{z}_\lambda \Delta \lambda \cdot (Z) \\ &= X(X) + Y(Y) + Z(Z) \end{aligned} \quad (10)$$

色度座標はもちろん

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{X}{X+Y+Z} \\ y &= \frac{Y}{X+Y+Z} \\ z &= \frac{Z}{X+Y+Z} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

で与えられる。CIEでは常数 $K_m (=680 \text{ lm/w})$ を介して試料光(C)の三刺激値X,Y,Zを次式で求めるように定めている。ただしここからはCIEの表現法にしたがって $\bar{x}_\lambda$ は $x(\lambda)$ ,  $y_\lambda$ は $y(\lambda)$ ,  $z_\lambda$ は $z(\lambda)$ と書くこととする。

$$\left. \begin{aligned} X &= K_m \int P(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y &= K_m \int P(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z &= K_m \int P(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

どんな試料光でもこのようにスペクトル三刺激値を用いて色座標を求めることができる。まことに有用な関数なのである。

### 4. 混同色線

ここまできたところで式(1)と式(12)とを比べてみていただきたい。両者はとてもよく似ていることに気がつくであろう。そしてこれら2つの式の間には密接な関係があるのである。考えてみれば両式が生れて出た源は視覚の同じ現象からであった。つまり等色の性質、全ての色は3つの原刺激を混ぜて再現できるという性質からスタートしたものであった。一方はそこから生理学的メカニズムを探索する方へ行き、他方は現象の数学的表現の方へ行った。一方は具体的であり他方は抽象的であると言ってもいいかもしれない。しかし源が同じなのであるから密接な関係のあることは当然であり、したがってより研究が進んだ測色学の式(12)の結果を、いわばまだプ

リミティヴな式 (1) の肉づけに活用する事は全く健康的であると言えよう。

さて式 (12) を式 (1) に照らしながら生理学的に解釈してみると次のようになる。スペクトル三刺激値  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  は受容器の分光感度に相当する。試料光  $P(\lambda)$  の三刺激値  $X, Y, Z$  は受容器に生じた反応に相当する。

しかし  $\bar{x}(\lambda) \rightarrow \bar{g}_1(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda) \rightarrow \bar{g}_2(\lambda)$  などとなる保証はなく、スペクトル三刺激値の導入の過程から考えると両者の間には要するに線形関係が成り立っておりさえすればよい。つまり

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_1(\lambda) &= a_{11}\bar{x}(\lambda) + a_{12}\bar{y}(\lambda) + a_{13}\bar{z}(\lambda) \\ \bar{g}_2(\lambda) &= a_{21}\bar{x}(\lambda) + a_{22}\bar{y}(\lambda) + a_{23}\bar{z}(\lambda) \\ \bar{g}_3(\lambda) &= a_{31}\bar{x}(\lambda) + a_{32}\bar{y}(\lambda) + a_{33}\bar{z}(\lambda) \end{aligned} \right\} (13)$$

である。となると問題は 9 つの係数  $a_{ij}$  を如何に決定するかということであり、ここで今度は色覚論が登場してくることになる。すなわち色覚異常者の混同色線の活用である。

式 (1) において  $G_1$  は各受容器の反応であったが、それぞれが単独で反応した場合に知覚される色を考え、それらを色度図上にプロットしてみよう。いま仮りにそれらを図 6 のように表わすと、任意の色 (C) の色度図上での位置は  $G_1, G_2, G_3$  の反応の大きさの関係で定って

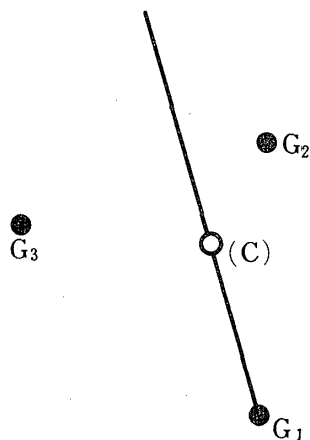


図 6 混同色線の説明図

ることになる。ところがもしここで  $G_1$  という受容器が欠損しているとすると色 (C) の色相は残る 2 つの受容器  $G_2, G_3$  の反応の関係だけで定ってしまい、それなら C 点と  $G_1$  点を結ぶ直線上の色は全て同じ条件つまりは同じ色相になってしまうはずである。

こんなことが実際にあるかということ、それがあるのであり、周知の色覚異常者の混同色線である。Pitt や Wright の求めたものが有名であるが、ここでは Judd らがまとめたものを示しておく。図 7 の一番上のものが第一色覚異常のもの、中央が第二色覚異常のもの、そして一番下が第三色覚異常のもので、どれにおいても混同色線は一点に収束している。それぞれ  $G_1, G_2, G_3$  に相当するものと考えることができよう。この収束点の色を基本色と呼んでいるが、もちろん我々が知覚することのできる

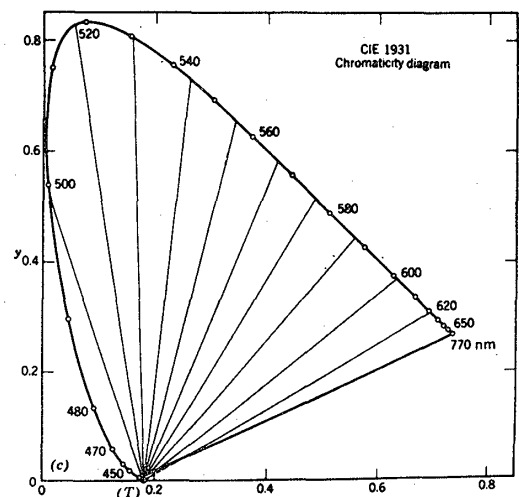
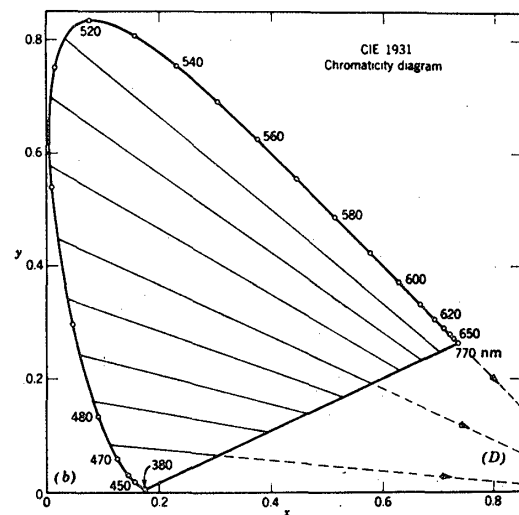
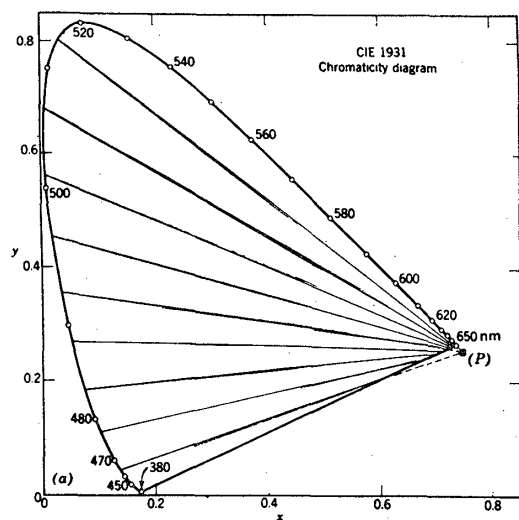


図 7 色覚異常者の混同色線

色であるとは限らない。図 7 から見る限りそれらはむしろ未体験の色と言ってよいように思える。

このように基本色の存在が確かめられたところで図 3 を振り返ってみると、この図上で定めた  $X, Y, Z$  の各点を基本色の位置にもってくれば新しいスペクトル三刺激値が得られるが、これこそ受容器の本当の分光感度  $g_1$

を与えるものとなるはずである。言い換えると式 (13) の  $a_{ij}$  が決定されたと言うことになる。ただ基本色の座標がそれ程しっかりと確立されたとは言えず、そのため研究者によってどの座標を採用するか好みの差がでてきて、幾つかの分光感度あるいは基本感覚曲線が発表されている。よく知られているものの  $a_{ij}$  として次の三つを掲げておきたい。それぞれスペクトル三刺激値とこれらの係数、ならびに式(13)を用いて計算を行ない基本感覚曲線を求めてみられるとよからう。

Judd のもの

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.460 & 1.359 & 0.103 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pitt のもの

$$\begin{pmatrix} 0.606 & 0.516 & -0.122 \\ -0.466 & 1.375 & 0.090 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Friele のもの

$$\begin{pmatrix} 0.51178 & 0.59811 & -1.10988 \\ -0.50915 & 1.40979 & 0.09936 \\ 0 & 0 & 1.00000 \end{pmatrix}$$

このうちJuddのものを図8に示しておく。またThomson Wrightらのものも最近ではよく引用されるのでそれを図9に示しておく。

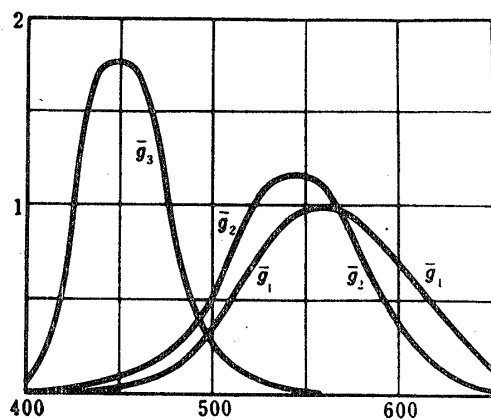


図8 JuddのもつめたKönig型の基本感覚曲線

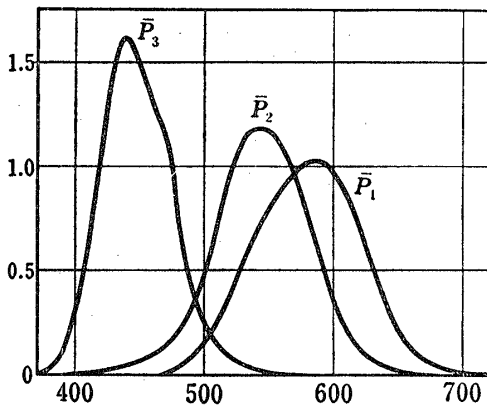


図9 Thomson-Wrightの基本感覚曲線

これらの基本感覚曲線のうち本当に視覚系に備っているのはどれなのか。いまだ確立のされないところであるが、そのためには基本感覚曲線を直接に測る手法を持っている生理学の発展を待たなければならないであろう。色覚論と測色学の協力はまことにうまくいったのであり、両者は今互に談笑しながら生理学者の成果を今やおそしと待っているといったところであろう。

#### 参考文献

- D.B. Judd and G. Wyszecki, *Color in Business, Science and Industry*, Wiley (1975).  
 L.C. Thomson and W. D. Wright, *J. Opt. Soc. Am.*, **43**, 890 (1953).  
 Y. Le Grand, *Light, Colour and Vision*, Chapman and Hall (1968)