等色関数と観測者メタメリズム
Color Matching Function and Observer Metamerism

納谷嘉信　　側垣博明　　高浜幸太郎
Y. Nayatani　　H. Sobagaki　　K. Takahama
電子技術総合研究所　大阪支所

<u>まえがき</u>　観測者メタメリズムは観測者の違いによる条件等色のくずれを意味する。これは観測者間の等色関数の差異により生ずる。観測者メタメリズムは、標準観測者に対して条件等色を成すサンプル対が正常観測者の集団によって見られるとき生ずる平均的な等色のくずれを示す色差で評価できる。この評価のため、Stilesの20人の観測者[1]を用いる方法が提案されている。[2]　しかしながら、この方法は計算労力が多く、それで、より少ない数の観測者で正常観測者の集団を代表する方法が考えられた。Allen[3]により提案された標準偏差観測者は1人の偏差観測者で正常観測者の変動を表わすことを意図するものであった。その後、Strocka[4]は現実に得られた68対の条件等色サンプルを用いて研究を行ない、そして偏差観測者は1名だけでは不十分であり、2名を要することを述べた。

筆者らは、正常観測者の変動の次元について別のアプローチを試みた。

<u>解析</u>　用いたデータはStilesの20人の等色関数であり、これに特異値分解の手法を適用した。

まず、$\Delta\bar{x}^{(i)}(\lambda), \Delta\bar{y}^{(i)}(\lambda), \Delta\bar{z}^{(i)}(\lambda)$ $(i=1,2,\cdots,20)$ を個々の等色関数の，平均等色関数からの偏差とし、次の20×93行列を構成する。

$$[m_{p\lambda}] = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdots\cdots & m_{1,93} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{20,1} & \cdots\cdots & m_{20,93} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \Delta\bar{x}^{(1)}(400),\cdots,\Delta\bar{x}^{(1)}(700),\Delta\bar{y}^{(1)}(400),\cdots\cdots,\Delta\bar{z}^{(1)}(700) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Delta\bar{x}^{(20)}(400),\cdots,\Delta\bar{x}^{(20)}(700),\Delta\bar{y}^{(20)}(400),\cdots\cdots,\Delta\bar{z}^{(20)}(700) \end{bmatrix}$$

そのとき、行列の特異値分解の定理により，$m_{p\lambda}$ は次のように分解できる。

$$m_{p\lambda} = \sum_{i=1}^{20} \sqrt{\mu^{(i)}}\,\xi_p^{(i)}\eta_\lambda^{(i)} \quad \begin{pmatrix} p=1,2,\cdots,20 \\ \lambda=1,2,\cdots,93 \end{pmatrix} \cdots (1)$$

ここで $\mu^{(i)}$ $(i=1,2,\cdots,20)$ は20×20行列 $[a_{pq}]$ $(a_{pq} = \sum_\lambda m_{p\lambda}m_{q\lambda})$ の固有値であり，いずれも正である。これらは，$\mu^{(1)} \geq \mu^{(2)} \geq \cdots \geq \mu^{(20)}$ のように大きい順に並べられているとする。$\xi_p^{(i)}$ は20次元ベクトル $\vec{\xi}^{(i)} = (\xi_1^{(i)},\cdots,\xi_{20}^{(i)})$ の p 要素であり、$\vec{\xi}^{(i)}$ は行列 $[a_{pq}]$ の固有ベクトルで、正規直交系を形成する。$\eta_\lambda^{(i)}$ は

$$\eta_\lambda^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{\mu^{(i)}}}\sum_{q=1}^{20} m_{q\lambda}\xi_q^{(i)} \quad (\lambda=1,2,\cdots,93)$$

で与えられ，$\sum_\lambda \eta_\lambda^{(i)}\eta_\lambda^{(j)} = \delta_{ij}$ を満足する。

偏差等色関数の全分散は $\sum_{p,\lambda}(m_{p\lambda})^2$ に比例し、そして $\sum_{p,\lambda}(m_{p\lambda})^2 = \sum_i \mu_i$ の関係がある。それゆえ，$\mu^{(i)}$ は，(1)式の展開における i 成分の，全変動における寄与を表わす。$\mu^{(i)}/\sum_i \mu^{(i)}$ は寄与率と呼ばれる。

<u>結果</u>　Stilesの20人の等色関数のデータに対する特異値分解の結果、各成分の寄与率は才1成分に対して56.4%，才2成分に対して17.8%，才3成分に対して10.5%，才4成分に対して5.4%と計算された。才4成分以下は寄与率が小さく、それゆえ、観測誤差と見なして差しつかえないかもしれない。成分の寄与は，才2成分までをとると、トータルで74.2%，才3成分までをとると84.7%となる。これから，正常観測者間の変動は、才3成分までをとることにより、ほぼ代表できると思われる。こうして，

$$m_{p\lambda} \approx \sqrt{\mu^{(1)}}\,\xi_p^{(1)}\eta_\lambda^{(1)} + \sqrt{\mu^{(2)}}\,\xi_p^{(2)}\eta_\lambda^{(2)} + \sqrt{\mu^{(3)}}\,\xi_p^{(3)}\eta_\lambda^{(3)}$$

図1は、才1成分に対する偏差関数 η_λ を図示したものである。比較のため、図2にAllen

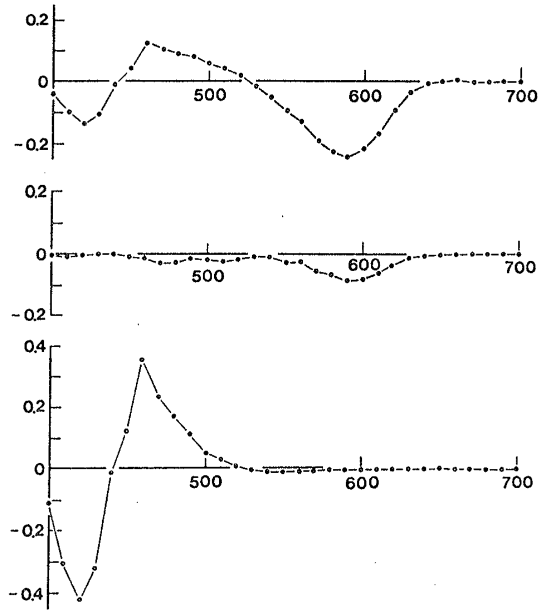

図1. $\eta_\lambda^{(1)}$のプロット。上の図は$\eta_1^{(1)},\cdots,\eta_{31}^{(1)}$,中の図は$\eta_{32}^{(1)},\cdots,\eta_{62}^{(1)}$,下の図は$\eta_{63}^{(1)},\cdots,\eta_{93}^{(1)}$のプロットであり,それぞれ$\bar{x}(\lambda)$,$\bar{y}(\lambda)$,$\bar{z}(\lambda)$に対応する基準化された偏差曲線である。

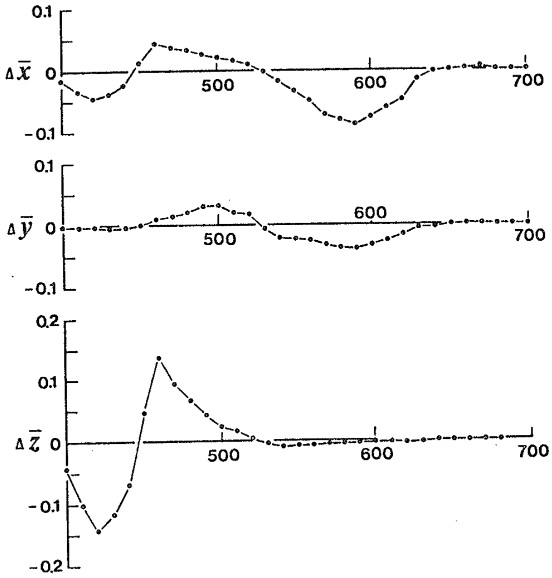

図2. Allenの標準偏差観測者の偏差曲線

による標準偏差観測者に対する偏差関数を示す。両関数はよく類似しており、これから第1成分がAllenの標準偏差観測者を表わしていることが判明する。

結論 上記の解析の結果から、次の結論が下せよう。正常観測者の等色関数の変動は、3種の偏差関数で代表することができる。Allenの標準偏差観測者は、最大寄与の偏差関数に対応する。しかし、その寄与率は56%であり、それのみで観測者間の変動を表わすには、十分ではない。

参考文献

(1) Wyszecki & Stiles: Color Science, Wiley (1967) pp.430−434.
(2) Wyszecki: Textile Chemist & Colorist 1 (1969) 47.
(3) Allen: Tag.-Ber. Intern. Farbtagung Color 69, Stockholm (1969) 771.
(4) Strocka: Color 73, Adam Hilger (1973) 432.