

論文

PCCS トーン, PCCS 三属性値, およびマンセル三属性値間の数学的関係

Mathematical Relation among PCCS Tones, PCCS Color Attributes
and Munsell Color Attributes小林 光夫
吉識 香代子

Mituo Kobayasi

Kayoko Yosiki

電気通信大学

電気通信大学

The University of Electro-Communications

The University of Electro-Communications

Abstract

PCCS (Practical Color Co-ordinate System) is a color order system with a concept of "tone", which is useful and practical for color design and color education. However, the usage of PCCS is restricted because relations among PCCS and other color spaces are not clearly defined and the number of color patches in the PCCS color atlas is limited.

The color specification value of PCCS is defined by three color attributes: hue, lightness and saturation. Correspondence between color attributes of Munsell and those of PCCS for a representative color of each tone is given in a table. This paper describes that an analysis of the data of all representative colors of tones leads to a simple and a practical mathematical relation between PCCS and Munsell. According to the relation, an efficient PCCS-Munsell conversion algorithm is devised. Furthermore, a tone coordinate system, independent of hue, is proposed, which enables a straightforward computation of a tone coordinate from an arbitrary PCCS three color attributes.

The mutual transformation among Munsell color attributes, PCCS color attributes, and PCCS tones will increase the applicability of PCCS.

keywords: tone coordinates, transformation of color values, PCCS color attributes, Munsell color attributes

要 旨

PCCS(Practical Color Co-ordinate System)は、色彩調和を考慮した表色系である。PCCSは、色相、明度、彩度という三属性による色表現のほかに、配色に有用な“トーン”の概念をもっている点に特色がある。しかし、PCCSのトーンと三属性値との対応は、いくつかのトーン代表色でしか与えられていないし、他の表色系との関連も明確でない。また、PCCSの色票集は色票の数が少ない。これらの理由で、PCCS利用の範囲は狭められている。

われわれは、PCCSの各トーン代表色におけるPCCS三属性値とマンセル三属性値の関係を分析したところ、PCCS-マンセル間の簡明な数学的関係を見出すことができた。また、この関係を利用し、相互表色値変換のアルゴリズムを構成した。さらに、トーンを表わす色相に依らない座標系を、PCCS三属性値からの簡単な線形変換という形で、構成することができた。

この結果、任意のマンセル表色値に対し、PCCS三属性値およびPCCSトーンを計算することが可能となり、PCCSの利用範囲の拡大が期待される。

キーワード: トーン座標系, 表色値変換, PCCS三属性値, マンセル三属性値

1. はじめに

PCCS (Practical Color Coordinate System) は、色彩調和の表現を主目的とした表色系であり、日本では色彩教育の分野で広く利用されている。色相(hue)、明度(lightness)、彩度(saturation)の三属性による色空間の上に、配色に有用なヒュー・トーンシステムが構築されている。

しかし PCCS は、色票の数が少ないこと、他の表色系との関係が希薄なこと、および PCCS の特長であるトーンと PCCS の三属性値との対応が、トーンの代表色(約 200 色)でしか与えられていないことなどから、利用の範囲が限られている。

松家らは、PCCS の発展と改良を目指し、PCCS 彩度とマンセル三属性値との関係を調べ、標準化を試みた[1]。また、各トーンの明度特性について論じた[2]。

われわれは、松家らの分析[1]にならって検討を進めたところ、PCCS 彩度とマンセル三属性値間の簡明な数学的関係を見出し、それをを用いた PCCS-マンセル間の表色値変換プログラムを開発した[3]。

本論文では、その後の検討により洗練された PCCS-マンセル間の関係を述べ、その応用としての PCCS-マンセル相互表色値変換の簡明なアルゴリズムと精密なアルゴリズムを示す。さらに、PCCS トーンと PCCS 三属性値との関係を表わす一つの座標変換を示す。これにより、PCCS トーン、PCCS 三属性値、マンセル三属性値が相互に結びつけられることになり、利用範囲の拡大が期待できよう。

2. PCCS と分析のための参照データ

2.1 PCCS の概要

PCCS の色空間は、色相 h 、明度 l 、彩度 s を、それぞれ円周方向、軸方向、半径方向の座標とする円柱座標 (h, l, s) によって構成される(図 1)。そして色相ごとに、実用に便利なトーンが明度と彩度に関連づけられている。

色相は、一周を約数の多い 24 とし配色の便を計り、心理四原色と残像補色を基に、 $h = 2$ を赤、 $h = 8$ を黄などとして色相尺度を構成している。明度は、マンセル明度と同一の尺度を用いており、実在色票の白を $l = 9.5$ 、黒を $l = 1.5$ としている。彩度は、顔料で実現できる最もさえた色を $s = 9$ 、無彩色を $s = 0$ とし、心理的等歩度性を保つように尺度を構成している。詳細は、PCCS ハーモニックカラーチャート 201-L[4](以降 201L と略す)の解説書を参照されたい。

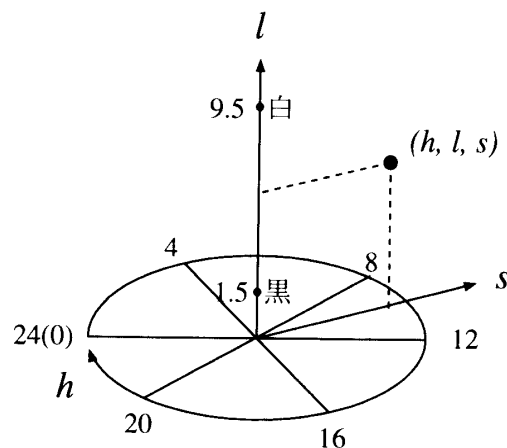


図 1 PCCS 色空間

201L には、有彩色 192 色、無彩色 9 色、計 201 色の色票が収録されており、各色票の PCCS 三属性値 (h, l, s) 、およびマンセル三属性値 (H, V, C) が記載されている。

201L の色票の色は、各トーンを代表する色である。これをトーン代表色とよぶことにする。有彩色のトーンは表 1 に示すように 12 種あるが、pale トーンと light トーンのトーン代表色は、実用的観点から 2 色ずつ選ばれているので、トーン代表色としては 14 種あることになる。各トーン代表色の彩度は色相によらず同じであるが、明度は色相によって異なることに注意する。

2.2 分析のための参照データについて

PCCS とマンセルの関係を知るための基準とするべき資料は、幾度かの改訂を経た PCCS の最新版である 201L が適当であろう。しかし 201L に収録されているデータは、マンセル明度 V 、マンセルクロマ C とともに 0.5 刻みであり、詳細な検討を行うための参照データとしては、少々粗い。

松家らは、201L 作成時の原案である“割り出し図”を基に、PCCS 色空間の格子点(全 2844 点)に対するマンセル三属性値を定め、“PCCS 基準値”とした[5]。ここに、割り出し図とは、PCCS の偶数色相ごとに、マンセルの $C-V$ 面上にトーン代表色をプロットし、それを基に、 $s = 1, 2, \dots, 10$ における彩度一定の線すなわち等 s 線を、フリーハンドで描いたものである[1, Fig.1]。また、格子点に対するマンセル三属性値は、偶数色相に対しては、割り出し図から等 s 線と等 V 線の交点の C 値を 0.1 刻みで読み取ったものであり、奇数色相に対しては、読み取った値から補間により得たものである。松家らの分析[1]では、これらの基準値のうち偶数

表1 トーンの代表色の彩度 s と明度 l (201L[4]より)

トーン名	代表色の略号	s	l											
			$h=2$	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
pale	p	2	8.5	8.5	9.0	9.0	9.0	8.5	8.5	8.5	8.0	8.0	8.0	8.5
	p+	3	8.0	8.0	8.5	9.0	8.5	8.0	8.0	8.0	7.5	7.5	7.5	8.0
light grayish	ltg	2	7.0	7.0	7.5	7.5	7.5	7.0	7.0	7.0	6.5	6.5	6.5	7.0
grayish	g	2	4.0	4.0	4.5	4.5	4.5	4.0	4.0	4.0	3.5	3.5	3.5	4.0
dark grayish	dkg	2	2.0	2.0	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	1.5	1.5	1.5	2.0
light	lt	5	7.5	8.0	8.5	9.0	8.5	8.0	7.5	7.0	6.5	6.5	6.5	7.0
	lt+	6	7.0	7.5	8.0	8.5	8.0	7.5	7.0	6.5	6.0	6.0	6.0	6.5
soft	sf	5	6.0	6.5	7.0	7.5	7.0	6.5	6.0	5.5	5.0	5.0	5.0	5.5
dull	d	5	4.5	5.0	5.5	6.0	5.5	5.0	4.5	4.0	3.5	3.5	3.5	4.0
dark	dk	5	2.5	3.0	3.5	4.0	3.5	3.0	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	2.5
bright	b	8	6.0	6.5	7.5	8.5	7.5	6.5	6.0	5.5	5.0	5.0	5.0	5.5
strong	s	8	4.5	5.0	6.5	7.5	6.5	5.0	4.5	4.0	3.5	3.5	3.5	4.0
deep	dp	8	3.5	4.0	5.0	6.0	5.0	4.0	3.5	3.0	2.5	2.5	2.5	3.0
vivid	v	9	4.5	5.5	7.0	8.0	7.0	5.5	4.5	4.0	3.5	3.5	3.5	4.0

(vivid と bright の代表色の明度は、奇数色相についても定義されているが、省略した。)

色相のものを扱い、奇数色相のものは分析対象から除外している。

割り出し図に描かれた等 s 線は、測定値を表しているわけではない。信頼できるのは、松家らが見出した等 s 線の数学的性質、および各トーン代表色の (C, V) 値であろう。そこで本論文では、文献[5]の基準値のうち、12の偶数色相における14種のトーン代表色のデータ計168個のみを、分析のための参照データとして採用する。以後、“参照データ”と言え、この168個のデータのことを指す。

3. PCCS 三属性値とマンセル三属性値の関係

PCCS 色相は、マンセル色相のみに依存しており、他の属性とは無関係である。一方、PCCS 彩度は、マンセルクロマ、マンセル明度、およびマンセル色相に依存する。本節では、トーン代表色のマンセル三属性値および等 s 線の数学的性質をもとに、PCCS とマンセルの彩度間および色相間の数学的関係を見出す。なお

前節でふれたように、PCCS 明度とマンセル明度は同一尺度を用いており、これらの関係は自明なので、考察対象から省く。

3.1 等色相面における PCCS 彩度とマンセルクロマの関係

松家らの観察結果[1]によると、PCCS の色相を固定したとき、マンセルの $C-V$ 面上に描かれた等 s 線の性質は、次のように要約される。

- 1° 等 s 線のマンセルクロマ C は、高明度側でほぼ一定である。vivid トーンと同じ明度付近から低明度に至り、 C は減少する。
- 2° 一定の明度においては、 s が増すにつれ C も増加する。また、その増分も、 s が増すにつれ増加する。
- 3° 上記の s に対する C の増加の割合は、どの明度においても同じである。

文献 [1]では、等 s 線のマンセルクロマ C を V に関

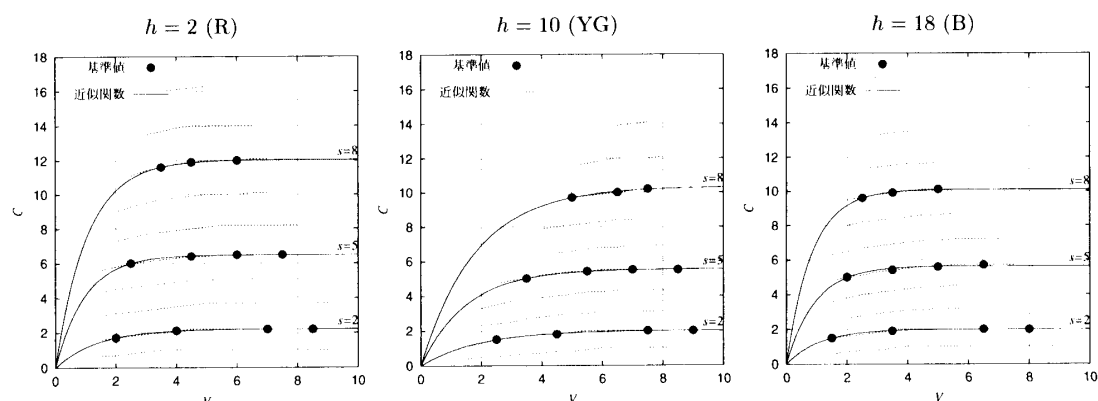


図2 等 s 線の近似(実線が近似式(1)、点線が文献[5]の基準値を結んだもの、●印があてはめに用いたデータを表す)

する多項式を用いて表しているが、そうすると C が高明度側で低下することになり、性質 1 に抵触する。われわれは、等 s 線のマンセルクロマ C を、やはり簡単な初等関数である指数関数を用いて表すことにし、

$$C = c_0(1 - e^{-\gamma V}) \quad (1)$$

を仮定する。

じっさい、式(1)を参照データにあてはめたところ、いずれの色相においてもきわめてよい結果が得られた。結果の一部 $h=2(R), 10(YG), 18(B)$ の例を、図2に示す。実線が近似式(1)、点線が文献 [5] の基準値を結んだもの、●印があてはめに用いた参照データを表す。

近似式のあてはめには、非線形最小二乗法の著名な解法である Marquardt-Levenberg アルゴリズム [6] を用いた。本論文における近似式のあてはめは、とくに断らないかぎり、すべて Marquardt-Levenberg アルゴリズムによる。

c_0 および γ は、 s および h に依存するパラメタである。以下の節では、これらのパラメタの s あるいは h に対する依存性を検討する。

3.1.1 パラメタ γ の構造

上のあてはめで得られたパラメタ γ の値を、PCCS 色相 h に対してプロットすると、図3のようになる ($h=0$ は $h=24$ と同色相を表す)。 γ は、もちろん h の周期関数となるが、いずれの s に対しても似たような変化を示している。式(1)の指数関数の性質から、マンセルクロマに対する γ の影響はそれほど小さくなく、とくに V が大きいときは γ の影響は小さいと考えられる。そこで γ を、(s に依らない) h のみの周期関数

$$\tilde{\gamma}(h) = 0.81 - 0.24 \sin\left(\frac{h - 2.6}{12} \pi\right) \quad (2)$$

で近似することにする(図3の実線)。

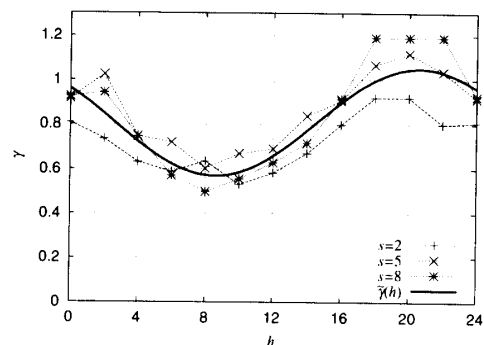


図3 色相 h に対する γ とその近似関数 $\gamma(h)$

3.1.2 パラメタ c_0 の構造

式(2)の γ の代わりに $\tilde{\gamma}(h)$ を用い、式(1)を再び参照データにあてはめ、そのとき得られたパラメタ c_0 の値を s に対してプロットすると、たとえば図4の+印のようになる。図4は色相 $h=2, 10, 18$ の例であるが、他の色相についても同様の形状を示す。

各色相において、 c_0 と s の関係は、0次の項を欠いた s の3次多項式

$$c_0 = a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 \quad (3)$$

により、きわめてよく近似されることがわかった。各 h に対する係数 a_1, a_2, a_3 の値を表2に示す。また、 $h=2, 10, 18$ の場合の近似式(3)を、図4に実線で示す。

表2 3次多項式(3)の係数

h	a_1	a_2	a_3
2	1.042805	0.046437	0.001607
4	1.079160	0.025470	0.003052
6	1.039472	0.054749	-0.000511
8	0.925185	0.050245	0.000953
10	0.968557	0.012537	0.003375
12	1.070433	-0.047359	0.007385
14	1.087030	-0.051075	0.006526
16	1.089652	-0.050206	0.006056
18	0.880861	0.060300	-0.001280
20	0.897326	0.053912	-0.000860
22	0.887834	0.055086	-0.000847
24	0.853642	0.084379	-0.002798

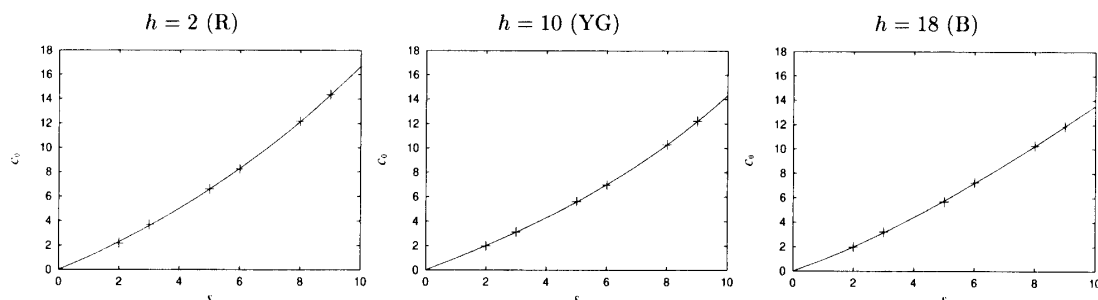


図4 s と c_0 の関係およびその近似3次多項式

ところで、このようにして定めた式(3)は、各トーンの V および s に対する C の値を、参照データにできるだけよくあわせるように決めたものである。しかし、参照データそのものも、彩度 s に関しては厳密な値というわけではないようである[7,p.260]。そこで、数学的構造のより明解な関係式を見出すことを試みる。

式(1)の c_0 の値を、表3に示すvividトーンの代表色のマンセルクロマ C_{vivid} で正規化してみると¹、 s に対する c_0/C_{vivid} の値は、どの色相についてもほぼ同じとなる。(文献[1]にも同様の分析と結果が示されている。)

一方、色相 h に対する C_{vivid} の値は、図5の●印のように変化する。そこで、 C_{vivid} を h の周期関数²

$$\tilde{C}(h) = 12 + 1.7 \sin\left(\frac{h + 2.2}{12} \pi\right) \quad (4)$$

で近似し(図5の実線)、 s と $c_0/\tilde{C}(h)$ の関係をプロットすると図6が得られた。 $c_0/\tilde{C}(h)$ は、 s が大きくなるにつれ若干ばらつくものの、 s のなめらかな単調増加関数で表せそうである。 $c_0/\tilde{C}(h)$ に対し s の2次式をあてはめると

$$c_0/\tilde{C}(h) = 0.077s + 0.0040s^2 \quad (5)$$

が得られた。図6の実線が、この関数を表している。

表3 vividトーンの代表色のマンセルクロマ C_{vivid}
(基準値第1版 [5]より)

h	C_{vivid}	h	C_{vivid}
2	14.0	14	10.1
4	13.8	16	9.9
6	13.3	18	11.5
8	13.0	20	11.5
10	12.0	22	11.5
12	10.9	24	12.3

¹ vividトーンを基準にしたのは、細野によるPCCS彩度設定の基本方針[8,9]が、“できるだけ高彩度の色を $s=9$ に揃えて彩度段階を定める”としていることによる。

² 文献[1]では5次式をあてはめており、周期性が考慮されていない。

以上をまとめると、 c_0 は近似的に、色相 h の周期関数 $\tilde{C}(h)$ と彩度 s の2次式との積として、

$$c_0 = \tilde{C}(h) \cdot (0.077s + 0.0040s^2) \quad (6)$$

のように表される。

3.1.3 近似式のあてはめの程度

式(1)において、 γ を式(2)でおきかえ、 c_0 として式(6)を採用したときの近似の程度を見る。色相ごとに等 s 線を、参照データとともにマンセルの C - V 面に描いた。図7に、 $h = 2, 10, 18$ の例を示す。曲線が近似関数、黒丸(●印)が参照データである。また、図には201Lの値(□印)と文献[1]の計算値(×印)も同時に示してある。

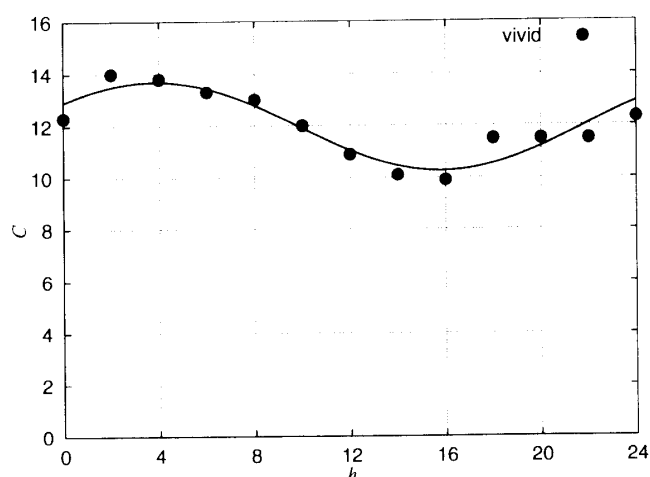


図5 色相 h に対する C_{vivid} (●印) と近似関数 $\tilde{C}(h)$

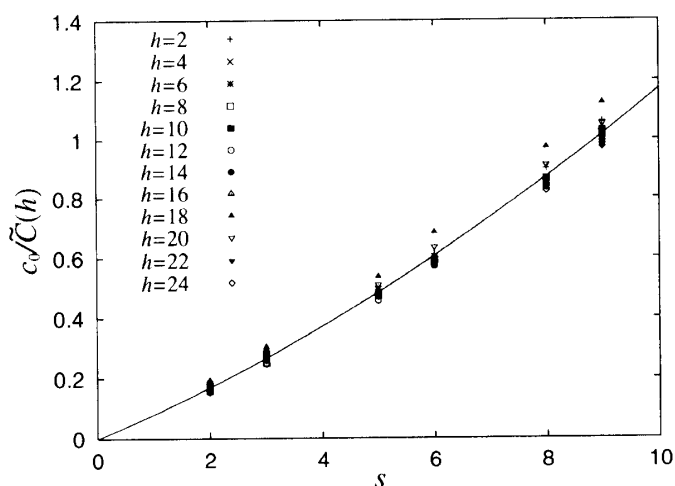


図6 彩度 s に対する $c_0/\tilde{C}(h)$ の計算値およびその近似関数(5)

各色相について近似の程度を観察したところ、どの色相も概ねよく近似しているが、とくに色相 $h = 6$ (yO), 8 (Y), 10 (YG)あたりはよく、逆に、 $h = 18$ (B), 19 (pB), 23 (rP), 24 (RP)では、参照データ(偶数色相)あるいは201L(奇数色相)との差が大きかった。この結果を文献[1]の結果と比較すると、近似のよい色相、悪い色相、および近似の程度はよく似ていた。

色相 $h = 18, 19, 23, 24$ で近似が悪くなるのは、これらの色相で $\tilde{C}(h)$ と C_{vivid} の差が大きく、 c_0 に対する式(6)のあてはめが悪いことに起因している(図5および図6参照)。もちろん c_0 の計算を表2および式(3)にもとづき精密に行なえば、より近似を良くすることは可能

である(図8)。しかし、PCCSがもともとトーン代表色の三属性値を厳密に規定したものではないことを考慮すると、初等関数で表わされる式(6)を用いるほうが、PCCS彩度の数学的構造を明確にする上で望ましい。

3.2 PCCS 色相とマンセル色相の関係

PCCS色相 h とマンセル色相 H の対応は、表4のように与えられている[4]。これをグラフに表すと、図9(a)の●印のようになる。ここに、マンセル色相は10RP(=0R)を $H = 0$ とし、1周を100としている($H = 0$ は $H = 100$ と同色相)。

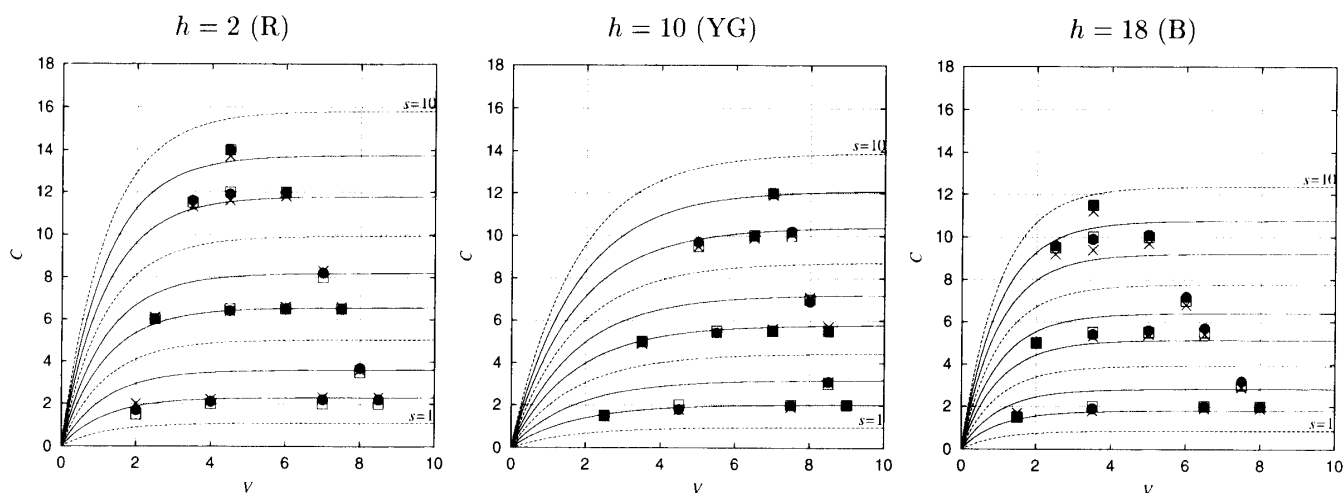


図7 式(1)の γ および c_0 にそれぞれ式(2)および式(6)を用いたときの等 s 線の近似
(曲線が近似関数、●印が参照データ、□印が201Lの値、×印が文献[1]による計算値を表す。)

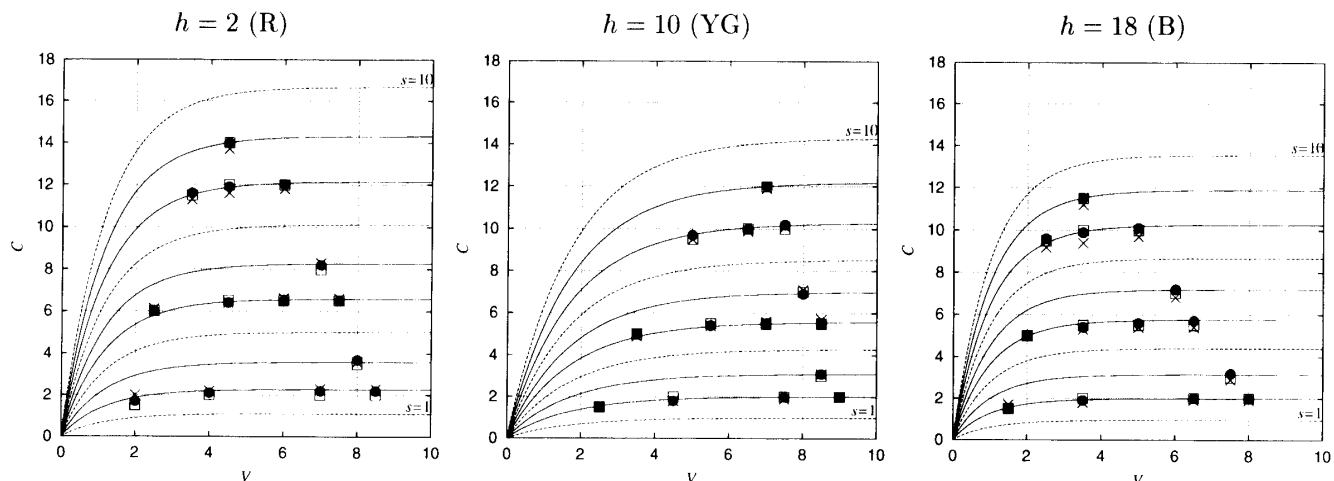


図8 式(1)の γ および c_0 にそれぞれ式(2)および表2と式(3)を用いたときの等 s 線の近似
(曲線が近似関数、●印が参照データ、□印が201Lの値、×印が文献[1]による計算値を表す。)

h と H の関係は、色相の周期性から、周期関数で表すのが適切である。図9(a)をみると、 h に対応する H の値は、直線(図9(a)の点線)

$$H = \frac{h-1}{24} \times 100 \quad (7)$$

に近い。 h に対し、 H とこの直線(7)との差をプロットすると図9(b)のようになる。そこで、この差 $H - \frac{h-1}{24} \times 100$ を、三角級数で近似することにする。3次の項までをとるとかなり誤差が小さくなり、 H は h の関数として次のように表せることがわかった(図9の実線)。

$$\begin{aligned} H = & (100/2\pi)x - 1.0 \\ & + 0.12 \cos(x) + 0.34 \cos(2x) + 0.40 \cos(3x) \quad (8) \\ & - 2.7 \sin(x) + 1.5 \sin(2x) - 0.40 \sin(3x). \end{aligned}$$

ここに、 $x = \frac{h-1}{12} \pi$ とおいた。

同様に、 h を H の関数として表すことにし、三角級数の3次の項までを用いて近似すると、次が得られる。

$$\begin{aligned} h = & (24/2\pi)y + 1 + 0.24 \\ & + 0.020 \cos(y) - 0.10 \cos(2y) - 0.11 \cos(3y) \quad (9) \\ & + 0.68 \sin(y) - 0.30 \sin(2y) + 0.013 \sin(3y). \end{aligned}$$

ここに、 $y = \frac{H}{50} \pi$ とおいた。

表4 PCCS色相 h とマンセル色相 H の対応(201L[4]より)

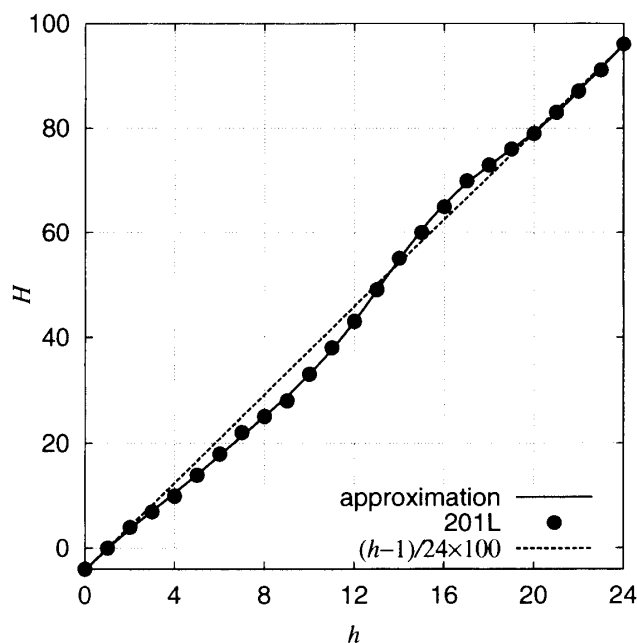
h	H	h	H
1 (1:pR)	0 (10RP)	13 (13:bG)	49 (9G)
2 (2:R)	4 (4R)	14 (14:BG)	55 (5BG)
3 (3:yR)	7 (7R)	15 (15:BG)	60 (10BG)
4 (4:rO)	10 (10R)	16 (16:gB)	65 (5B)
5 (5:O)	14 (4YR)	17 (17:B)	70 (10B)
6 (6:yO)	18 (8YR)	18 (18:B)	73 (3PB)
7 (7:rY)	22 (2Y)	19 (19:pB)	76 (6PB)
8 (8:Y)	25 (5Y)	20 (20:V)	79 (9PB)
9 (9:gY)	28 (8Y)	21 (21:bP)	83 (3P)
10 (10:YG)	33 (3GY)	22 (22:P)	87 (7P)
11 (11:yG)	38 (8GY)	23 (23:rP)	91 (1RP)
12 (12:G)	43 (3G)	24 (24:RP)	96 (6RP)

4. PCCS-マンセル間の相互表色値変換

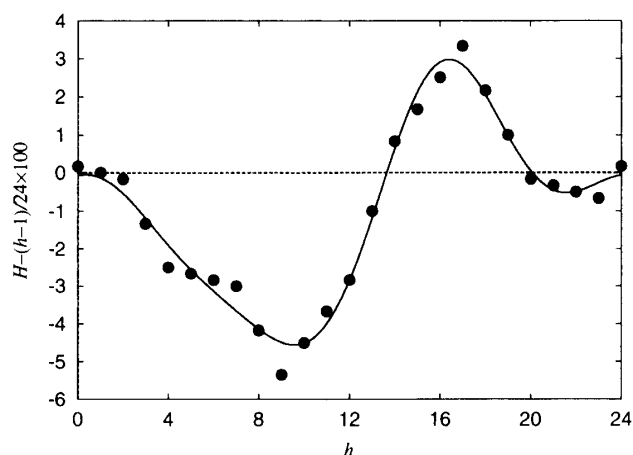
前節で得られた数学的関係を利用し、PCCS-マンセル間の相互表色値変換のアルゴリズムを構成する。アルゴリズムとして、できるだけ簡明な数式を用いた“簡明アルゴリズム”と、できるだけ参照データに合わせるべく精度を考慮した“精密アルゴリズム”の二つを示し、それぞれに対する誤差評価を示す。

4.1 簡明アルゴリズム

初等関数の範囲で表されるPCCS三属性値(h, l, s)とマンセル三属性値(H, V, C)の関係は、表色値変換アルゴリズムとして以下のようにまとめることができる。



(a) h に対する H のグラフ



(b) h に対する $H - (h-1)/24 \times 100$ のグラフ

図9 PCCS色相 h とマンセル色相 H の対応

(a) PCCS(h, l, s)→マンセル(H, V, C)簡明変換i) マンセル明度 V は PCCS 明度 l と同じ値とする:

$$V = l. \quad (10)$$

ii) マンセル色相 H を, 次により計算する:

$$x = \frac{h-1}{12}\pi \text{ とおく.}$$

$$H = (100/2\pi)x - 1.0 + 0.12 \cos(x) + 0.34 \cos(2x) + 0.40 \cos(3x) - 2.7 \sin(x) + 1.5 \sin(2x) - 0.40 \sin(3x). \quad (8)$$

とする.

iii) マンセルクロマ C を

$$C = \tilde{C}(h) \cdot (0.077s + 0.0040s^2)(1 - e^{-\tilde{\gamma}(h)l}) \quad (11)$$

により計算する.ここに,

$$\tilde{C}(h) = 12 + 1.7 \sin\left(\frac{h+2.2}{12}\pi\right), \quad (4)$$

$$\tilde{\gamma}(h) = 0.81 - 0.24 \sin\left(\frac{h-2.6}{12}\pi\right) \quad (2)$$

である.

(b) マンセル(H, V, C)→PCCS(h, l, s)簡明変換i) PCCS 明度 l は マンセル明度 V と同じ値とする:

$$l = V. \quad (12)$$

ii) PCCS 色相 h を, 次により計算する:

$$y = \frac{H}{50}\pi \text{ とおく.}$$

$$h = (24/2\pi)y + 1.24 + 0.020 \cos(y) - 0.10 \cos(2y) - 0.11 \cos(3y) + 0.68 \sin(y) - 0.30 \sin(2y) + 0.013 \sin(3y) \quad (9)$$

とする.

iii) PCCS 彩度 s を, s に関する 2 次方程式

$$0.0040s^2 + 0.077s = C/[\tilde{C}(h) \cdot (1 - e^{-\tilde{\gamma}(h)V})] \quad (13)$$

の正の解とする.ここに,

$$\tilde{C}(h) = 12 + 1.7 \sin\left(\frac{h+2.2}{12}\pi\right), \quad (4)$$

$$\tilde{\gamma}(h) = 0.81 - 0.24 \sin\left(\frac{h-2.6}{12}\pi\right) \quad (2)$$

である.

変換におけるデータの流れを, 図 10 に示す.

4.2 精密アルゴリズム

前節の簡明アルゴリズムは, マンセル色空間における PCCS の数学的な構造を利用したものであり, PCCS の理論的な扱いには十分であると思われるが, 単に変換結果を参照データにできるだけ合わせるこ

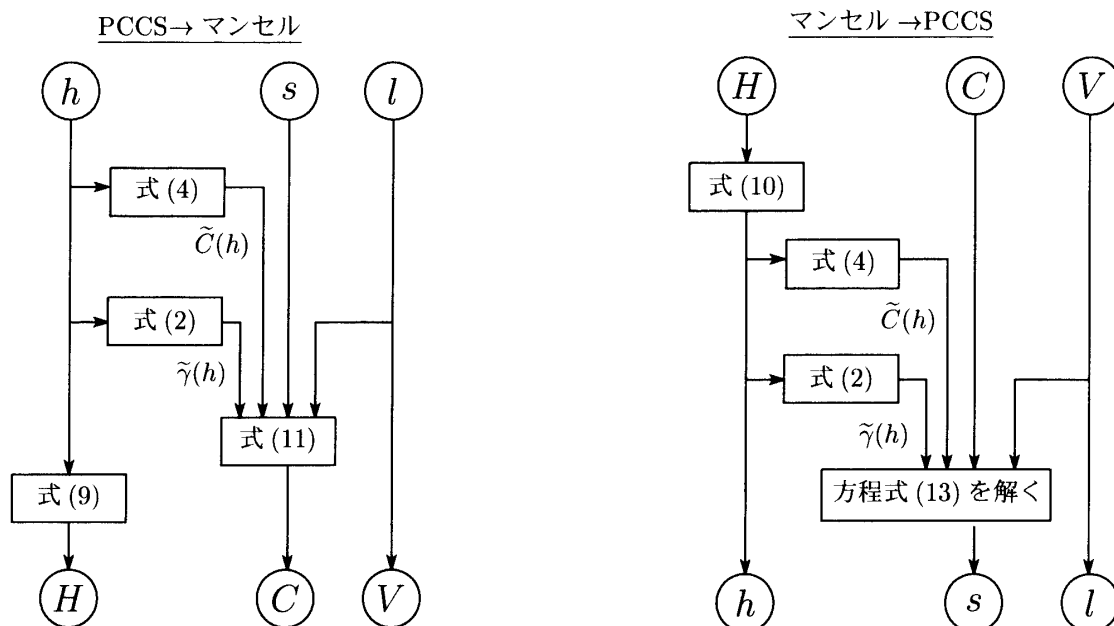


図 10 PCCS-マンセル相互表色値変換におけるデータの流れ

とを望む場合もあるであろう。

変換の誤差は、3.1.3節で述べたように、おもに c_0 に対する近似式のあてはめの精度に依存する。そこで、 c_0 の計算に表2および式(3)を用いることにし、変換精度の向上を計る。

また、色相間の変換も、表4を用いて表探索と補間により行なうことにすれば、やはり変換の精度は向上する。以下にそのアルゴリズムを示す。

(a) PCCS (h, l, s) → マンセル (H, V, C) 精密変換

i) マンセル明度 V は PCCS 明度 l と同じ値とする：

$$V = l. \quad (10)$$

ii) マンセル色相 H を、次により求める：

PCCS 色相 h を挟む二つの色相を h_1 および h_2 ($h_1 \leq h < h_2$) とする。 h_1, h_2 にそれぞれ対応する H_1, H_2 を、表4より求める。これらを線形補間して H を求める。

iii) マンセルクロマ C を、次により求める：

まず、 h_1, h_2 にそれぞれ対応する2組の係数 (a_1, a_2, a_3) を、表2より求める。これらを線形補間して、 h に対応する (a_1, a_2, a_3) を求める。

つぎに、

$$C = (a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s)(1 - e^{-\tilde{\gamma}(h)l}) \quad (14)$$

を計算する。ここに、

$$\tilde{\gamma}(h) = 0.81 - 0.24 \sin\left(\frac{h - 2.6}{12} \pi\right) \quad (2)$$

である。

(b) マンセル (H, V, C) → PCCS (h, l, s) 精密変換

i) PCCS 明度 l は マンセル明度 V と同じ値とする：

$$l = V. \quad (12)$$

ii) PCCS 色相 h を、次により求める：

まず、マンセル色相 H をキーとし、表4を探索し

て H を挟む色相 H_1 および H_2 ($H_1 \leq H < H_2$) を求める。つぎに、 H_1, H_2 にそれぞれ対応する h_1, h_2 を線形補間して h を求める。

iii) PCCS 彩度 s を、次により求める：

まず、ii) で求めた h_1, h_2 にそれぞれ対応する2組の係数 (a_1, a_2, a_3) を、表2より求める。これらを線形補間して h に対応する (a_1, a_2, a_3) を求める。つぎに、 s に関する3次方程式

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s = C / (1 - e^{-\tilde{\gamma}(h)V}) \quad (15)$$

を解き、 s を求める。ここに、

$$\tilde{\gamma}(h) = 0.81 - 0.24 \sin\left(\frac{h - 2.6}{12} \pi\right) \quad (2)$$

である。3次方程式(15)の解法には、Newton-Raphson 法が有効である。ただし、初期値のとり方に注意が必要である。たとえば簡明アルゴリズムを利用して s の2次方程式(13)の解を初期値とする。

4.3 変換の誤差

4.3.1 簡明アルゴリズムにおける誤差

簡明アルゴリズムによる表色値変換の精度を調べるために、まず参照データに対して、PCCS → マンセル変換およびマンセル → PCCS 変換を行ない、それぞれマンセルクロマ C および PCCS 彩度 s に含まれる誤差の根二乗平均 (rms) および最大値 (max) を調べた。色相については、表4の24の色相に対して相互変換を行ない、マンセル色相 H および PCCS 色相 h に含まれる誤差を調べた。

表5および表6に、それぞれ PCCS → マンセル変換およびマンセル → PCCS 変換の誤差を示す。色相の誤差については、 H あるいは h いずれにおいても max で約1%であり、実用上まったく問題ない。彩度の誤差については、 C においては max で約1.1、 s においては max で約0.8であり、実在する色票の彩度の最大値が C は8～14程度、 s は9程度であることを考慮すれば、やはり実用上さしつかえないレベルといえよう。

表5 PCCS → マンセル変換の誤差

	rms	max	対象データ
C	0.295	1.142	参照データ (168 個)
H	0.348(0.348 %)	0.866(0.866 %)	表 2(24 個)

表6 マンセル → PCCS 変換の誤差

	rms	max	対象データ
s	0.211	0.800	参照データ (168 個)
h	0.113(0.470 %)	0.242(1.010 %)	表 2(24 個)

PCCSの基準としては、一般には201L[4]が利用されている。そこでつぎに、201Lのデータとはどのくらいの差が生じるかを調べてみる。

表7 201LのCの値と変換結果の丸め値との差が1.0となる色

201L の値				変換結果の C 値	
h	l	s	C	計算値	丸め値
18(18:B)	5.0	8	10.0	9.158	9.0
18(18:B)	3.5	8	10.0	8.939	9.0
18(18:B)	2.5	8	9.5	8.457	8.5
18(18:B)	3.5	9	11.5	10.425	10.5
19(19:pB)	3.5	9	11.5	10.746	10.5
23(23:rP)	5.0	8	10.0	10.850	11.0
23(23:rP)	3.5	9	11.5	12.359	12.5

201Lに掲載されているCの値は0.5刻みである。われわれのアルゴリズムにより、PCCS三属性値から計算したCの値を0.5刻みに丸めた“丸め値”と、201Lの(奇数色相も含む)192個のCの値を比較したところ、一致したものが112個、0.5の差が73個、1.0の差が7個であった。差が1.0であった7個は、表7のとおりであり、いずれも c_0 に対する式6のあてはめの悪かった色相であることに注意する(3.4節参照)。

ところで、変換誤差には、近似式のあてはめに用いるデータの個数や、パラメタの有効桁数が影響を与えている可能性がある。これらの影響を調べるため、参照データとしてトーン代表色のデータ168個だけでなく、文献[5]の偶数色相のデータ1405個すべてを用い、さらにパラメタの有効数字を5桁までとして、式(2)および式(6)に相当する近似式を新たに求めてみた。このとき、1405個のデータに対し、PCCS三属性値から計算したCに含まれる誤差は、rmsで0.297, maxで1.378であった。一方、同じ1405個のデータに対し、もとの式(2)および式(6)を用いたとき(上記簡明アルゴリズムの(a)そのもの)の誤差はrmsで0.298, maxで1.551であり、rms誤差はほぼ同程度、max誤差でも約0.2の違いであることがわかった。このことから、Cに対するデータの個数およびパラメタの有効数字の影響は、非常に小さいといえる。

色相の対応についても、パラメタを5桁としたところ、PCCSの24色相に対し計算した H の誤差はrmsが0.348, maxが0.849であり、これも表5の結果と比べほとんど変化がない。

以上から、簡明アルゴリズムによる表色値変換では、近似式の構成に用いる参照データはトーン代表色の168個、パラメタの有効数字は2桁で十分であることがわかった。

4.3.2 精密アルゴリズムにおける誤差

精密変換のアルゴリズムを用いて、4.3.1 節と同様に、参照データ 168 個に対し色値変換を行なった。その結果、PCCS→マンセル変換による *C* に含まれる誤差は、rms で 0.078, max で 0.231 であった。また、マンセル→PCCS 変換による *s* に含まれる誤差は、rms が 0.062, max が 0.195 であった。平均・最大とも誤差は非常に小さく、簡明アルゴリズムの結果(表 5, 表 6)の約 1/4 程度であることが確かめられた。

なお、色相の変換は、表探索および補間によるため、表4にあるデータに対する変換では、誤差はもちろん0となる。

5. PCCS 三属性値と PCCS トーンの関係

PCCSでは、三属性値よりもヒュー・トーンのほうが、より多く利用されている。ところで各トーンは、色相によらず、図11のような相対的な位置関係にあることが、種々の文献に示されている[たとえば4,図1]。この図中の一点は一つのトーンに対応することから、この図はいわば“トーン座標系”を表している。横軸は彩度に、縦軸は相対的な明度に対応するのであろうが、PCCS三属性値とこのトーン座標の関係は不明である。

PCCSを活用するためには、PCCS三属性値からトーン座標への変換を定めることが重要となる。本節では、そのような意図で、一つのトーン座標系を構成する。

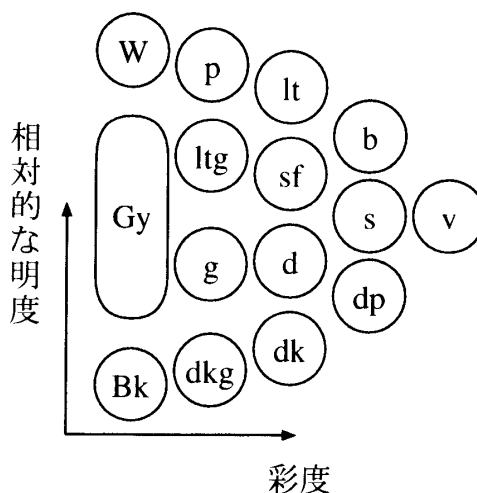


図 11 トーンの相対的位置関係

5.1 トーン座標系の構成

各トーン代表色の彩度 s は色相によらず一定であるが、明度 l は色相によって異なり、しかも s が大きいほどその違いは大きい(表 1 参照)。そこで、PCCS の等色相面 (s - l 面) 上で s は変えずに、 l のみ一様にずらす変換 (shear transformation)

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -m_h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ l \end{bmatrix} \quad (16)$$

を考える。 m_h は色相に依存するパラメタであるが、各トーン代表色の l から変換された t は、色相に依らず一定となるようにしたい。そうなれば、 (s, t) はトーンを表わす一つの“トーン座標”ということになる。 t はいわば相対明度を表す。以後 t のことを相対明度と呼ぶ。

変換のパラメタ m_h は、次のようにして定めることができる。

色相 h において、トーン代表色 r の (s, l) 値から変換 (16) によって定められる相対明度を $t_{r,h}$ と書く。また、トーン代表色 r の (色相に依存しない) 相対明度を $\bar{t}_r$ と書き、トーン代表色 r の基準相対明度と呼ぶ。さらに、トーン代表色 r の彩度 s と基準相対明度 $\bar{t}_r$ の組 $(s, \bar{t}_r)$ を、基準トーン座標と呼ぶことにする。

すべてのトーン代表色に対する $t_{r,h}$ ができるかぎり $\bar{t}_r$ に近くなるように、 $\bar{t}_r$ およびパラメタ m_h を選ぶことにする。すなわち、

$$\sum_{r,h} (\bar{t}_r - t_{r,h})^2 \rightarrow \min_{\bar{t}_r, m_h} \quad (17)$$

を解く。ここで総和 Σ は、すべてのトーン代表色 r およびその (s, l) 値が与えられているすべての色相 h についてとる。(vivid トーンと bright トーンについては $h = 1, 2, \dots, 24$ に対する (s, l) 値が与えられているが、その他のトーンについては $h = 2, 4, \dots, 24$ に対してのみ (s, l) 値が与えられていることに注意する。)

パラメタのうち一つは自由度があるため、 $\bar{t}_r$ および m_h のどれか一つをあらかじめ与えて式 (17) を解くことにする。われわれは、vivid の $\bar{t}_r$ を 5.5 とし解いたところ、得られたパラメタ m_h の値は図 12(a) の + 印のようになった。また、得られた各トーン代表色の基準トーン座標 $(s, \bar{t}_r)$ を、表 8 に示す。(rms 残差は 0.139, 最大残差は 0.316。)

パラメタ m_h と h の関係は、各トーンの l と h の関係

[2, など] によく似ている。ここで、変数変換

$$z = \sin \frac{h-2}{12} \pi \quad (18)$$

を行ない、 m_h を z に対してプロットすると、図 12(b) のようになる。これは z の関数

$$m(z) = 0.25 - 0.34\sqrt{1-z} \quad (19)$$

でよく近似される。 $m(z)$ 、および変数を z から h に戻した $m(\sin \frac{h-2}{12} \pi)$ を、それぞれ図 12 の (a) および (b) に、実線で示す。

以上をまとめると、トーン座標の相対明度 l は、PCCS 三属性値 (h, l, s) から

$$t = l - \left\{ 0.25 - 0.34\sqrt{1 - \sin\left(\frac{h-2}{12}\pi\right)} \right\} s \quad (20)$$

という簡単な変換により計算できることがわかる。

表 8 トーン代表色 r の基準トーン座標 $(s, \bar{t}_r)$

r	s	$\bar{t}_r$
p	2	8.6
p+	3	8.2
ltg	2	7.1
g	2	4.1
dkg	2	2.1
lt	5	7.8
lt+	6	7.3
sf	5	6.3
d	5	4.8
dk	5	3.0
b	8	6.6
s	8	5.2
dp	8	4.1
v	9	5.5

s - t 座標上に各トーン代表色をプロットすると、図 13 の + 印のようになる。図の × 印は、基準トーン座標を示している。 s - t 座標上で各トーンの領域を適当に (たとえば図 13 の点線のように) 定めておけば、三属性値 (h, l, s) を与えてその属するトーンを容易に求めることができる。

なお、久下らは、すべての色相における vivid トーンの相対明度を 5.5 とする変換を試みている [10]。全体のばらつきを最小にするわれわれの変換結果は、久下らの結果とよい一致を示した。

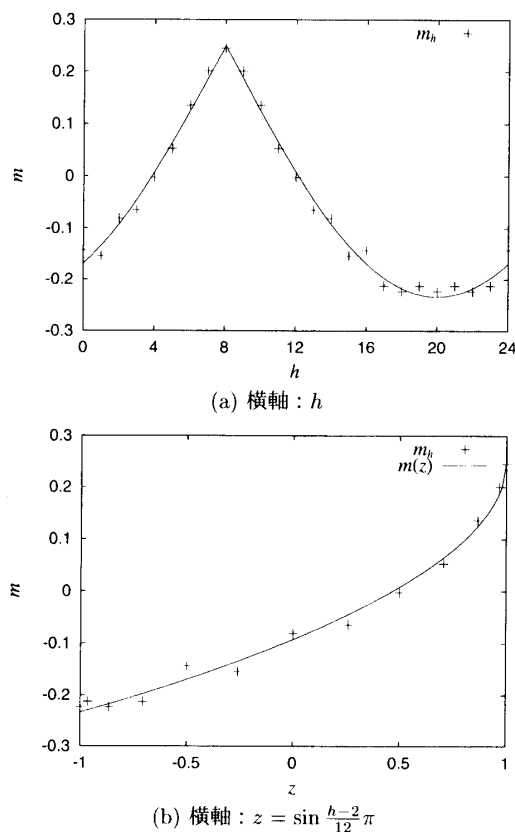


図 12 得られたパラメタ m_h (+ 印)とその近似関数 (19)(実線)

5.2 トーン座標の適用例

JIS 色名帳[11]の解説には、系統色名の色票の基準値(マンセル三属性値)が収録されている。この基準値を、マンセル-PCCS 簡明変換により PCCS 三属性値に変換し、さらにトーン座標(s, t)へ変換した結果を図 14 に示す。系統色名が同じ色は同じシンボルでプロットし、それらを囲む線のそばに、系統色名の略号(vp, pl など)を記した。また×印は、図 13 と同じく、基準トーン座標を表している。

図を見ると、同じ系統色名の色がまとまりよく配置されること、JIS の lg, mg, dg, vd は PCCS 彩度がほぼ 3 の系列であること、JIS の pl と PCCS の lt, JIS の dk と PCCS の dk, JIS の vv と PCCS の v に対応する色の範囲は似ていること、などがわかる。

このように、トーン座標を用いることにより、たとえば JIS 系統色名(トーン)と PCCS トーンとの比較が容易に行える。

6. おわりに

PCCS 三属性値とマンセル三属性値の関係を、初等関数により簡明に表すことができた。関数のあてはめ

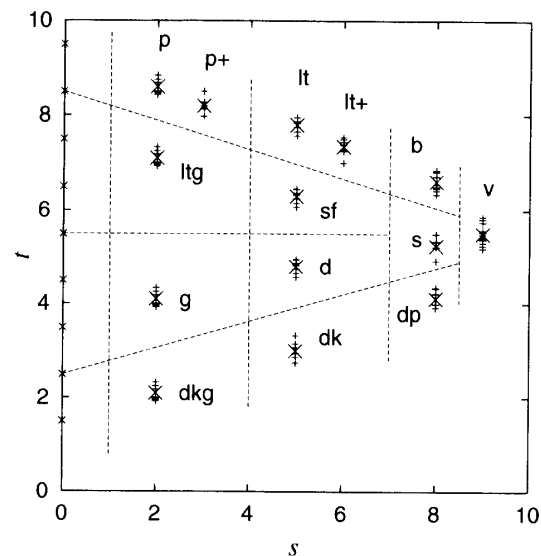


図 13 トーン代表色の分布(+ 印)と基準トーン座標 (×印)

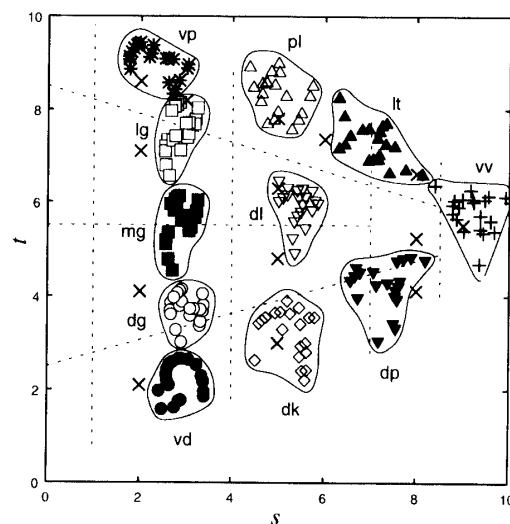


図 14 JIS 系統色名の基準値の分布

に用いるデータは、トーン代表色だけで十分であることがわかった。

また、色相に依らずにトーンを表すための一つの座標系を、PCCS 三属性値からの簡単な変換により構成した。これにより、マンセル三属性値から PCCS 三属性値を介して、PCCS トーンを求めることが可能となった。さらにマンセル色空間を介して、種々の色空間における表色値と PCCS トーンを結びつけることも可能となる。

色のものさしとしてのマンセル表色系と、色彩調和に重点をおいた PCCS は互いに補完するものといえるが、両者の間に数学的な結び付きを与えたことで、PCCS の活用範囲を広げることができる。

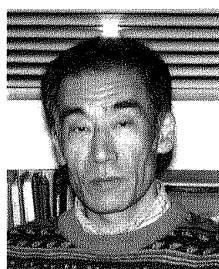
謝辞

広島女子大学の松家雄一先生(現:色彩活用研究所 サミュエル)には、種々の資料をご提供いただきました。また、有益な助言を賜りました。深く感謝致します。

参考文献

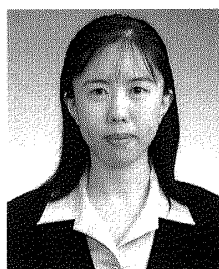
- [1] 松家雄一, 平井敏夫, 小林信治:PCCS Saturationの標準化, 色彩研究, Vol.39, No.1・2, pp.2-39 (1992).
- [2] 松家雄一:PCCS トーン系列の明度特性, 色彩研究, Vol.41, No.1, pp.13-26 (1994).
- [3] 小林光夫, 吉識香代子:PCCS-Munsell 間の相互色値変換, カラーフォーラム JAPAN'98 論文集, pp.5-8 (1998).
- [4] 日本色彩研究所:PCCS Harmonic Color Charts 201-L, 日本色研事業, 1991.
- [5] PCCS 基準値第1版, 日本色彩研究所, 1991(内部資料).
- [6] J.コワリック, M.R.オスボーン(山本善之, 小山健夫訳): 非線形最適化問題, 培風館, 1970.
- [7] 名取和幸:色彩調和研究からPCCSの誕生まで, 日本色彩学会誌, Vol.24, No.4, pp.251-261(2000).
- [8] 細野尚志:P.C.C.S.の骨子と系統色名の領域設定, 色彩研究, Vol.13, No.4, pp.73-81(1967).
- [9] 細野尚志:P.C.C.S.の明度と彩度の分割, 色彩研究, Vol.17, No.2, pp.30-40 (1970).
- [10] 久下靖征ほか:PCCS トーン系列色における共通要素, 日本色彩学会誌, Vol.23, No.1, pp.23-29 (1999).
- [11] JIS 色名帳, 日本規格協会, 1991.

著者紹介



こばやしみつお
小林光夫

1941年1月13日生
1966年東京大学大学院工学系研究科修了。博士(工学, 東京大学)。電気通信大学情報通信工学科教授。日本色彩学会, 情報処理学会, 日本応用数理学会, 他会員。



よしきかよこ
吉識香代子

1971年8月1日生
1996年電気通信大学大学院情報工学専攻修了。工学修士。現在, 電気通信大学情報通信工学科色彩情報学研究室に勤務。日本色彩学会会員。