

シリーズ解説 表色系 第7回

“均等色空間(Ⅱ) — CIELUV と色差 —”

Uniform Color Space (Ⅱ) — CIELUV / Color Difference —

小林光夫 KOBAYASI, Mituo 電気通信大学 The University of Electro-Communications

1. もう一つの均等色空間 CIELUV

前回の解説ですでに、XYZ色空間は均等でないことを知りましたが、xy色度平面は均等でしょうか。ここで、色度座標(x, y)を直交座標とする2次元の空間のことを、xy色度平面と呼ぶことにします。図1は、xy色度平面の均等性を調べるためにMacAdamが行なった有名な実験の結果です。各楕円の中心の色度をもつ基準色に対し、同じ輝度で色度のみ違う色を呈示し、基準色と等色させたのです。そのとき、基準色と同一に見えた色度の分布から偏差楕円¹を描いたものが図1です。この偏差楕円は、MacAdam楕円²と呼ばれています。(見やすいように楕円の寸法は10倍してあります。) MacAdam楕円の2倍だけ離れた色は、ほとんどの人が色の違いに気づきます。すなわち、色の弁別閾(just noticeable difference, しばしばjndと略されます)は、MacAdam楕円の半径の2倍の距離だというわけです。

この図を見てすぐ気づくのは、楕円の大きさが場

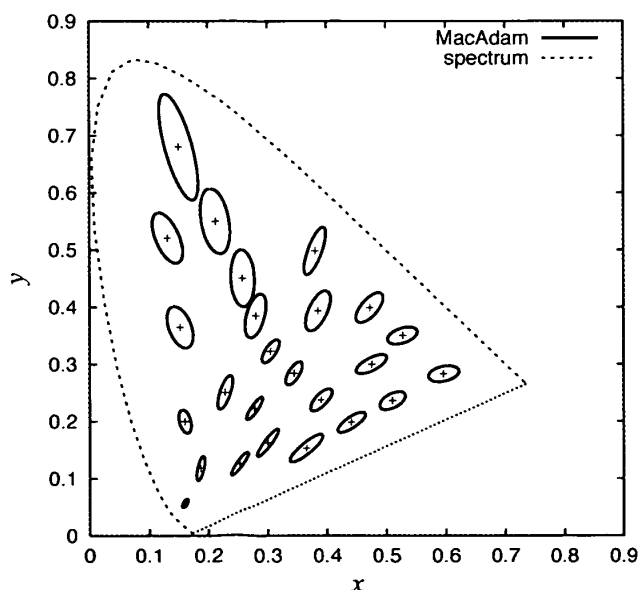


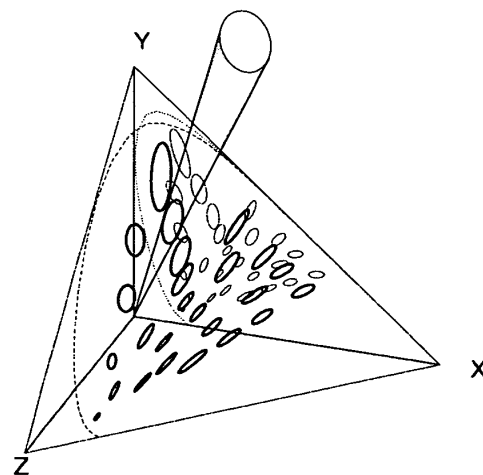
図1 xy色度平面上的MacAdam楕円

所によってすいぶん違うことです。縦長の楕円が多いことにも気づきます。もしxy色度平面が均等ならば、すべての偏差楕円は寸法が同じ円となるはずですが、図1は、明らかにxy色度平面が均等ではないことを示しています。

xy色度座標は、もともとXYZ色空間における単位平面と色ベクトルの交点の座標でした。色度座標として、別の平面と色ベクトルとの交点を考えることもできます。うまい平面をとることによって均等な色度平面が得られるかを考えてみましょう。

xy色度平面上のMacAdam楕円を単位平面 $X+Y+Z=1$ 上に移すと、図2のようになります。

XYZ色空間の原点(0,0,0)を頂点とし、この楕円を包む錐を考えると、xy色度座標がMacAdam楕円上にある色は、すべてこの錐上にきます。そこで、この錐を適当な平面でカットし、その切り口をXY平面に

図2 XYZ色空間の単位平面 $X+Y+Z=1$ 上のMacAdam楕円と楕円を包む錐の例

- 1 2次元の分布の主軸と副軸それぞれの方向の標準偏差を、各軸方向の半径とする楕円。この概念は高等学校の数学の範囲を越えています。詳しくは統計関係の書物をご覧ください。
- 2 MacAdam楕円に関するデータは、たとえば、G.Wyszecki and W.S.Stiles, Color Science, 2nd ed., Wiley, 1982, p.309にあります。

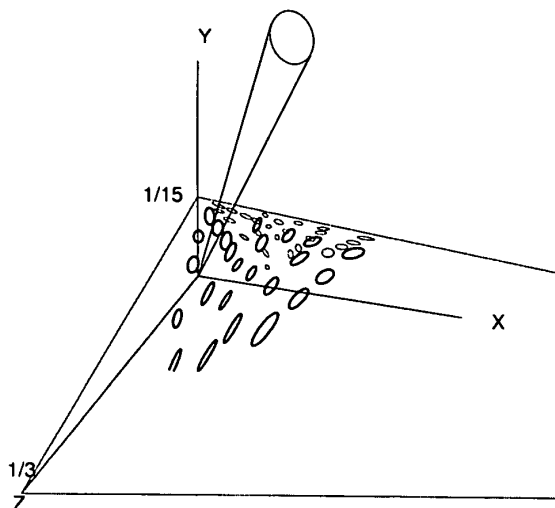


図3 XYZ色空間の平面 $X+15Y+3Z=1$ 上のMacAdam楕円と楕円を包む錐の例

射影したときにほぼ同じ寸法の円となれば、均等な色度平面が得られることになります。

いろいろな研究者がこのような平面を模索した結果、 $X+15Y+3Z=1$ という平面が候補にあがりました(図3)。単位平面の代わりに、この平面を用いると、点 (X, Y, Z) に対応する新しい色度座標は

$$x' = \frac{X}{X+15Y+3Z}, \quad y' = \frac{Y}{X+15Y+3Z}$$

となります。この式でMacAdam楕円を変換してみると、ほぼ同じ寸法の楕円が得られますが、若干寸法が小さく偏平になるので、尺度を調節し、まずは

$$u = \frac{4X}{X+15Y+3Z}, \quad v = \frac{6Y}{X+15Y+3Z}$$

という uv 色度座標が考案されました。その後 v の値を1.5倍したほうが均等性がさらによくなることがわかり、現在は

$$u' = \frac{4X}{X+15Y+3Z} (=u), \quad v' = \frac{9Y}{X+15Y+3Z} (=1.5v) \quad (1)$$

という $u'v'$ 色度座標がCIEによって定められています。 (u', v') はCIE1976 UCS色度座標とも呼ばれます。UCSとはuniform chromaticity scaleの略です。UCSは、均等色空間(uniform color space)の略記でもあることに、注意しておきます。

図4は、MacAdam楕円を $u'v'$ 色度図として示したものです。図1のMacAdam楕円に比べ、楕円の寸法と形状が改善されていることがわかるでしょう。

色の明暗成分を、 $L^*a^*b^*$ 色空間を作るときに用いた L^* で表わし、赤緑ないし黄青の反対色応答を表わ

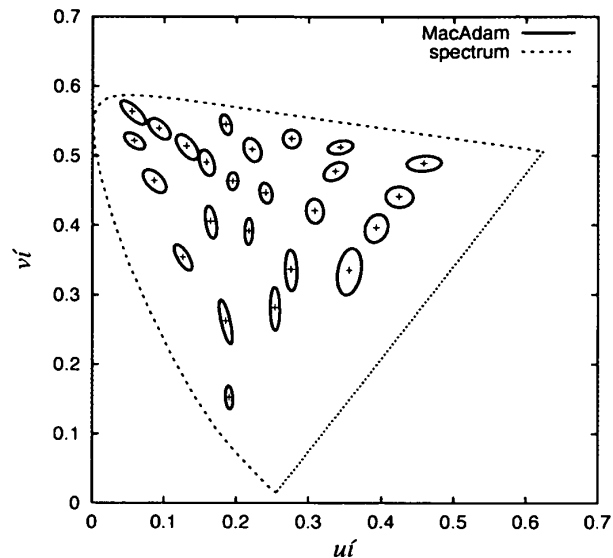


図4 $u'v'$ 色度平面上的MacAdam楕円

す色み成分を $u'v'$ 色度座標で表わすことにより、次に示す3次元の座標 (L^*, u^*, v^*) をもつ均等色空間を構成することができます。

$$\begin{aligned} L^* &= 116f(Y/Y_n) - 16, \\ u^* &= 13L^*(u' - u'_n), \\ v^* &= 13L^*(v' - v'_n). \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 f は

$$f(x) = \begin{cases} x^{1/3}, & x > 0.008856, \\ 7.787x + \frac{16}{116}, & 0 \leq x \leq 0.008856 \end{cases} \quad (3)$$

で与えられる関数(前回, p.81, 式(10)のものと同一)。 u' と v' は式(1)による値、 u'_n と v'_n はそれぞれ、理想の白の三刺激値 (X_n, Y_n, Z_n) に対して式(1)を適用して得られる $u'v'$ 色度座標

$$u'_n = \frac{4X_n}{X_n+15Y_n+3Z_n}, \quad v'_n = \frac{9Y_n}{X_n+15Y_n+3Z_n}$$

です。式(2)からわかるように、無彩色は $u^* = v^* = 0$ で表わされます。

式(2)によって定義される色空間は、 $L^*u^*v^*$ 色空間あるいはCIELUV色空間と呼ばれ、CIELABと同様に工業界でよく使われています。

CIELUV色空間も、CIELAB色空間の場合と同様に、円柱座標で表わすことができます。CIELUV色空間では、直交座標 (u^*, v^*) と極座標 (C^*, h) の間の関係は、

$$C^* = \sqrt{(u^*)^2 + (v^*)^2}, \quad h = \tan^{-1}(v^*/u^*) \quad (4)$$

あるいは

$$u^* = C^* \cos h, \quad v^* = C^* \sin h \quad (5)$$

で与えられます³。 C^* を(メトリック)彩度、 h を(メトリック)色相角と呼ぶことも、CIELABの場合と同様です。なお、 C^* や h がCIELAB色空間のものかCIELUV色空間のものかと区別するときは、それぞれ“ ab ”または“ uv ”を下付き添え字として、 C_{ab}^* , h_{ab} あるいは C_{uv}^* , h_{uv} のように書きます。 L^* はどちらの空間でも同じですので、添え字はつけません。

CIELUV色空間では、式(2)と式(4)から、

$$C^* = 13 \sqrt{(u' - u'_n)^2 + (v' - v'_n)^2} \cdot L^*$$

と書けますから、 $u'v'$ 色度座標が一定であれば彩度 C^* は明度 L^* に比例することになります。そして、その比例係数

$$s_{uv} = 13 \sqrt{(u' - u'_n)^2 + (v' - v'_n)^2} (= C^*/L^*) \quad (6)$$

は、飽和度(saturation)と呼ばれています。飽和度 s_{uv} が与えられれば、 L^* と s_{uv} から彩度は $C^* = s_{uv} \cdot L^*$ として求めることができるので、CIELUV色空間では、色の表わし方が (L^*, u^*, v^*) , (L^*, C_{uv}^*, h_{uv}) および (L^*, s_{uv}, h_{uv}) の三通りあります。なお、飽和度という量は、CIELAB色空間では考えません。

³ 逆正接関数 $\tan^{-1}$ の多値性については、前回 p.81 の脚注を参照のこと。

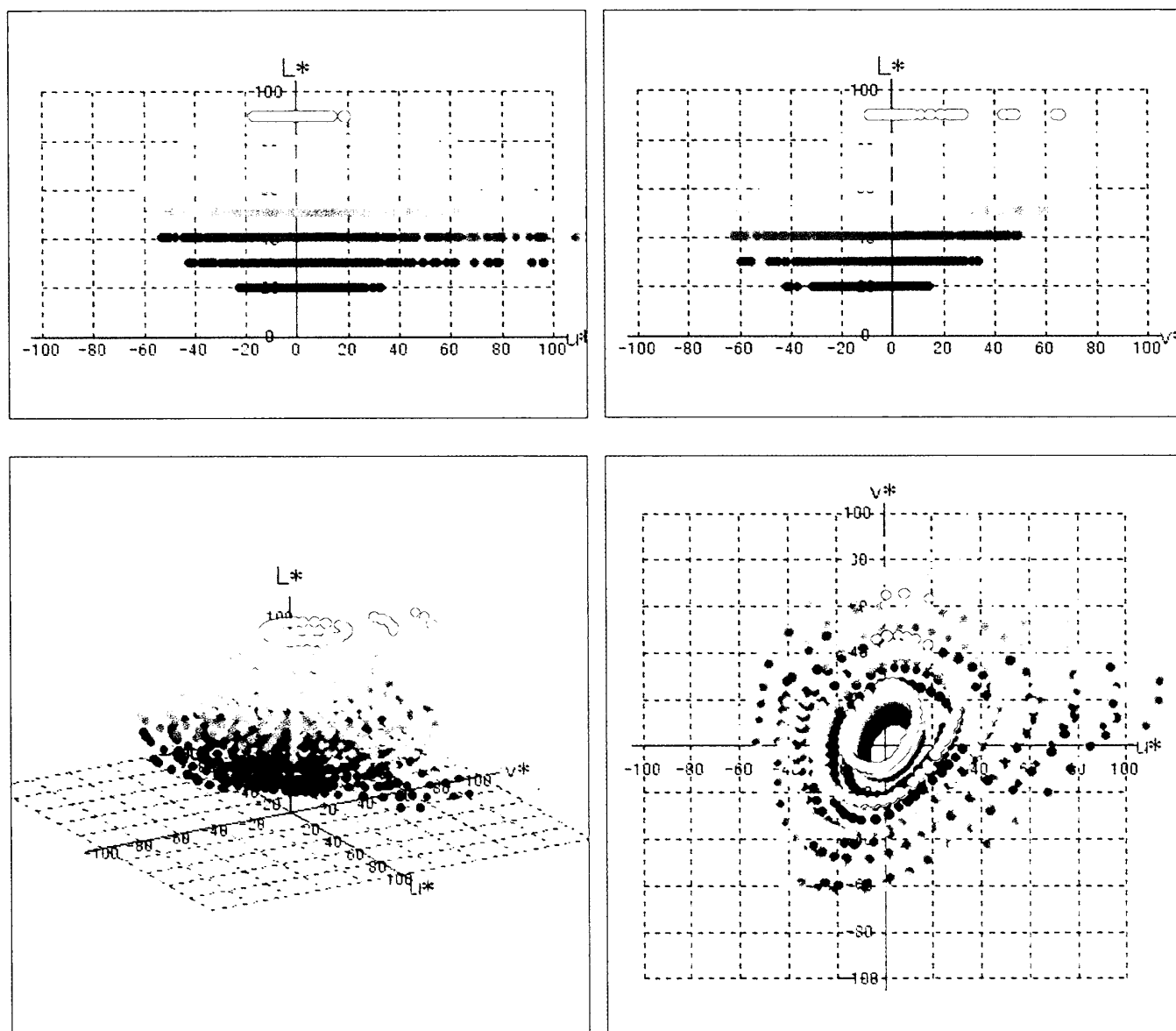


図5 CIELUV色空間におけるJIS色票の分析(立体図と3面図)

図5に、CIELUV色空間におけるJIS色票の分布を示します。前回p.82の図12、CIELAB色空間上の分布と見比べてください。

まず、色相の方向がCIELABとCIELUVでは少し違うことに気づきます。Munsellの色相5Yの色票は、CIELABではほぼ b^* 軸の正方向に位置するのに、CIELUVでは v^* 軸から右に(時計回りに)約 20° ずれた方向に位置します。他の色相についても、CIELUVではCIELABの方向からほぼ 20° くらいずれた方向にあることになります。

つぎに、分布の形状も若干違うことに気づきます。CIELABでは黄色のあたりがもっとも(メトリック)彩度が高く $C_{ab}^* = 100$ に達します。CIELUVでは黄色から赤にかけて一様に(メトリック)彩度が高く、 C_{uv}^* は120くらいになっています。他の色相についても、同じ色の彩度はCIELUVのほうがCIELABに比べ1.2倍程度大きいと言えます。

ここで、CIELUVの表色値(L^* , u^* , v^*)からXYZ三刺激値を求める逆変換を紹介しておきます。

まず、照明光の完全拡散反射面からの反射光の(理想の白の)三刺激値 X_n , Y_n , Z_n から、

$$\begin{aligned} u'_n &= \frac{4X_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n}, \quad v'_n = \frac{9Y_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n}, \\ u' &= \frac{u^*}{13L^*} + u'_n, \quad v' = \frac{v^*}{13L^*} + v'_n \end{aligned} \quad (7)$$

を求めます。

さらに、式(3)の関数 f の逆関数 g ：

$$g(y) = \begin{cases} y^3, & y > 0.206893, \\ \frac{1}{7.787} \left(y - \frac{16}{116} \right), & \frac{16}{116} \leq y \leq 0.206893 \end{cases} \quad (8)$$

を用いて、

$$Y = Y_n g\left(\frac{L^* + 16}{116}\right) \quad (9)$$

を計算します。式(7)の計算と式(9)の計算は、どちらを先にしてもかまいません。

さいごに、 Y と u' , v' を用いて

$$\begin{aligned} X &= \frac{9u'}{4v'} Y, \\ Z &= \frac{12 - 3u' - 20v'}{4v'} Y \end{aligned} \quad (10)$$

とします。

2. 色差の計算法

前回の話も含めて、これでMunsell, CIELABお

よびCIELUVという三つの均等色空間を知ったことになります。ここで、各色空間における色差の計算法を述べましょう。

2色間の色差は、均等色空間では2色を表わす各点間の(ユークリッド)距離で表わせるわけですが、CIELAB色空間およびCIELUV色空間はともに直交座標系で定められていますから、色差は以下に述べるように簡単に計算できます。

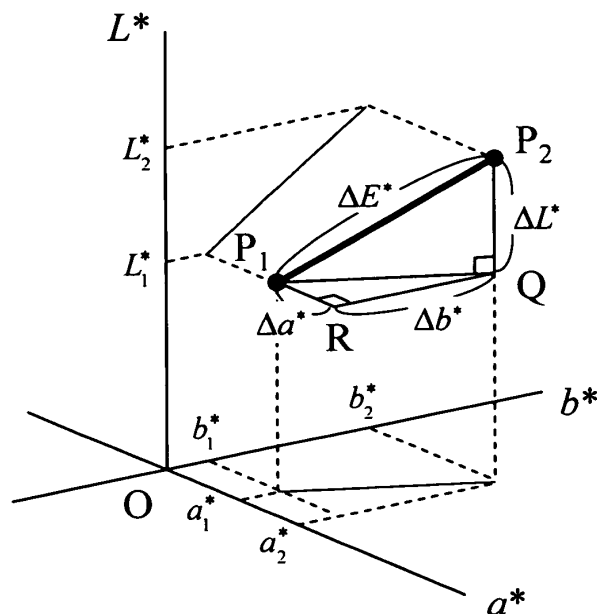


図6 全色差 ΔE^* と成分色差 ΔL^* , Δa^* , Δb^* の関係

図6をご覧ください。この図は、CIELAB色空間における2色 $P_1(L_1^*, a_1^*, b_1^*)$ および $P_2(L_2^*, a_2^*, b_2^*)$ の間の色差 ΔE^* が、それぞれの色の成分間の差

$$\begin{aligned} \Delta L^* &= L_2^* - L_1^*, \\ \Delta a^* &= a_2^* - a_1^*, \\ \Delta b^* &= b_2^* - b_1^* \end{aligned} \quad (11)$$

から構成されることを示しています。 ΔE^* は全色差、 ΔL^* , Δa^* , Δb^* は各軸方向の成分色差です。ピタゴラスの定理(三平方の定理ともいう)を二つの直角三角形 P_1P_2Q および P_1QR に適用すると、

$$\begin{aligned} (\Delta E^*)^2 &= P_1P_2^2 \\ &= P_1Q^2 + P_2Q^2 \\ &= P_1R^2 + RQ^2 + P_2Q^2 \\ &= (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2 + (\Delta L^*)^2 \end{aligned}$$

が成り立つことがわかります。これから

$$\Delta E^* = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2} \quad (12)$$

が得られます。式(11)および式(12)が全色差 ΔE^* を成分色差 ΔL^* , Δa^* , および Δb^* から計算する式です。

CIELUV 色空間における2色 $P_1(L_1^*, u_1^*, v_1^*)$ および $P_2(L_2^*, u_2^*, v_2^*)$ の間の色差も, CIELAB の場合とまったく同様に,

$$\begin{aligned}\Delta L^* &= L_2^* - L_1^*, \\ \Delta u^* &= u_2^* - u_1^*, \\ \Delta v^* &= v_2^* - v_1^*\end{aligned}\quad (13)$$

および

$$\Delta E^* = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2} \quad (14)$$

によって計算されます。式(12)および式(14)のどちらも全色差を ΔE^* という記号で表わしましたが, 区別するときには, CIELAB の場合は ΔE_{ab}^* , CIELUV の場合は ΔE_{uv}^* と書く習慣があります。

さて, CIELAB 色空間や CIELUV 色空間で, 色が円柱座標 (L^*, C^*, h) で表わされているときには, 色差はどのように表わされるでしょうか。色差の明度方向の成分は, 直交座標の場合と同じですから, a^*b^* 面ないし u^*v^* 面上の色差成分だけ考えることにします。図7に CIELAB の a^*b^* 面の場合を図示します。図6と見比べて考えてみてください。

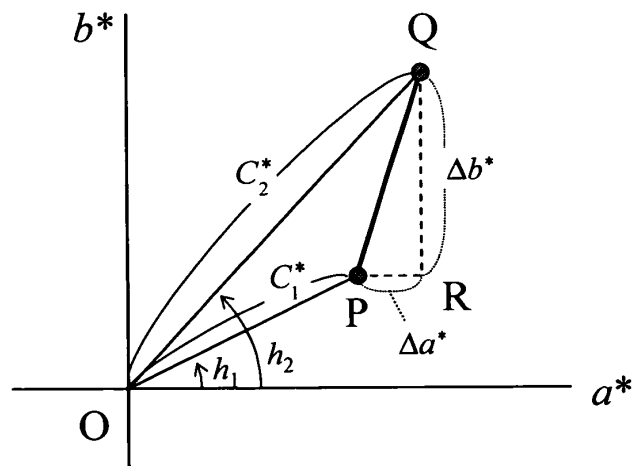


図7 a^*b^* 面上の2点P,Qの極座標成分と距離PQとの関係

二つの色の a^*b^* 成分が, 直交座標で $P(a_1^*, b_1^*)$ および $Q(a_2^*, b_2^*)$, 極座標で $P(C_1^*, h_1)$ および $Q(C_2^*, h_2)$ と表わされているとしますと,

$$\begin{aligned}PQ^2 &= (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2 \\ &= (a_2^* - a_1^*)^2 + (b_2^* - b_1^*)^2\end{aligned}\quad (15)$$

が成り立ちます。一方, 直交座標と極座標の間には,

$$\begin{aligned}a_1^* &= C_1^* \cos h_1, & b_1^* &= C_1^* \sin h_1, \\ a_2^* &= C_2^* \cos h_2, & b_2^* &= C_2^* \sin h_2\end{aligned}$$

が成り立ちますので, これを上式(15)に代入し変形すると,

$$\begin{aligned}PQ^2 &= (C_2^* - C_1^*)^2 + 4C_1^* C_2^* \sin^2 \frac{h_2 - h_1}{2} \\ &= (\Delta C^*)^2 + (\Delta H^*)^2\end{aligned}\quad (16)$$

が得られます。ここに

$$\begin{aligned}\Delta C^* &= C_2^* - C_1^*, \\ \Delta H^* &= 2\sqrt{C_1^* C_2^*} \sin \frac{\Delta h}{2}, \\ \Delta h &= h_2 - h_1\end{aligned}\quad (17)$$

とおきました。式(16)に色差の明度成分 ΔL^* の項を付け加えると, 全色差は

$$\Delta E^* = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta C^*)^2 + (\Delta H^*)^2} \quad (18)$$

のように表わせます。これが色差の円柱座標系における表現です。

式(16)あるいは式(18)における ΔH^* は, 色差の色相に關与する部分という意味で, “色相差(hue difference)”と呼ばれます。色相角の差(difference of hue angle) Δh とは意味が違いますので, 混同しないように注意が必要です。

これで, 円柱座標によって定められた色空間における色差の表現が可能となりましたので, 同じ円柱座標によって定められている Munsell 色空間における色差の計算式を一つあげておきます。

Godloveによりますと, 明度差の1単位は, 知覚的には彩度差の4単位分に相当するとされており, そのことを考慮して, 次のような色差式が作られています。

$$\Delta E_{\text{Godlove}} = \sqrt{(4\Delta V)^2 + (\Delta C)^2 + 4C_1 C_2 \sin^2 \left(\frac{\Delta H}{100} \pi \right)} \quad (19)$$

ここに, $\Delta V, \Delta C, \Delta H$ は, 2色間のそれぞれ明度 V , 彩度 C , 色相 H の差を表わしています。色相 H は1周を100とする単位で測る(前回p.73参照)ことから, 式(19)の右辺の $\sin$ のかっこの中は $\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H}{100} \cdot 2\pi \right) = \frac{\Delta H}{100} \pi$ となっています。なお, この ΔH は色相の差であり, 色相差の ΔH^* とはまったく意味の違うことに注意しておきます。

さいごに, 2色間の色差の計算例を表1に示します。

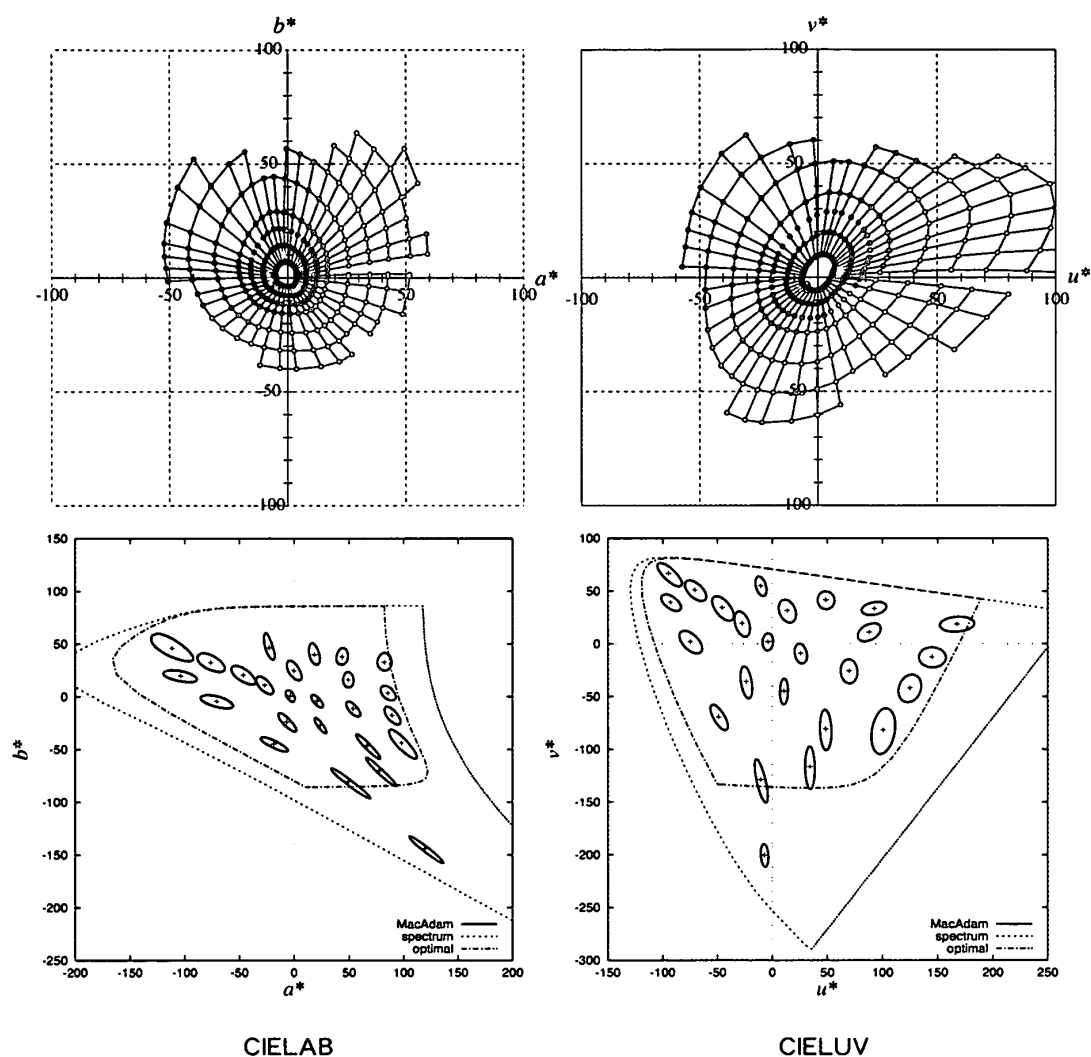
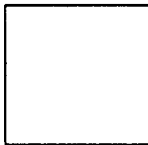
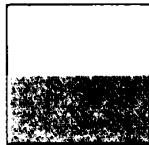
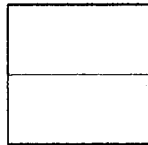
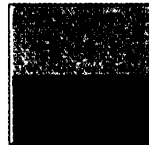
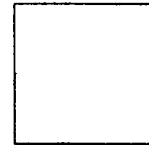


図8 CIELABとCIELUVにおけるMunsellの $V=5$ の等 C 線・等 H 線(上段)とMacAdam楕円(下段)

表1 2色間の色差の計算例

2色の Munsell 値							
	N 6	5Y 8/8	5R 6/10	5P 8/2	5BG 6/8	5YR 8/8	5YR 6/6
	N 5	5Y 8/12	5G 6/10	5P 6/6	5PB 4/8	5R 8/6	5Y 8/10
ΔL^*	-10.04	0.00	0.00	-19.48	-20.31	0.00	19.48
Δa^*	0.00	0.44	-91.68	13.68	42.53	3.09	-20.06
Δb^*	0.00	28.35	-5.25	-13.61	-27.54	-29.39	40.47
ΔC_{ab}^*	0.00	28.28	8.96	19.27	-5.69	-20.42	36.75
ΔH_{ab}^*	0.00	-2.15	38.29	0.90	44.28	-21.36	95.51
ΔE_{ab}^*	10.04	28.36	91.83	27.42	54.59	29.55	49.19
Δu^*	0.00	9.28	-132.82	8.40	32.67	-13.59	-12.97
Δv^*	0.00	20.14	10.27	-23.34	-46.80	-37.75	47.72
ΔC_{uv}^*	0.00	22.07	-16.66	24.79	2.54	-31.55	33.37
ΔH_{uv}^*	0.00	-2.18	53.96	0.90	-57.02	-24.78	36.49
ΔE_{uv}^*	10.04	22.18	133.22	31.54	60.58	40.12	53.15

3. CIELAB と CIELUV の比較

Munsell 色空間の知覚的等歩度性と色弁別に関する MacAdam 楕円は、それぞれ CIELAB 色空間および CIELUV 色空間の均等性を確保するために使われましたが、あらためて、CIELAB および CIELUV 双方の色空間の均等性を比較してみましょう。

図8の上段は、JIS 色票の $V = 5$ における等 C 線 ($C=1,2,3,4,6,8,\dots$) と等 H 線 (40 色相) を、CIELAB 色空間の a^*b^* 面および CIELUV 色空間の u^*v^* 面上にプロットしたものです。下段は、MacAdam 楕円を $L^*=50$ として、やはり a^*b^* 面および u^*v^* 面上にプロットしたものです。最明色軌跡および単色光軌跡もやはり $L^*=50$ として同時にプロットしてあります。

CIELAB 色空間では CIELUV 色空間と比べ、JIS 色票の等 H 色がより直線性のよい放射線を、等 C 色がより円に近い閉曲線を描いているのがわかります。一方 MacAdam 楕円については、CIELUV 色空間は CIELAB 色空間に比べ楕円の形状および寸法がそろっていることがわかります。このように、均等性の良し悪しは、各色空間を構成する際に用いたデータによっていますので、これだけの比較ではどちらの方が良いとはいえないでしょう。

こんどは、CIELAB 色空間と CIELUV 色空間とがどのくらい似ているかあるいは似ていないかを、見てみましょう。

はじめに、最明色の軌跡を CIELAB および CIELUV 色空間に描いてみます。照明光を C 光とし、 $L^*=10, 20, \dots, 90$ の断面をプロットした図を図9に示します。CIELUV 上の軌跡は、 L^* が小さいところでは三角形に似た形、大きいところは四角形に似た

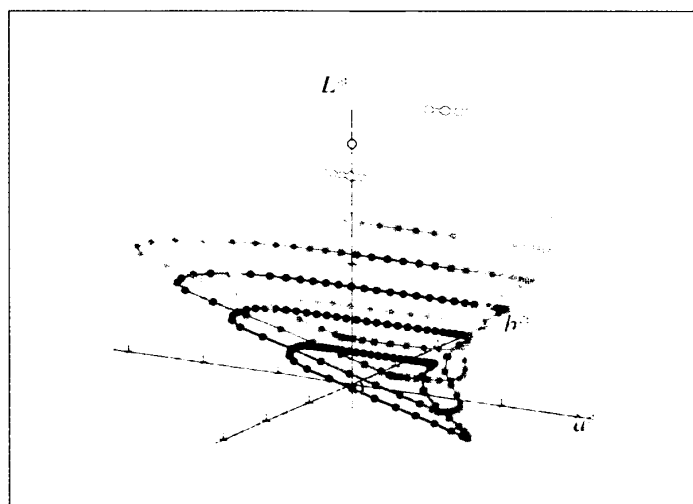
形で、中間部がふくらんだボールのような形状をしています。一方、CIELAB 上の軌跡は、 L^* が小さいところでは紫方向に突出部がありゆがんだ形状をしていることがわかります。

つぎに、CIELAB と CIELUV の一方の色空間における立方格子あるいは円柱格子が他方の色空間でどう表わされるかを見ることにします。このためには、次に示すように、一方の空間における表色値を、いったん XYZ 三刺激値に変換したあと、他方の色空間における表色値に変換する必要が生じます。これらの表色値変換は、照明光(下の完全拡散反射面)の、三刺激値 (X_n, Y_n, Z_n) を与えれば、いずれも簡単な計算でできます。

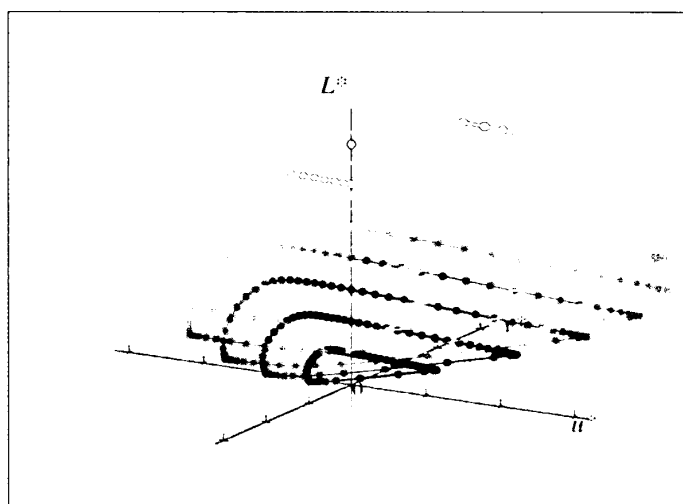
$$\begin{array}{ccccc} (L^*, a^*, b^*) & \longleftrightarrow & (X, Y, Z) & \longleftrightarrow & (L^*, u^*, v^*) \\ \text{CIELAB} & & \text{CIEXYZ} & & \text{CIELUV} \\ & \uparrow & & \uparrow & \\ & (X_n, Y_n, Z_n) & & (X_n, Y_n, Z_n) & \end{array}$$

図10に、照明光として C 光を仮定し、CIELAB 色空間および CIELUV 色空間における規則的な格子が、それぞれ CIELUV 色空間および CIELAB 色空間でどのように表わされるかを図示してみました。どちらの変換にしても、かなりゆがんだ形に変形します。とくに明度が小さいところ ($L^* \leq 10$) では、双方の色空間の性質がかなり異なることに気づきます。

さいごに、CIELAB と CIELUV の一方の色空間上の、いくつかの色を中心とする色差一定の軌跡(円)が、他方の色空間ではどのような軌跡になるかを見てみます。双方の空間が似ているならば、色差一定の軌跡の形状は似たものとなるはずですが、図11は、 $L^*=50$

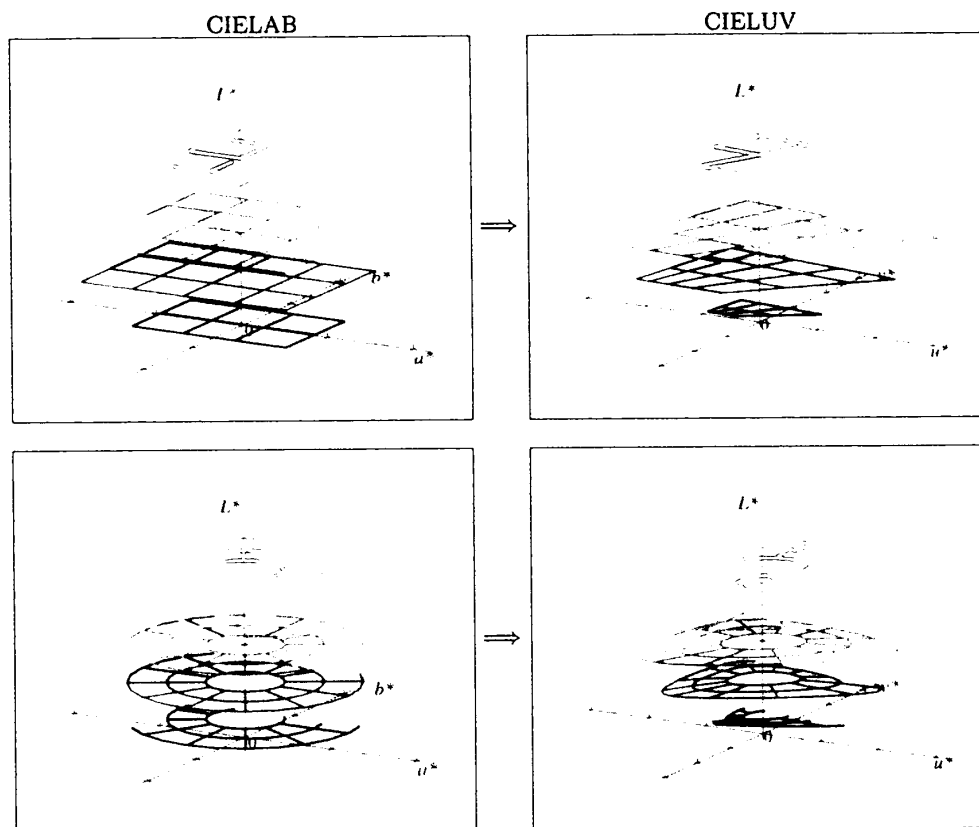


CIELAB

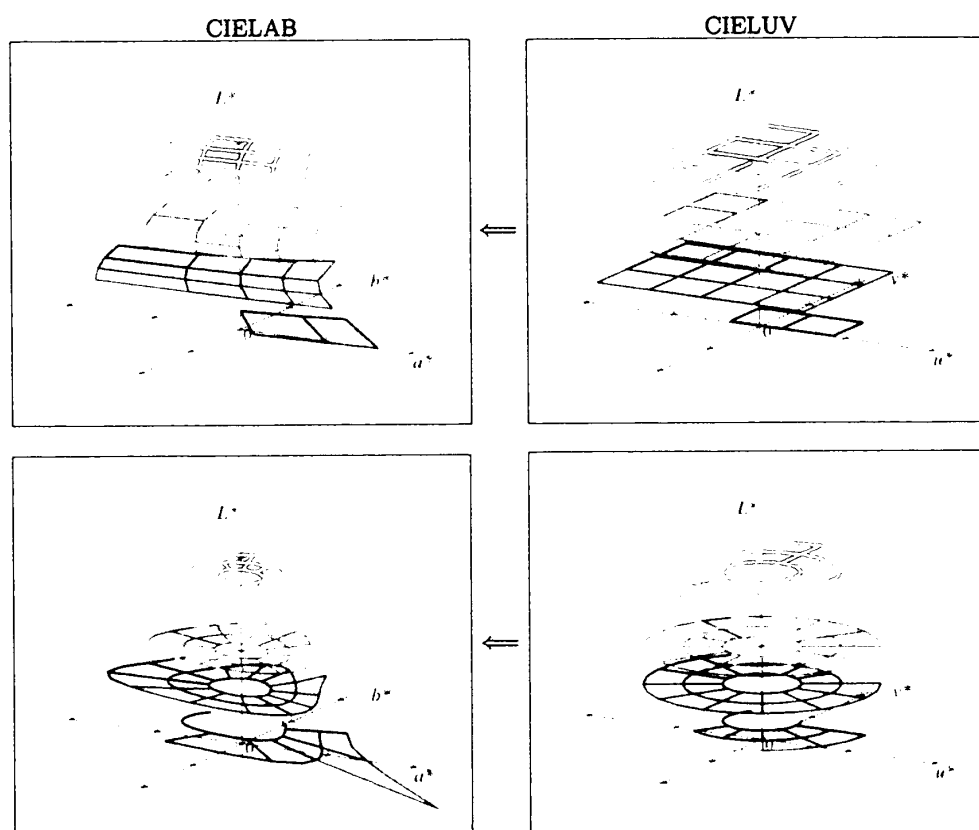


CIELUV

図9 CIELAB と CIELUV における最明色軌跡 ($L^*=10, 20, 30, \dots, 90$)



(a) CIELAB 上の立方格子および円柱格子を CIELUV に移す ($L^* = 10, 30, 50, 70, 90$)



(b) CIELUV 上の立方格子および円柱格子を CIELAB に移す ($L^* = 10, 30, 50, 70, 90$)

図 10 CIELAB と CIELUV の一方の色空間上の格子を他方の色空間に移すとどうなるか

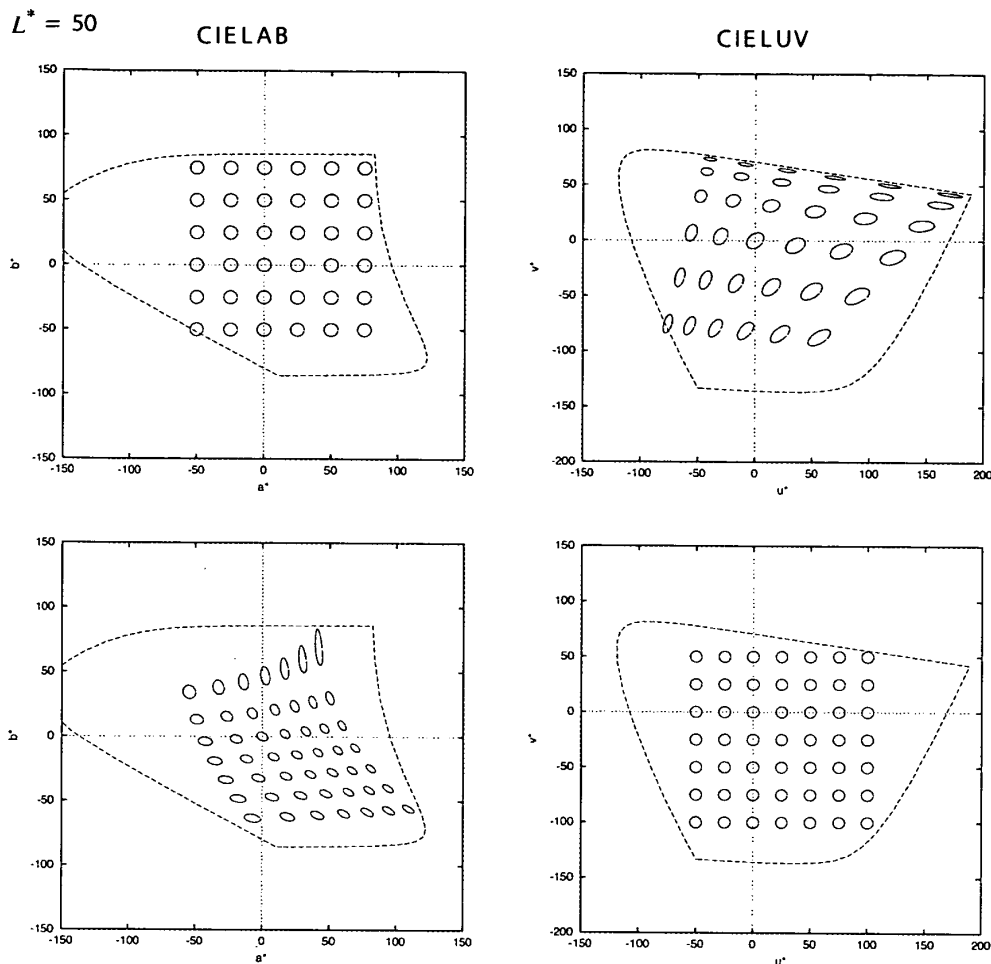


図 11 CIELAB と CIELUV の、一方の $\Delta E^* = 5$ の軌跡を他方に移すとどうなるか ($L^* = 50$)

の面上で、一方の色空間で $\Delta E = 5$ の軌跡が他方の色空間でどのようなになるかを示しています。各図の閉曲線はいずれも最明色の軌跡です。CIELAB で最明色に近い $b^* = 75$ における $\Delta E_{ab}^* = 5$ の軌跡(円)は、CIELUV に移ると極めて偏平な楕円になってしまいます。逆に、CIELUV で $v^* = 50$ における $\Delta E_{uv}^* = 5$ の軌跡(円)は、CIELAB 上では縦長の楕円に変わることがわかります。紙数の都合でここには載せませんが、他の L^* 一定面上でも色差一定の軌跡は、 $L^* = 50$ のときと似たような変化を示します。

以上の比較から、これらの色空間はお互いかなり異なった性質をもっていることがわかります。したがって、CIELAB や CIELUV の均等色空間としての性質を利用する(たとえば色差の計算をする)場合には、両者の差が少ない色域を使うのがよいとおもわれます。具体的にいうならば $L^* \leq 10$ の暗い色や、黄から赤にかけての(最明色に近い)鮮かな色の色差計算

は避けたほうが無難でしょう。

Munsell, CIELAB, CIELUV 以外の均等色空間として興味深いものに、OSA-UCS があります。また色差式にも CIE94 や CMC($l:c$)などより実用的なものがあります。紙数の都合がありますので、これらについては機会を改めることにしましょう。

よりよい均等色空間や、より人間の知覚に合う色差式を作ることに、日夜努力が続けられています。Munsell 色空間の等歩度性や MacAdam 楕円だけを頼りにするのは、限界があると思われます。これからは、色覚の生理モデルなども考慮に入れた研究が必要となるに違いありません。

次回は系統色名と PCCS の話をするつもりです。