

Munsell, PCCS, および NCS の色属性間の数学的關係について

Mathematical Relations among Color Attributes of Munsell, PCCS, and NCS

小林光夫 K カラーラボラトリ・電気通信大学

Mituo Kobayasi K-Color Laboratory・The University of Electro-Communications

Keywords: 色空間, Munsell, PCCS, NCS, 色属性, 数学的關係

1. はじめに

配色の設計・制作・分析には、等歩度性をもちかつトーン表現の可能な色空間が有用である。しかるに、現行の Munsell, PCCS, NCS 色空間は、両条件の一部しか満たさない。両条件を満たす色空間の構築を目指して、基本色の成分表示に基づく等歩度色空間の可能性を検討したところ、色相が 5 純色に基づく等歩度性をもち、かつ白、黒、純色からなる色 3 角形を伴う色空間が構成可能であることが分かった[1]。この色空間は、色相については Munsell を連想させ、色 3 角形については NCS を連想させる。そこで本稿では、Munsell, NCS, およびその中間的な色空間である PCCS の色属性の数学的構造およびそれらの間の関係を明らかにすることによって、配色に有用な新色空間の実現への手掛かりとしたい。

なお、どの色空間においても色相の知覚的意味は同じであるとし、以下、一定の色相のもとで(色相は固定して)の明度、彩度、飽和度などの色属性について考える。

2. Munsell の明度、彩度と PCCS の明度、飽和度との関係

PCCS の明度と Munsell の明度は同じ意味をもつので、どちらも記号 V で表す。また、Munsell の彩度は C で、PCCS の飽和度は S で表す。さらに、理論的な扱いを簡単にするために、 V, C, S の値は通常の $1/10$ とし、正規化する。

文献[2]によれば、Munsell 彩度と PCCS 飽和度の間には、精密形で

$$C = (1 - \exp(-rV)) (a_1 S + a_2 S^2 + a_3 S^3), \quad (1)$$

簡明形で

$$C = k(1 - \exp(-rV)) (0.77S + 0.4S^2) \quad (1')$$

なる関係があるとされる。ここに、 r, k は色相の三角関数で与えられており、 r は $5.7 \sim 10.5$ の値

を、 k は $1.03 \sim 1.37$ の値をとる。 a_1, a_2, a_3 は数表で与えられており、いずれも色相に依存し、 a_1 は $0.85 \sim 1.09$ の、 a_2 は $-0.51 \sim 0.84$ の、 a_3 は $-0.28 \sim 0.74$ の値をとる。

ところで、式(1)ないし式(1')の右辺の S の 3 次式ないし 2 次式は、各式を PCCS の規定値に合わせるために採用された近似式であり、 S の多項式である必然性はない。そこで、この部分を S の 1 次分数式で代替すると、精密形で

$$C = (1 - \exp(-rV)) \cdot aS / (1 - bS), \quad (2)$$

簡明形で

$$C = k(1 - \exp(-rV)) \cdot 0.82S / (1 - 0.31S) \quad (2')$$

が得られる。ここに、 a および b は色相にのみ依存する値である。具体的な数値は紙数の都合で省略するが、およそ $a = 0.86 \sim 1.11$, $b = 0.23 \sim 0.37$ 程度である。なお、式(1)と式(2)との違い、あるいは式(1')と式(2')との違いは、ごくわずかである。

さて、式(2')は、式(2)の a と b が特別の場合であるから、以降は式(2)のみを考察の対象にする。ここで、

$$A = a(1 - \exp(-rV)) \quad (3)$$

とおき、式(2)を改めて

$$C = AS / (1 - bS) \quad (2')$$

と書く。式(3)の右辺の括弧内の第 2 項は、 $\exp$ の引数に r と V の積を含むが、 r の値が大きいため V が 0.3 以上ではゼロに近い。したがって、 A の値は、ほとんど色相にのみ依存し、 $0.85 \sim 1.10$ の値をとる。

式(2')は、色相や明度を固定して考えれば、 S から C への 1 次分数変換である。1 次分数変換は、生理学的にも意味のあるモデルである。また、1 次分数変換の逆変換は 1 次分数変換となり、理論的に扱いやすい。

式(2)の逆変換は

$$S = C / (A + bC) \quad (4)$$

となる。この式から、Munsell 彩度 C が一定の増分で増加するとき、PCCS 飽和度 S も増加するが、その増分は次第に小さくなることが分かる。また、

C がいくら大きくなっても、 S は有限にとどまることが分かる。すなわち、

$$C \rightarrow \infty \text{ のとき, } S \rightarrow S_{\infty} (=b^1).$$

S_{∞} の値は、およそ 2.72~4.42 である。図 1 に、Munsell 彩度一定の直線が PCCS の飽和度ではどのような曲線に対応し、どこに移るかを示した。

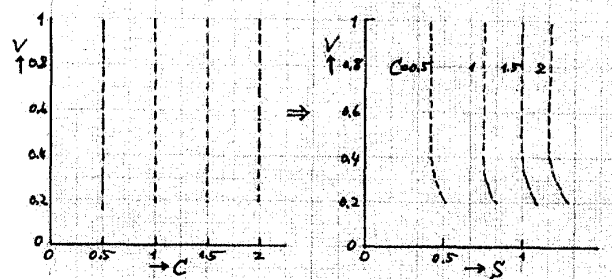


図 1. Munsell 彩度と PCCS 飽和度との対応
(C や S の値は正規化されていることに注意。)

3. PCCS の明度、飽和度と NCS の白み、黒み、色みとの関係

飽和度が有限な色空間は、PCCS 以外に、実は NCS もそうである。NCS の色相以外の色属性は、白み w 、黒み s 、色み c である。これらの値の範囲は、通常 0 から 100 までであるが、簡単のため本稿では、0 から 1 までに正規化して考える。

さて、NCS では色の補助属性として明度 v があるが、明度 v 一定の軌跡は、どの明度においてもある色み c_{∞} で一点に収れんする直線群となる(図 2)。このことは、 c_{∞} 以上の色みは存在しないことを示している。 c_{∞} の値は、色相により、1.75~4.00 の値をとる。この値は、 S_{∞} の値とほぼ同じ範囲にあることに注意する。

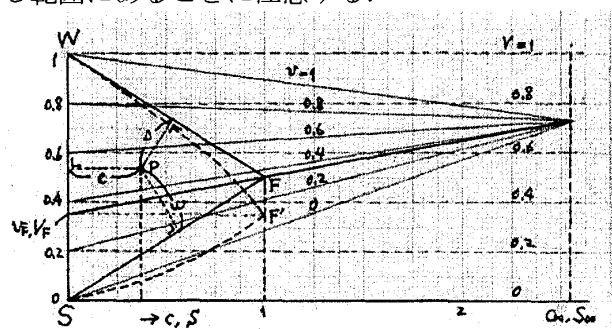


図 2. NCS の明度一定の直線

NCS の黒み s 、色み c と明度 v との関係は、

$$v = \{1 \cdot s - [1 \cdot (1/c_{\infty}) v_F] c\} / (1 - c/c_{\infty}) \quad (5)$$

で与えられる[3, p.9]。ここに、 v_F は純色(飽和色, full color)の明度である。

式(5)は、 c についてみれば、式(2)と同様 1 次分数式である。ここで、NCS の明度および色みと

PCCS の明度および飽和度をそれぞれ同一視すれば、すなわち、 $v=V$, $v_F=V_F$, $c=S$, $c_{\infty}=S_{\infty}=b^1$ とすれば、式(5)は、PCCS 明度と飽和度から NSC の黒みを求める式と解釈できる。 c_{∞} と S_{∞} の実際の数値は異なるが、同じ程度の大きさである。数値の違いは、両表色系の表色値の決め方によるものであろう。ここでは数学的構造の関連性を見ることが目的だから、あえて違いを無視して同じとした。

次に、PCCS の明度 V 、飽和度 S から、NCS の黒み s 、白み w を求める式を挙げる。

$$s = (1-V) \cdot [1 \cdot (1-b) V_F] S + bVS, \quad (6)$$

$$w = V \cdot (1-b) V_F S - bVS. \quad (7)$$

これらの式は、 V と S の双 1 次式である。双 1 次式は、どちらか一方の変数についてみれば線形であり、その係数が他の変数にやはり線形に依存することを表し、生理学的なモデルとしても解釈しやすい。

既報[1]では、色 3 角形の白黒軸方向の座標である t (淡度) と、白み、黒みとの関係を論じたが、この t と V, S との関係も興味深い。(省略。)

4. Munsell の明度、彩度と NCS の白み、黒み、色みとの関係

変換(6,7)と変換(4)から、Munsell の明度、彩度から NCS の白み、黒みを求める式を求めることができる。

$$s = \{A(1-V) \cdot (1-b)(1-V_F)C\} / (A+bC), \quad (8)$$

$$w = \{AV - (1-b) V_F C\} / (A+bC). \quad (9)$$

この式は、興味深いことに、再び C については 1 次分数式である。

5. おわりに

Munsell, PCCS, NCS の主に色相以外の属性の、数学的な相互関係について述べた。今後、この関係を生かし、実在の色データに合う新色空間の構築へ結び付けたい。

文献

- [1] 小林光夫：色の基本色成分表示に基づく等歩度色空間の構成(理論), 日本色彩学会誌, vol.33, suppl., pp.40-41(2009).
- [2] 小林光夫, 吉識香代子: PCCS トーン, PCCS 三属性値, およびマンセル三属性値間の数学的関係, 日本色彩学会誌, vol.25, no.4, pp.249-261 (2001).
- [3] 小林光夫, 吉識香代子: NCS の構造解析(II), 日本色彩学会誌, vol.21, no.1, pp.4-14(1997).