

(昭和 25 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

防撓材なき波型隔壁の一考察

正員 工学士 永 井 保

Abstract

Experimental Consideration about Corrugated Bulkhead

By Tamotsu Nagai, *Kogakushi, Member*

About the corrugated bulkhead on ship's construction, we have first defined its elastic modulus and rigidities, then solved the deflections of it using of consideration substituting that bulkhead with orthogonal aerotropic plate and compared them with those of experiment. We can, at the results, decide the method to be useful for its approximate calculation. As we cannot, however, determine the deflection so easily as expected by it, we produced at last other more simpler formula than that of former method taking advantage of the effective width.

After applying this formula to calculate the deflection and stress, then comparing them with the experimental results we have obtained some final conclusions about that bulkhead.

(1) The beam having section of one pitch wave with which the corrugated bulkhead is constructed, generally may be thought being that of simple beam theory if it has the effective width of the point at which the maximum bending moment would be happened, through all length of that beam.

(2) Stress for lengthwise direction may be solved being such a problem as that determined statically or unstatically on simple beam theory.

1. 緒 言

本稿は波型隔壁に直交する防撓材等のない簡単な場合につき、波型隔壁の撓みを求める為に、波型隔壁を直交異方性板と考え、其の撓みの状態を巨視的に観察した場合の報告である。

2. 解 法

一様の垂直等分布荷重が働いていると仮定した場合、撓みが小さければ、直交異方性板の撓みは、次の関係式⁽¹⁾を満足せねばならない。(附録(20), (21)式参照)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) w = \frac{p}{D_s} \quad (1)$$

但し $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{2(2H_{xy} + D_{xy})}{D_s}$, $\alpha_1 \alpha_2 = \frac{D_y}{D_s}$, p : 単位面積当りの荷重

(1) を解くために次の様に仮定する。

$$w = \frac{p}{8D_s} \{(b^2 - y^2)(a^2 - x^2) + \chi\} \quad (2)$$

χ は四周の条件で決定する。 a 及び b は x, y 軸方向の半幅を示す。中央に原点を採つて、対称の関係を満足する様に

$$\chi = \sum_{n=1}^{\infty} \{A_n Y_n(y) \cos t_a x + B_n X_n(x) \cos t_b y\} \quad (3)$$

なる偶函数に仮定する。

但し $t_a = \frac{n\pi}{2a}$, $t_b = \frac{n\pi}{2b}$, n : 奇数

i) 四 周 回 転 端

微分方程式の特性方程式

$$\alpha_1 \alpha_2 \mu^4 - (\alpha_1 + \alpha_2) \mu^2 + 1 = 0 \quad \text{の根を } \mu_1, \mu_2$$

$$\lambda^4 - (\alpha_1 + \alpha_2) \lambda^2 + \alpha_1 \alpha_2 = 0 \quad \text{" } \lambda_1, \lambda_2 \text{ とする。}$$

a) $\lambda_1 \neq \lambda_2, \mu_1 \neq \mu_2$ ならば, 境界条件 $x = \pm a, y = \pm b$ では $\chi = 0$ を満足する故,

$$\left. \begin{aligned} X_n(x) &= \cosh \lambda_2 t_b a \cdot \cosh \lambda_1 t_b x - \cosh \lambda_1 t_b a \cdot \cosh \lambda_2 t_b x \\ Y_n(y) &= \cosh \mu_2 t_a b \cdot \cosh \mu_1 t_a y - \cosh \mu_1 t_a b \cdot \cosh \mu_2 t_a y \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

四周で曲げモーメント零の条件を満たすため, χ に就て

$$x = \pm a \quad \text{にて} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi = 2(b^2 - y^2)$$

$$y = \pm b \quad \text{にて} \quad \left(\nu_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi = 2(a^2 - x^2)$$

が成立せねばならない。上式の右辺をフーリエ級数に展開して係数を決定すると,

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \frac{256 \cdot a^4}{\pi^5 \cdot n^5} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{(\mu_1^2 - \mu_2^2) \cosh \frac{n\pi b}{2a} \mu_1 \cdot \cosh \frac{n\pi b}{2a} \mu_2} \\ B_n &= \frac{256 \cdot b^4}{\pi^5 \cdot n^5} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \cosh \frac{n\pi a}{2b} \lambda_1 \cdot \cosh \frac{n\pi a}{2b} \lambda_2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

b) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda, \mu_1 = \mu_2 = \mu$ ならば

$$\left. \begin{aligned} X_n(x) &= a \sinh \lambda t_b a \cdot \cosh \lambda t_b x - x \cosh \lambda t_b a \cdot \sinh \lambda t_b x \\ Y_n(y) &= b \sinh \mu t_a b \cdot \cosh \mu t_a y - y \cosh \mu t_a b \cdot \sinh \mu t_a y \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とし同様の条件より A_n, B_n を決定すると,

$$\left. \begin{aligned} A_n &= -\frac{64 \cdot a^3}{n^4 \pi^4} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\mu \cosh \mu t_a b \cdot \cosh \mu t_a b} \\ B_n &= -\frac{64 \cdot b^3}{n^4 \pi^4} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\lambda \cosh \lambda t_b a \cdot \cosh \lambda t_b a} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ii) 四周固定端

a) $\lambda_1 \neq \lambda_2, \mu_1 \neq \mu_2$

$$\chi = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{a^3}{n^2} A_n \operatorname{sech} \mu_1 t_a b \cdot \operatorname{sech} \mu_2 t_a b \cdot Y_n(y) \cos t_a x \right. \\ \left. + \frac{b^3}{n^2} B_n \operatorname{sech} \lambda_1 t_b a \cdot \operatorname{sech} \lambda_2 t_b a \cdot X_n(x) \cos t_b y \right\} \quad (8)$$

と仮定すれば, $X_n(x), Y_n(y)$ は (4) を用い, λ, μ の条件式と共に (1) 及び四周にて $w=0$ を満足する。

固定条件として, 今一つ

$$x = \pm a \quad \text{で} \quad \frac{\partial \chi}{\partial x} = 2a(b^2 - y^2)$$

$$y = \pm b \quad \text{で} \quad \frac{\partial \chi}{\partial y} = 2b(a^2 - x^2)$$

を満足せねばならない。(8) 式を代入して A_n, B_n を決める式として次の無限元一次連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{16 \mu_1^2 \mu_2^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi}{2} \left(\frac{n^2 \mu_2^2}{m^2 b^2 + \frac{n^2}{\mu_1^2}} - \frac{n^2 \mu_1^2}{m^2 b^2 + \frac{n^2}{\mu_2^2}} \right) A_m \\ + \sin \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{n\pi b}{64 a} (\lambda_2 \tanh \lambda_2 t_b a - \lambda_1 \tanh \lambda_1 t_b a) B_n = 1 \\ \sin \frac{n\pi}{2} \frac{n\pi a}{64 b} (\mu_2 \tanh \mu_2 t_a b - \mu_1 \tanh \mu_1 t_a b) A_n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$+ \frac{1}{16\lambda_1^2\lambda_2^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi}{2} \left(\frac{n^2\lambda_2^2}{m^2a^2} - \frac{n^2\lambda_1^2}{m^2b^2} \right) B_m = 1$$

$$b) \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda, \mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$\chi = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{a^3}{n^2} A_n \operatorname{sech}^2 \mu t_a b \cdot Y_n(y) \cos t_a x + \frac{b^3}{n^2} B_n \operatorname{sech}^2 \lambda t_b a \cdot X_n(x) \cos t_b y \right\} \quad (10)$$

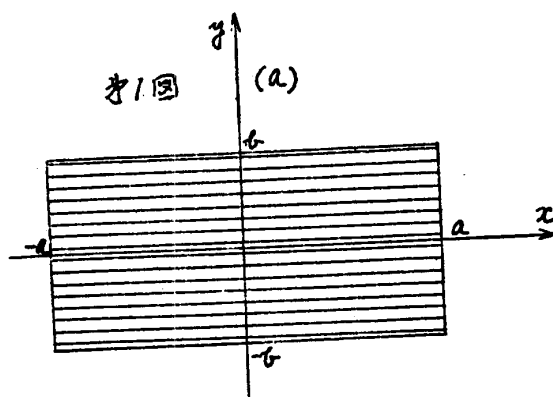
として同様に A_n, B_n を決めると,

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{32} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n^2}{m^2 \left(\mu^2 \frac{b^2}{a^2} + \frac{n^2}{m^2} \right)} \cdot \frac{\sinh \frac{\lambda m \pi b}{a} + \frac{4a}{m \pi \lambda b} \cosh^2 \frac{\lambda m \pi b}{a}}{\cosh^2 \frac{\lambda m \pi b}{2a}} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot A_m \\ & + \frac{n \pi b}{128 a} \frac{2 \lambda t_b a + \sinh 2 \lambda t_b a}{\cosh^2 \lambda t_b a} \sin \frac{n\pi}{2} \cdot B_n = 1 \\ & \frac{\pi a n}{128 b} \frac{2 \mu t_a b + \sinh 2 \mu t_a b}{\cosh^2 \mu t_a b} \sin \frac{n\pi}{2} \cdot A_n \\ & + \frac{1}{32} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n^2}{m^2 \left(\lambda^2 \frac{a^2}{b^2} + \frac{n^2}{m^2} \right)} \cdot \frac{\sinh \frac{\lambda m \pi a}{b} + \frac{4b}{m \pi \lambda a} \cosh^2 \frac{\lambda m \pi a}{b}}{\cosh^2 \frac{\lambda m \pi a}{2b}} \sin \frac{m\pi}{2} \cdot B_m = 1 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

3. 数 値 計 算 (附録参照)

次の二例について数値計算を行つた。

(a)



$$2a = 35.5 \text{ cm}, \quad 2b = 17.0 \text{ cm},$$

$$t = 0.298 \text{ mm},$$

$$b' = 21.83 \text{ mm}, \quad b_L' = 41.23 \text{ mm},$$

$$H = 9.70 \text{ mm}, \quad \text{波の数 } 7 \text{ ケ}$$

$$\text{縦ヤング係数 } E = 17000 \text{ kg/mm}^2, \quad \nu_s = 0.3$$

$$G = 6540 \text{ kg/mm}^2$$

として諸剛性を計算すると ($\theta = 90^\circ$ として)

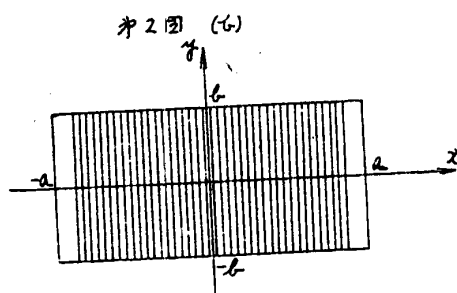
$$D_s = 7.536 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{mm},$$

$$D_y = 21.81 \text{ kg} \cdot \text{mm},$$

$$4 H_{xy} = 108.96 \text{ kg} \cdot \text{mm},$$

$$2 D_{xy} = 13.08 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

(b)



$$2a = 35.5 \text{ cm}, \quad 2b = 17.0 \text{ cm}, \quad t = 0.296 \text{ mm},$$

$$b' = 16.81 \text{ mm}, \quad b_L' = 25.38 \text{ mm},$$

$$H = 4.25 \text{ mm}, \quad \text{波の数 } 19 \text{ ケ}$$

$$\text{同様にして } D_s = 27.46 \text{ kg} \cdot \text{mm},$$

$$D_y = 1.253 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{mm},$$

$$4 H_{xy} = 86.52 \text{ kg} \cdot \text{mm},$$

$$2 D_{xy} = 16.30 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

以上の場合に支持及び固定に対し撓みを算出し、計測値⁽²⁾と比較すれば第 1, 2 表の如くなる。

猶、四周固定の時 a/b の種々な値に対し撓みを計算してみると、以下第 3 表第 3 図の如し。

母線方向の曲げ剛性がそれに直角方向の曲げ剛性に比し極めて大であることを顧みると、第 3 図の結果は当然考えられる。而かもこれは単なる一例であるとは云え、

第 1 表 (a) の場合の撓み ($5 \times 10^{-4} \text{ kg/mm}^2 \times \text{mm}^2$)

	-6	-3	0	3	6	12	-12	-5	0	5	12
計測値	0.074	0.110	0.132	0.110	0.074	0.094	0.103	0.132	0.103	0.094	0.094
計算値	0.356	0.530	0.661	0.530	0.356	0.460	0.512	0.661	0.512	0.460	0.460
計測値	0.212	0.450	0.552	0.435	0.273	0.400	0.480	0.552	0.435	0.395	0.395

一般の波型板に就いて広く応用される処である。即ち (a) の如きでは母線の長さが大になればそれに応じ撓みも大きくなるが、(b) に於ては母線の長さが決められていて、一方応力分散度は其の直角方向には殆んど零に近いと云える。矩形板に就いて、長短辺の比がこの時にすでに無限大の場合に略々等しくなるという

本質的結果が得られたのに反し、波型板の場合は波の深さ、ピッチ、板厚等の関係により諸剛性が種々になるため求められる結果も決して本質的のものではない。然し波型板の撓みを概観する比較計算上には極めて有意義なものである。

第3表 %変化に対する α の値

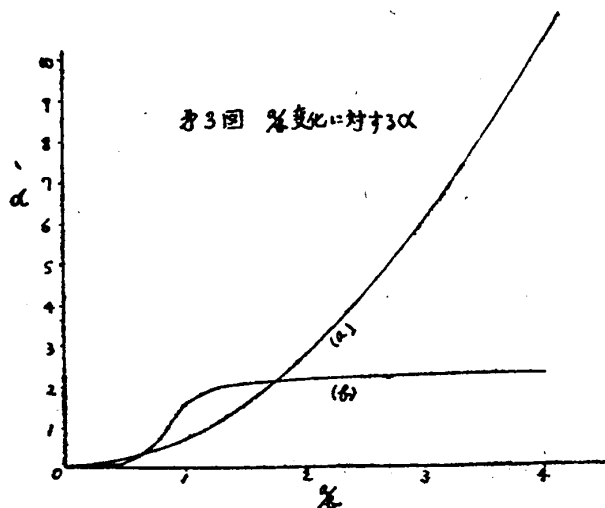
$$\alpha = \frac{p \delta^4}{8 D x}$$

%	1	2	3	4	∞
α (a)	0.684	3.030	6.078	10.312	—
α (b)	1.616	2.120	2.147	2.147	2.158

第2表 (b) に於ける撓み ($\delta \times 10^{-4}$ cm)

撓み (cm)	-6	-3	0	3	6
計算	0.035	0.045	0.055	0.045	0.035
実験	0.201	0.271	0.260	0.271	0.201
計算	0.120	0.155	0.170	0.140	0.100

撓み (cm)	-15	-12	-10	-7	-5	-2	0	2	5	7	10	12	15
計算	0.023	0.029	0.046	0.028	0.022	0.053	0.055	0.053	0.022	0.028	0.046	0.029	0.023
実験	0.103	0.151	0.223	0.156	0.130	0.230	0.261	0.230	0.130	0.156	0.223	0.151	0.103
計算	0.130	0.150	0.155	0.152	0.156	0.159	0.170	0.162	0.140	0.152	0.155	0.160	0.144



4. 近似式の算出法

前章迄に論述した事柄より波型板の母線方向の長さをスパンとする梁として取扱つて見る。

改めて母線の長さを $2l$ とし、第4図に示す半波長間を採ると、隔壁面に垂直な半波長間の水圧による荷重は $2p(c+h\cos\theta)$ 、猶 c の幅だけを有効幅と考え、その X-X 軸周りの慣性モーメントを I_0 、此の時有効幅を ck と考えれば、断面 BC の X-X 軸周りの慣性モーメントを求めれば、

$$I_0 = \left(\frac{2}{3} t h^3 + 2 t \cdot ck \cdot h^2 \right) \sin^2 \theta \quad (12)$$

つまり第一項は BC 板の慣性モーメントで、第二項は上下両板各々の有効幅 ck による慣性モーメントの増加である。(BB 線上 (第5図) に外力として作用する剪断力が、上下両板内部に剪断応力として伝達されてゆくが、その上面板或いは下面板の半幅上の平均垂直応力 σ_m 、BB 線上の垂直応力 σ_0 とすれば、一般に $\sigma_m = \kappa \sigma_0$ と考えられる。つまり κ は BB 上の垂直応力 σ_0 が上面板の内部に剪断で伝わる場合に生ずる変化を示す係数とも考えられる。)

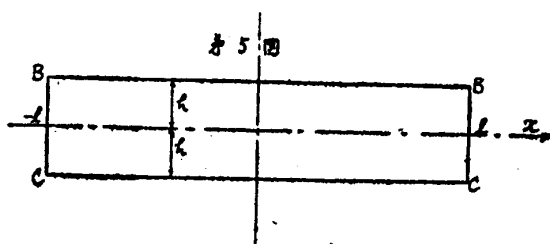
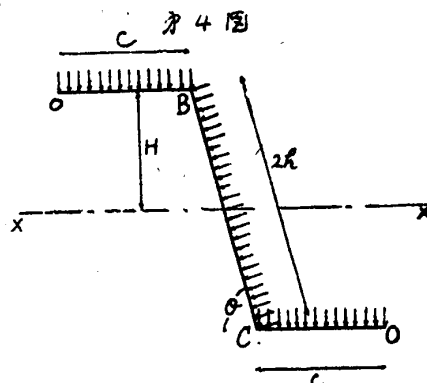
さて母線方向を絶えず x 方向にとるものとすれば、

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{2pc}{EI_0}$$

$2pc$: 単位長さ当りの荷重 (13)

次に周辺条件について考える。両端縁が自由状態にあれば

板面上の全荷重は其儘中間板のみによつて支えられるわけであるが、両端縁が支持又は固定状態にある時は中間板の剛度に応じて両端縁近傍の荷重の一定量は直接両端縁に依つても支えられる事となるから、中間板の負担する荷重は両端部に於てそれだけ減少する事となる。



かくて一般に此の梁の長さと考えられる母線方向の長さ $2l$ が板幅 $2h$ に比し大になり、ある程度を越せば、BB 線上、CC 線上の各々に於て板幅の半分迄の部分は両端に於て完全に近い固着状態にあり、荷重後も変形がないと考えられる。処で再び有効幅について少し詳細に考えてみる必要があるが有効幅が中間板 BC の長さに沿つて変化することは、すでに Kármán⁽³⁾ が防撓材のある平板の場合に指摘している。波型板においてもその撓み、応力に同等の I/y 理論が成立するものならば、やはり同様なことが考えられる。ともかく各点の有効幅を仮定したとすれば、以下の単純梁の式によりそれぞれの点の撓みが求められる。即ち(13)式の解として、撓み δ は

$$\delta = k(x) \frac{l^4 \cdot 2pc}{EI_c} \quad (\text{第5図参照})$$

但し $k(x)$: 両端条件によりきまる x の函数で、

$$k(x) = \frac{1}{24} \left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right) \left(m - \frac{x^2}{l^2} \right) \quad \begin{matrix} m=1 & \text{両端固定のとき} \\ m=5 & \text{" 支持 "} \end{matrix}$$

(14)

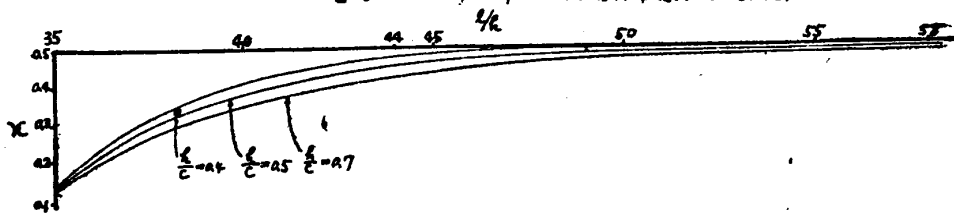
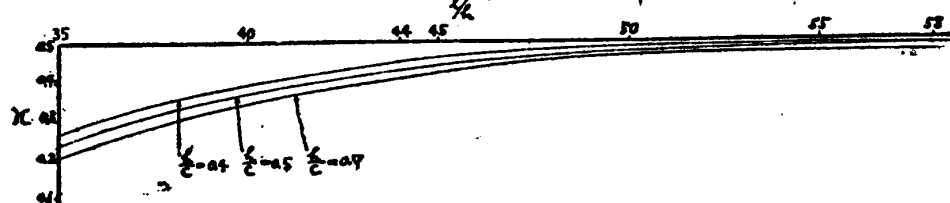
猶 (14) 式に於て l は、両端近傍からはなれた板の中間部 $l-h$ をスパン間隔として採ることは前述した処より物理的に正しい。

次に実用範囲内で中央部に於て有効幅の係数 κ を算出して見よう。

即ち $h/c=0.5 \sim 1.0$, $h/t=10 \sim 15$ が大体的見当であるから、(2) 式の w と (14) 式の δ とを等置して求めると、

第4表 κ (固定) $t=0.3$ $\theta=\frac{\pi}{2}$

h/c	h/t	h/c	κ
35	17	0.9	0.112
35	17	0.7	0.116
35	17	0.5	0.120
44	13.3	0.7	0.412
44	13.3	0.5	0.445
44	13.3	0.4	0.465
58	10	0.5	0.474
58	10	0.4	0.481
40	7	0.5	0.362
40	7	0.4	0.405

第6図 中央部に於ける有効幅係数 κ (固定)第7図 中央部に於ける有効幅係数 κ (支持)

$$\kappa = \frac{1}{3c} \left(\frac{mpc(l-h)^4}{8EtH^2 \cdot w} - h \right) \quad (15)$$

$$H = h \sin \theta$$

これを示したのが第4, 5表及び第6, 7図である。これによれば、一般に $l/2h$, h/c の影響はかなり大きく、且複雑である。しかし船舶に於ては、多くの場合 $h/c = 0.5 \sim 1.0$, $h/t = 10 \sim 15$ 程度であつて、この程度の変化範囲なら、有効幅係数の曲線は $h/c = 0.5$ の場合にかかなり近接している。のみならず一般に有効幅の僅かな変化が、撓み又は応力に及ぼす影響は割合に緩慢であるから、実地応用では、一律に $h/c = 0.5$ に対する有効幅を使用することとして、大差ないものと見られる。実用的には唯 $l/2h$ のみに影響されるものと見ることができ、従つて単にこの場合に対する有効幅曲線があれば、種々の場合が解決せられるわけであつて、応用上極めて好都合である。

次に第6, 7図で $h/c = 0.5$ の場合に於ける有効幅係数曲線を用い、(14) 式と併せて、中央部の撓みの近似計算を行い、計測値⁽²⁾と比較して見る。

この際端条件については波型板が板の結合体であり、その状態変化は隣接板との接合部を周辺とみなして考えねばならないので、やはり完全固定と支持の中間状態とみなされる。而かも第1, 2表より知れる如く計測値は可成り支持の場合に近いので、(14) 式に於て $m=4$ と採り、再び (a), (b) の二例について近似計算を行つた。結果は以下の第6, 7表である。(第8, 9図参照)

表6
近似式を用いて算出した撓みとの比較 (a)の場合

板幅の 撓み (cm)	-12	-5	0	5	12
梁理論	0.263	0.475	0.525	0.475	0.263
計算	0.400	0.480	0.552	0.495	0.395

表7
近似式を用いて算出した撓みとの比較 (b)の場合

板幅の 撓み (cm)	-6	-3	0	3	6
梁理論	0.066	0.138	0.170	0.138	0.066
計算	0.120	0.155	0.170	0.140	0.100

表8
撓みの比較 (a)の場合

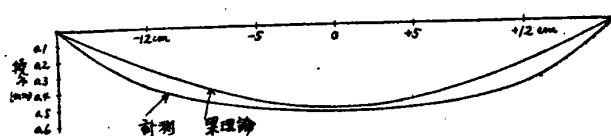
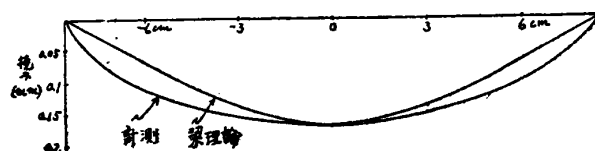


表9
撓みの比較 (b)の場合



母線方向の両端縁は弾性板の結合状態から殆んど完全固着と見做され、板面に於ける応力分布が両端の固定条件の影響を受けて上下板及び中間板上の応力分布と其の動向を共にせず、同一横断面内に於いて応力の正負、応力の増減の傾向等から必ずしも一致しない現象を生ずる。此の現象が原因となり両端より少し内縁に入つた処では上下板の有効幅は可成り減少されることは事実で、従つて此の部分に於ては撓みが大になり、一般に梁理論で考える如き現象とは可成り異つたものである事は想像される処である。(第6, 7表, 第8, 9図参照)。

此の傾向は絶対値こそ異なるが、(2)式による結果と比べてもその傾向がうかがわれる。(第1, 2表参照)

しかし此の現象は、主として撓力率の小なる部分のみに限られるので、実際問題に対しては左程重大な影響をもたらすものでないことは明らかである。両端部に於ける有効幅は、一般に中央部のそれに比すれば小である。然るに撓力率は之と反対の関係があるから、両端部に於ける応力が通常の梁理論に於て考えられるより一層悪い状態にあると言う事は注意すべきである。

5. 結 語

以上波型隔壁の撓み*について主として考察して見たのであるが、波型板の各所に於ける絶対値を求める方程式、つまり彎曲板の方程式から波型を表わす角度変化率を入れて、この様な異方性板の方程式はまだ導く事が出来ない。従来行われた如き波板の性質に関する実験⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾、並びに理論的に研究された事柄⁽⁷⁾の内、特に重要に思われるもの、即ち波の直角方向の引張係数の応力分散への影響、板の振り、曲げの際に生ずる振り剛性率等に改めて検討を加え、波型隔壁を直交異方性板として取扱つて十分正しい事が確められた訳である。而かも母線と直角方向の撓みは隣接板との結合状態及び幅の大小関係、深さと長さとの関係に大いに影響され計算値並びに実験値から知れた如く、波形曲線を描くのであるが、その波頂亦は波底を連ねた線が殆んど直線になるのである。而かも母線方向は近似式によれば、単純梁の撓み曲線を持ち、これも実験的に得られた数値と一致したのである。即ち波型板は単純梁**として取扱つて十分実用に供せる事も分つた。此の際有効幅は中央点に於けるものを採用し、それを全長に亘り一定なるものとして適用し、通常の梁理論に於ける撓みの式を以て撓みを算出する事として差支えない。

扱て応力を求めるには、有効幅に等しい板幅を以て組立てた均一断面の梁から従来方法通り撓力率を見出し、之に通常の梁理論の公式を適用して、応力を算出するのである。しかし有効幅が位置により大きさを異にするため、考慮する位置に対応して、一々異つた断面形状の仮想梁を考慮する事になる訳である。然し実際問題としては、撓力率の大なる箇所のみが問題であるから、是等の限定された範囲、即ち最大撓力率点の近傍に関する限り其の最大撓力率点に於ける有効幅を一律に適用する事としても、或いは近似方法として、或いは完全なる算法として実用的に認容される処である。

終りに臨み耐えず御鞭撻して下さつた恩師吉識先生に厚く御礼申上げ、又当論文の指針となつた渡辺恵弘先生の御意見に満腔の敬意を表します。猶、計算の援助をして下さつた東大金子幸平様に心から感謝します。

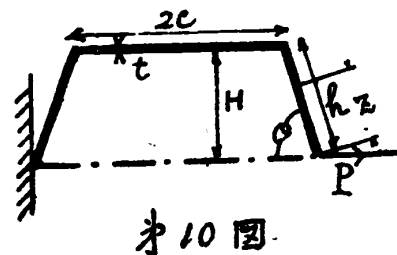
* 塑性変形を伴つた際の波形の最大撓みに就いては昭和29年11月28日機械学会秋期講演会において発表されている。

** 単純梁を板構造物と考え捩屈応力を取扱つた論文は著者により昭和29年9月(1954)、日本学術会議主催第4回応力講演会において発表された。(圧縮捩屈) 亦昭和30年4月「船舶」Vol. 28では曲げ捩屈について論じてある。

附 録 (1)

弾性係数と剛性

第10図の如く半波長間を採り、波に対し直角方向を y 方向、波の方向を x 方向とする。一端に荷重 P が作用した場合、 y 方向の伸びは主として曲げによるから、曲げエネルギー W のみを考えると次式の如くである。



$$W = \frac{2}{2D} \int_0^h (z \sin \theta)^2 P^2 dz + \frac{1}{2D} P^2 \cdot h^2 \cdot 2c = \frac{P^2 H^2}{D} \left(\frac{h}{3} + c \right) \quad (16)$$

此処で $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ (平板としての曲げ剛性)

従つて y 方向の伸び δ は

$$\delta = \frac{\partial W}{\partial P} = \frac{2P}{D} H^2 \left(\frac{h}{3} + c \right) \quad (17)$$

一方 P による伸び δ' は

$$\delta' = \frac{P}{t \times 1} \cdot \frac{1}{E_y} \cdot \frac{b'}{2} \quad (18)$$

但し E_y : y 方向の引張係数

b' : 波板の一波長間の幅

(17), (18) を等置して,

$$\frac{2}{D} H^2 \left(\frac{h}{3} + c \right) = \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{E_y} \cdot \frac{b'}{2} \quad (19)$$

$$\therefore E_y = \frac{b'D}{4tH^2 \left(\frac{h}{3} + c \right)}$$

又板の周長を一波長間 b_L' とすれば、波のない平板を仮想して、実際の幅 b_L' のものを b' と仮定すると、それだけ剛度は増すから容易に x 方向の引張係数は

$$E_x = \frac{b_L'}{b'} E \quad (20)$$

一般に直交異方性板では次の諸量を定義する。即ち

$$\left. \begin{aligned} \nu_x &: \text{ポアソン比, } x \text{ 方向の伸びによつて } y \text{ 方向に生ずる縮み量を } x \text{ 方向の伸びに} \\ &\quad \text{て除した商} \\ \nu_y &: \text{ポアソン比, } y \text{ 方向の伸びによつて } x \text{ 方向に生ずる縮み量を } y \text{ 方向の伸びに} \\ &\quad \text{て除した商} \\ D_x, D_y &: x, y \text{ 方向の曲げ剛性} \\ H_{xy} &: x \text{ 又は } y \text{ 断面の捩り剛性} \\ \alpha_x, \alpha_y &: x, y \text{ 方向の引張り剛性} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

従つて (19), (20) 及び (21) 式を用いて以下の如く各剛性が計算される。

$$\left. \begin{aligned} D_x &= 4H^2 \frac{\frac{h}{4} + c}{b'} \alpha_0, \quad \left(\text{但し } \alpha_0 = \frac{Et}{1-\nu^2} \right) & D_y &= \frac{b'}{b_L'} D \\ \alpha_x &= -\frac{b_L'}{b'} \alpha_0, & \alpha_y &= \frac{b'D}{4H^2 \left(\frac{h}{3} + c \right)} \\ 2D_{xy} &= \nu_x D_y + \nu_y D_x \\ H_{xy} &= \frac{Gt^3}{12} \cdot \frac{b_L'}{b'}, & \frac{\nu_x}{\nu_y} &= \frac{E_x}{E_y}, & \nu_x &= \nu \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

附 録 (2)

防撓材*付き波型隔壁板

A. 一般解法

波型は一波長 s 毎に I_0 の慣性モーメントを持つて、波の数だけ分布して居るが、計算の便宜上 $J_0 = I_0/s$ の一様な密度の単位幅の慣性モーメントが波の母線方向に分布し、更に web stiffener が之に直角に交つて居る場合として取扱う。

(I) 波の母線方向に直線的に変化する荷重を受ける場合 (第 11, 12 図)

水圧による荷重 $w(x) = w_0 + \alpha x$, 但し $w_0 = \alpha x_0$, α : 単位体積の重さ, x_0 : A 点の水頭とす。

波型は波の母線に直角の方向には剛性がないと仮定し、 dz の幅をもつ strip を取り出して独立した梁として考える事が出来る。之を AB とすれば、 $w(x)$ の水圧を受け、 $x=a_r$ ($r=1, \dots, k$) 点で web stiffener より反力 $P_r dz$ ($r=1, \dots, k$) を受ける梁となる故、web の位置の撓み y_r ($x=a_r$ 点に於ける撓みの意) は $w(z)$ による撓みと、 p_r に依る撓みとの和にて表わされる。即ち

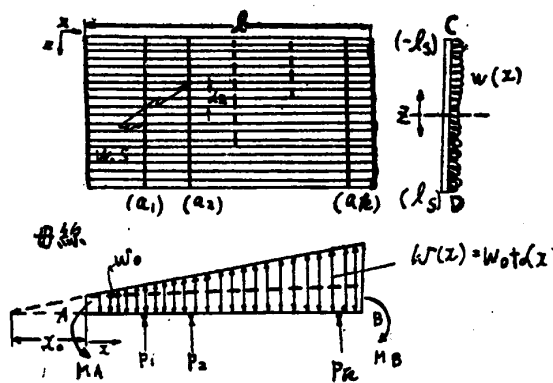


圖 11

$$EJ_0 y_r = M_r w_0 + N_r \alpha + \left(\sum_1^k Q_r p_r \right)_{x=a_r} \quad (23)$$

荷重は上向きを正にとり，両端に於ける傾斜は曲げモーメントに比例するとして，A, B 点に於ける拘束の係数を c, c' とす。更に $\frac{cEJ_0}{l} = K_A, \frac{c'EJ_0}{l} = K_B$ とおけば， M_r, N_r を計算した結果は，

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \frac{2la_r^3(12K_AK_B+3K_A+5K_B+1)-5l^2a_r(a_r+2K_Al)(1+6K_B)}{24(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} - \frac{1}{24}a_r^4 \\ N_r &= \frac{l^2a_r^3(40K_AK_B+8K_A+18K_B+3)-2l^3a_r(a_r+2K_Al)(1+7K_B)}{120(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} - \frac{1}{120}a_r^5 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

右辺第三項は次の如く $x=a_r$ 点の左右のスパンに於て分けて考えれば,

$$\left. \begin{aligned} \left(\sum_1^k Q_r p_r \right)_{x=a_r} &= (p_1, p_2, \dots, p_{r-1} \text{ による } x=a_r \text{ 点の撓み}) \\ &+ (p_r, p_{r+1}, \dots, p_k \text{ " " " " }) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

即ち

(p_1, p_2, \dots, p_{r-1} による $x=a_r$ 点の撓み)

$$= \left(\sum_{r=1}^7 p_r \times \left\{ \begin{aligned} & -k_r l \left(\frac{x^2}{2} - x l - x l K_B + \frac{l^2}{2} + K_B l^2 \right) + h_r \left(\frac{x^3}{6} - \frac{l^2}{2} x - K_B l^2 x + \frac{l^3}{3} + K_B l^3 \right) \\ & + K_B l^3 (1 - \sigma_r) - K_B l^2 x (1 - \sigma_r) + \frac{x^3}{6} - \frac{\sigma_r l}{2} x^2 + l^2 x \left(\sigma_r - \frac{1}{2} \right) + \frac{l^3}{3} - \frac{l^3}{2} \sigma_r \end{aligned} \right\} \right)_{s=a_r} \quad (26)$$

(p_r, p_{r+1}, \dots, p_k による $x=a_r$ 点の撓み)

$$= \left(\sum_r^k p_r \times \left(\frac{h_r}{6} x^3 - \frac{k_r l}{2} x^2 - K_A k_r l^2 x \right) \right)_{x=a_r} \quad (27)$$

但し

$$k_r = \frac{\sigma_r^3 + 2\sigma_r^2 - 7\sigma_r + K_B \{2\sigma_r^3 + 6\sigma_r^2 - 28\sigma_r + 20 + 2(1 - \sigma_r)K_B\}}{12K_B(K_A + 2K_B) + 4K_A + 28K_B + 7}$$

$$h_r = \frac{K_A(2\sigma_r^3 + 6\sigma_r + 4 + 12K_B - 12\sigma_r K_B) + K_B(2\sigma_r^3 - 6\sigma_r^2 + 12\sigma_r + 4) + 2\sigma_r^3 - 3\sigma_r^2 + 12\sigma_r + 1}{12K_B(K_A + 2K_B) + 4K_A + 28K_B + 7}$$

$$\left(\sigma_r = \frac{a_r}{l} \right)$$

* 防撓材が山を一個のみ持つ場合、これを deep beam の二次元応力問題として、弾性及び弾塑性問題の両方面の研究は昭和27年12月(弾性解)、昭和28年9月(弾塑性解)に日本学術会議主催第2回第3回講演会において著者により発表されている。

猶両端のモーメント M_A, M_B は

$$\left. \begin{aligned} M_A &= \frac{5(1+6K_B)l^2w_0 + 2(1+7K_B)l^3\alpha}{60(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} + \sum_1^k k_r l p_r \\ M_B &= w_0 \left\{ \frac{72K_AK_B+18K_A+24K_B+5}{12(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} - \frac{1}{2} \right\} l^2 \\ &\quad + \alpha l^3 \left\{ \frac{120K_AK_B+24K_A+40K_B+7}{60(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} - \frac{1}{6} \right\} + \sum_1^k h_r p_r \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

(28) 式に於て K_A, K_B は固定ならば 0, 支持であれば ∞ , その他の条件では中間の値を取る。

一方 $x=a_r$ 各点に於ける防撓材は次の形の微分方程式を満足せねばならない。

$$EJ_s \frac{d^4 y_r}{dz^4} = p_r \quad y_r : x=a_r \text{ に於ける撓みを示す。} \quad (29)$$

(23), (29) より

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 y_r}{dz^4} - \frac{J_0}{Q_r J_s} y_r &= - \frac{M_r w_0 + N_r \alpha + \left(\sum_{1 \dots (r+1)(r+1) \dots k} Q_r p_r \right)_{x=a_r}}{Q_r E J_s} \\ \text{此処で} \quad Q_r &= \frac{h_r}{6} a_r^3 - \frac{k_r}{2} l a_r^2 + K_A k_r l^2 a_r \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

防撓材の全長を $2l_s$ とし, (30) 式の右辺 $\equiv w_r$ (const.)

$-\frac{J_0}{Q_r J_s} = 4\lambda^4$ とおけば, (30) 式は

$$\frac{d^4 y_r}{dz^4} + 4\lambda^4 y_r = w_r \quad (31)$$

荷重の形から stiffener 中央に対し y_r は対称となるから,

$$y_r(z) = \frac{w_r}{4\lambda^4} + A_1 \cos \lambda z \cosh \lambda z + A_2 \sin \lambda z \sinh \lambda z \quad (32)$$

両端の傾斜は曲げモーメントに比例するとし, その比例常数を D , 更に $\lambda l_s = \gamma$, $\frac{2EJ_s}{l_s} D = \rho$ とおけば, A_1, A_2 は次の如く決定す。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= - \frac{w_r l_s^4}{4\gamma^4} \frac{\sinh \gamma \cos \gamma + \cosh \gamma \sin \gamma + \rho \gamma \cosh \gamma \cos \gamma}{\cosh \gamma \sinh \gamma + \cos \gamma \sin \gamma + \rho \gamma (\cosh^2 \gamma \cos^2 \gamma + \sinh^2 \gamma \sin^2 \gamma)} \\ A_2 &= \frac{w_r l_s^4}{4\gamma^4} \left\{ 1 - \frac{\sinh \gamma \cos \gamma + \cosh \gamma \sin \gamma + \rho \gamma \cosh \gamma \cos \gamma}{\cosh \gamma \sinh \gamma + \cos \gamma \sin \gamma + \rho \gamma (\cosh^2 \gamma \cos^2 \gamma + \sinh^2 \gamma \sin^2 \gamma)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

(32) 式の形で表わされる $x=a_r$ ($r=1, \dots, k$) 各点の k 個の方程式より p_r ($r=1, \dots, k$) をば, $y_r(x)$ ($r=1, \dots, k$) 及び z の函数になおし, (23) 式に入れて出来る k 個の方程式を連立せしめれば, $y_r(z)$ ($r=1, \dots, k$) は z の函数の形に表現出来る。即ち $x=a_r$ 各点の stiffener 方程式が得られる。此の stiffener 方程式中の変数 $z=\xi$ とし, $y_r(z)$ を $y_r(\xi)$ なる既知にせしめて (32) 式を再び用いれば, 更に p_r も $p_r(\xi)$ になるので改めて (23) 式の波型母線方程式

$$EJ_0 y(x) = M(x) \cdot w_0 + N(x) \cdot \alpha + \sum_1^k Q_r p_r \quad (34)$$

に p_r を代入すれば, $a_{r-1} < x \leq a_r$ 間の撓み $y(x)$ を求め得る。但し M, N は次下に示す如し。

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2lx^3(12K_AK_B+3K_A+5K_B+1)-l^2x(x+2K_Al)(1+6K_B)}{24(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} - \frac{x^4}{24} \\ N &= \frac{l^2x^3(40K_AK_B+3K_A+18K_B+3)-2l^3x(x+2K_Al)(1+7K_B)}{120(12K_AK_B+4K_A+4K_B+1)} - \frac{x^5}{120} \\ \sum_1^k Q_r p_r &= \sum_1^{r-1} p_r \times \left\{ \begin{aligned} &-k_r l \left(\frac{x^2}{2} - xl - xK_B l + \frac{l^2}{2} + K_B l^2 \right) + h_r \left(\frac{x^3}{6} - \frac{l^2}{2} x - K_B l^2 x + K_B l^3 + \frac{l^3}{3} \right) \\ &+ \frac{x^3}{6} - \frac{\sigma_r l}{2} x^2 - K_B l^2 (1-\sigma_r) x + K_B l^3 (1-\sigma_r) + l^2 \left(\sigma_r - \frac{1}{2} \right) x + \frac{l^3}{3} - \frac{\sigma_r l^3}{2} \end{aligned} \right\} \\ &\quad + \sum_r^k p_r \left(\frac{h_r}{6} x^3 - \frac{k_r}{2} l x^2 - K_A k_r l^2 x \right) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

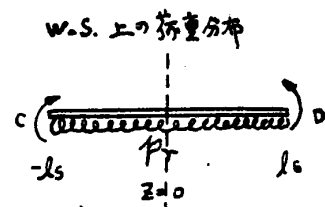


図 12 図

(II) 防撓材の長さの方向に直線的に変化する荷重を受ける場合 (第 13~14 図)

(I) と同じ仮定で同一方法による。 $x=a_r$ ($r=1, \dots, k$)

点に web stiffener があるものとすれば, web の位置の撓み y_r は $w(z)$ による撓み $M_r \cdot w(z)$ と p_r ($r=1, \dots, k$) による撓み $\sum_1^k Q_r p_r$ との $x=a_r$ に於ける和にて表わされる。即ち

$$EJ_s y_r = M_r w(z) + \left(\sum_1^k Q_r p_r \right)_{x=a_r} \quad (36)$$

此処で M_r , Q_r は (24), (25), (26), (27) と同一形式である。

両端モーメント M_A , M_B は (28) 式で α の項を無視し w_0 を $w(z)$ に書換えた形である。 $x=a_r$ に於ける stiffener は次の微分方程式を満足する。

$$EJ_s \frac{d^4 y_r}{dz^4} = p_r \quad (37)$$

$w(z) = w_0 + \alpha z$ として (36), (37) より

$$\frac{d^4 y_r}{dz^4} - \frac{J_c}{Q_r J_s} y_r = - \frac{M_r w_0 + \left(\sum_{1 \dots (r-1)(r+1) \dots k} Q_r p_r \right)_{x=a_r}}{Q_r EJ_s} - \frac{M_r \alpha}{Q_r EJ_s} z \quad (38)$$

Q_r は (30) 式と同じ。

stiffener 全長を $2l_s$, 右辺第一項 $= w_r(\text{const.})$, $-\frac{J_c}{Q_r J_s} = 4\lambda^4$, $-\frac{M_r \alpha}{Q_r EJ_s} = \beta$ とおけば (38) 式は

$$\frac{d^4 y_r}{dz^4} + 4\lambda^4 y_r = w_r + \beta z \quad (39)$$

$$\therefore y_r = \frac{w_r + \beta z}{4\lambda^4} + \cos \lambda z [B_1 \cosh \lambda z + B_2 \sinh \lambda z] + \sin \lambda z [B_3 \cosh \lambda z + B_4 \sinh \lambda z] \quad (40)$$

B_1, \dots, B_4 は次の条件より決める。即ち C, D 点で $y_r = 0$, $\frac{dy_r}{dz} = -DEJ_s \frac{d^2 y_r}{dz^2}$,

$\lambda l_s = \gamma$, $\frac{2DEJ_s}{l_s} = \eta$ とおいて,

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{w_r(J_1 + J_2) + \beta(K_1 + K_2)}{L}, & B_2 &= \frac{w_r F + \beta(G_1 + G_2 + G_3)}{H}, \\ B_3 &= -\frac{\beta \gamma}{4\lambda^5} \operatorname{cosec} \gamma \operatorname{sech} \gamma - B_2 \cot \gamma \tanh \gamma \\ B_4 &= -\frac{w_r}{4\lambda^4} \operatorname{cosec} \gamma \operatorname{cosech} \gamma - B_1 \cot \gamma \coth \gamma \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

此処で

$$L = \sinh^2 \gamma \cosh^2 \gamma - \sinh^2 \gamma \cos^2 \gamma - \gamma^2 \eta^2 (\sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + \sinh^2 \gamma + \sinh^4 \gamma)$$

$$J_1 = \frac{1}{4\lambda^4} \{ \cos \gamma (\sin^2 \gamma + \sinh^2 \gamma) - \sin \gamma \tanh \gamma (\cos^2 \gamma + \cosh^2 \gamma) \}$$

$$J_2 = \frac{\gamma^2 \eta^2}{4\lambda^4} \cos \gamma \cosh \gamma (\sin^2 \gamma + \sinh^2 \gamma)$$

$$K_1 = \frac{\eta \gamma^2}{4\lambda^5} \sin \gamma \sinh \gamma (\sin \gamma \cos \gamma + \sinh \gamma \cosh \gamma)$$

$$K_2 = -\frac{\eta \gamma}{4\lambda^5} \sin \gamma \sinh \gamma (\sin^2 \gamma + \sinh^2 \gamma)$$

$$H = -L$$

$$F = \frac{\eta \gamma}{4\lambda^4} \{ \sin \gamma \coth \gamma (\cos^2 \gamma \cosh \gamma - \cos^2 \gamma - \sinh^2 \gamma) + \cos \gamma (\cosh^3 \gamma + \cos^2 \gamma + \sinh^2 \gamma) \}$$

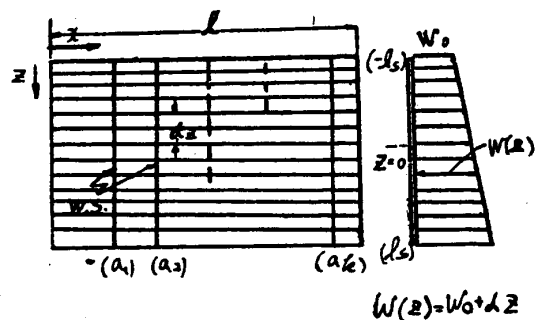


図 13

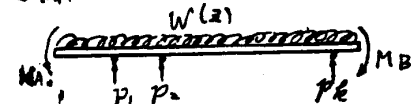


図 14

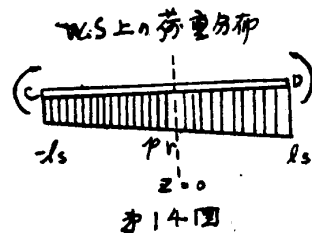


図 15

$$G_1 = \frac{\gamma}{4\lambda^5} \{ \sin^2 \gamma \cos \gamma \sinh \gamma + \sin \gamma \sinh^2 \gamma \cosh \gamma + \sin \gamma \cos^2 \gamma \cosh \gamma + \cos \gamma \sinh \gamma \cosh^2 \gamma \}$$

$$G_2 = -\frac{1}{4\lambda^5} (\sin^2 \gamma \cos \gamma \cosh \gamma + \sin \gamma \sinh \gamma \cosh^2 \gamma)$$

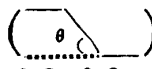
$$G_3 = -\frac{\eta^2 \gamma^3}{4\lambda^5} \sinh \gamma \cos \gamma (\cos^2 \gamma + \sinh^2 \gamma)$$

(40) 式であらわせる k 個の方程式より $p_r (r=1, \dots, k)$ をば, $y_r(z) (r=1, \dots, k)$ 及び z の函数になおし, (36) 式に入れて出来る k 個の方程式を連立せしめれば, $y_r(z) (r=1, \dots, k)$ は z で表わされる。即ち stiffener の撓み方程式が決定される。此の stiffener 方程式の変数 $z=\xi$ として $y_r(z)$ をば, $y_r(\xi)$ で表わし, (40) 式を用いて $p_r (r=1, \dots, k)$ をも ξ で書きなおせる故, 改めて (36) 式の波型母線方程式

$$EJ_0 y(x) = Mw(\xi) + \sum_1^k Q_r p_r \quad (42)$$

に p_r を代入すれば, $a_{r-1} < x \leq a_r$ 間の撓み $y(x)$ が決定される。(42) 式で $M, \sum_1^k Q_r p_r$ は (35) 式と同形一式となる。

B. 数値計算と油槽船内波型隔壁板

(I), (II) で述べた一般的計算は実船に当つては一層簡単な形となる。即ち波の母線方向に直角の web stiffener は 1 本或いは中央に対称に 2 本～3 本の場合が多い。さて波型母線方向を梁の長さとし、一波長を幅とする梁に於ける断面慣性モーメント I_0 は本論文に述べた如く波板の角度 θ  によつて、その有効幅が変化するが、90° のとき $\kappa=0.5$, 60°, 45°, 30° となるにつれ大体 0.4, 0.3, 0.2 と云う数値を取ることがわかつた故, I_0 をそれぞれの角度に対し求めることが出来る。次に波型頂板付き web stiffener の断面慣性モーメント J_s については波板の厚さが大になり、 $\frac{\text{波の高さ}}{\text{波の長さ}}$ が小さくなれば J_s は大になる。亦 web の深さが大になれば J_s も大になることが実験的に云われた⁽⁶⁾。

此の際如何なる数値の有効幅と有効深さを持つた断面に置換して可なりやと云う問題の解決には多数の試験片で波板の厚さ、波の高さと長さ、web の深さ、斜板の傾斜角度を種々変化せしめて行ふ系統的实验の必要が認められる。

実際の数値計算には (I), (II) の厳密解に対し近似解が必要となつてくるが, (31), (39) に於て左辺第二項を無視して求められる解 y_r の係数を未知として、原式 (31), (39) の左辺に入れた等式がスパン中央で成立する様に、未知係数を決定すれば所謂第二近似解が求められ、此の方法により厳密解と近似解との比較を実船で詳しく行つて、第一近似解だけでは不満足でも第二近似解迄行うことにより撓みは可成り厳密解と一致せる結果を得ている⁽⁶⁾。これは web stiffener の J_s が割合いに小さく、従つて J_s を分母に含む λ が大となり、(31), (39) 式で左辺第二項が無視出来ぬ結果である。

波板についての応力の算定は以上求められた撓みの式を二度微分して曲げモーメントを求めればよいが、web stiffener では別個にこれだけが二次元弾性理論の問題になつていたので改めて取扱わねばならない。

四周条件は実船に於て波板及び web stiffener 共に固定として計算したものと一致した。以上

参 考 文 献

- (1) M. T. Huber : Bau-Ingenieur 1923, 12/13, p. 354.
- (2) 永井一夫, 甲斐敬二 : 水圧をかけた場合のファルトシヨットの強度, 東京大学工学部船舶工学科卒業論文, 1941.
- (3) V. Kármán : Die mittragende Breite, Beitrage z. tech. Mech. u. tech. Phys. 1924, 114~127. 頁。
- (4) 渋谷 敏 : 波板に関する諸問題, 日本航空学会誌 61 号 (昭.15-5)
- (5) " : 波板の剛性に関する実験的研究, 日本航空学会誌 8 卷 71 号 (昭.16-3)
- (6) O. Nissen : Knickversuche mit versteiften Wellblechschalen bei reiner Druckbeanspruchung D. V. L. Jahrbuch 1937 (452/458)
- (7) 林 毅 : 直交異方性板の弾性係数と剛性について, 日本航空学会誌 8 卷 79 号 (昭.16-11)
- (8) 渡辺恵弘 : Corrugated Bulkhead の強度について, 昭 25, 未発表。