

(昭和 32 年 5 月造船協会春季講演会に於て講演)

船の沖待ちとふ頭の利用率等の関係

正員 平 本 文 男*

Ships' Congestion and Efficiency of Port Facilities, etc

By Fumio Hiramoto, Member

Abstract

The exact application of the theory of queues to ships' congestion at port is, if not impossible, very difficult, and may be too complicated to use. More practical way of approach may be an approximate expansion of that theory in limited accuracy.

Wellknown result of Fig. 1 may be approximately corrected by the correction factors C_1 & C_2 given in Fig. 2 & 3. The effect of control of arrival time interval at port and service time at quay can be discussed by these factors. In sec. 5, 6 & 7, actual data of several Japanese ports are analysed.

So called the "Monte Carlo" Method can be benefitially applied to this problem. In sec. 8 examples of application are shown and used to cheque the accuracy of the above approximate method.

1. 緒 言

貨物船の運航採算,あるいは貨物の海上輸送費に及ぼす碇泊日数の影響は可なり大きい¹⁾²⁾。船の大型化,航海速力の増大,船価の増大,さらに荷動きが活発で運賃市況が良くなる程,益々その影響は大きくなる。港における碇泊日数は,船自身だけで無く,あらゆる意味での港湾の設備との関連で定まる。沖荷役の場合にも,舳待ち等の問題はあつたが,ふ頭を利用する場合におこる船の沖待ちは,一航海の所要日数をそれだけ増加し,高価な代償をはらつて得られた航走日数の節減をたちまち無に帰せしめると共に,無為にして待たされると言う心理的な問題や次の航海の予定が狂うなど金銭に換算出来にくい悪影響もあらわれる。沖待ち船を生ずる原因は必ずしも一律では無く,港により,船により,また貨物の事情により異なることも当然考えられる。従つてこれが緩和をはかる為如何なる方法を採用すべきかを,数量的に定めることは可なり困難な問題である。

然し,一般の順番待ちの場合と同じく,過度の沖待ち船を生ずるのは,設備の不足を意味し,ふ頭の利用率ならびにふ頭設備の荷役力は船の犠牲によつて向上する。(第1図)。然しまた,稀に起る船の混み合いを考慮して過大な設備を保有することも経済的に得策では無い。結局,ふ頭設備の数と能力とは,船と港との両者を合せ考えることにより決定すべき問題である。

船の入港時刻(入港間隔)およびふ頭占有時間(主として荷役時間)を完全に制御することは出来ない。これが完全に制御出来るとすれば,ふ頭の利用率が100%の場合といえども,沖待ちを無くす事が出来る。然し両者のうち何れか一方でも予定と違つてくると,ふ頭の利用率が高い程沖待ちの現象があらわれ易くなる。すなわち船の沖待ちの現象は,船の入港間隔およびふ頭占有時間が予定から変化することに依つて起る現象である。

この様な問題としては,電話交換の問題,交通の問題,機械の故障や材料供給の問題などが広く扱われている³⁾。

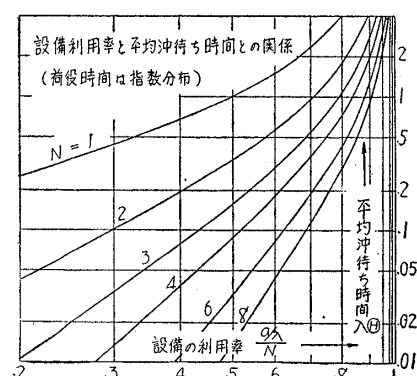
2. 沖待ち現象のモデル化

ある時刻に於ける在港船の数を n , ふ頭はつねに N 隻まで同時接岸可能で船のつけかえは瞬時に行いうるものとする。然らば,港の混み合いの状態は 0 またに正の整数 n で一義的にあらわしうる。状態の数 n は1隻の船が入港することにより1だけ増加し,1隻の船のふ頭占有が終る(荷役が終り出港して行く)ことにより1だけ減少する。 $n \leq N$ の間は沖待ち船は無く, $n > N$ になると n のうち N 隻は接岸中で, $n - N$ 隻が沖待ちしている。さらに簡単化のため N 個のふ頭の能力は同一であるとする。

船の入港間隔およびふ頭の占有時間はいずれもあらかじめ決定することは出来ない。然し各々の分布は其の機構および実績からあらかじめ実用上差支え無い程度にきめる事が出来る。しかも或る船の入港時刻とふ頭の占有時間、ならびに各船の入港間隔もふ頭の占有時間もお互に独立であるとする。

これらの仮定は現実の問題に対しては厳密には当てはまらない場合も多い。たとえば入港船の大きさにより、大船なら1隻で占めるふ頭を小船では2隻同時に接合する場合もあろうし、数時間後に入る特定の船の為にスペースを空けたままで確保して置くと言う場合もあろう。さらに到着時刻によつて荷役（開始）時刻が影響される場合もあろうが、これらは何れも船の沖待ちという現象の根本的な性格を変える様なものではない。

3. 簡単な場合の計算結果

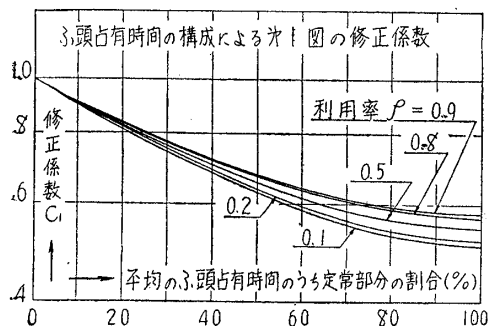


第1図

入港間隔ならびにふ頭占有時間の分布が指数分布をする場合には、統計的平衡状態を考えることにより、混み合いが n である確率 P_n が計算される⁴⁾。これから1隻当りの平均沖待ち時間 Θ とふ頭の利用率 $a/(N\lambda)$ との関係その他が求められる。附録1及び第1図。この図から、緒言に於て述べた「船の犠牲に於てふ頭の利用率が向上する」という事実が一応数量的に読みとられる。尚、貿易量の変化や港が専属する工業力の変化によつて船の平均入港量 a が変化しても；ふ頭の増設により N が変わっても；さらに港湾荷役設備の増設や能力の増強、船の一般配置の改善などに依つて荷役力したがって λ が変わっても、設備の利用率は変化するが、 a , N , 及び λ の変化が沖待ち時間の期待値 Θ に及ぼす影響は夫々異なる点に注意しなければならない。

4. 時間に関する分布型が上記と異なる場合

船の入港間隔およびふ頭占有時間の分布が指数分布と異なる場合には、附録1の統計的平衡条件の式が成立しない。そして、一般的な解法は見出されていない。しかも、その解法が得られたにしろ、実用上便利な形であるとは考えられない。従つて、船の沖待ちの問題の如く、標本の大きさを増すのには可なり時間がかかり、その間の経済事情の変動も予想される様な場合は、むしろ或る程度の近似的な扱いが必要である。ふ頭占有時間を一定と



第2図

した場合に対応する解を F. Pollaczek が与えている⁵⁾。その結果は、利用率 ρ が 90% 程度迄第1図の $\lambda\Theta$ に $1/2$ を乗じたものと殆ど一致する。沖待ちの主たる原因が、ふ頭の利用率ならびに時間的バラツキにあることを考えれば、ふ頭占有時間が定常部分と変量部分とから成る場合の沖待ち時間は上記両極端の場合の中間、すなわち第1図の縦軸の目盛に乗ずべき修正係数は 1.0 と 0.5 の間にあると推定される。設備数 N が1でふ頭占有時間が、定常部分と指数分布をする変量部分とから成る場合に就ては、附録2に示す如く修正係数の値が求められる。その結果を第2図に示す。

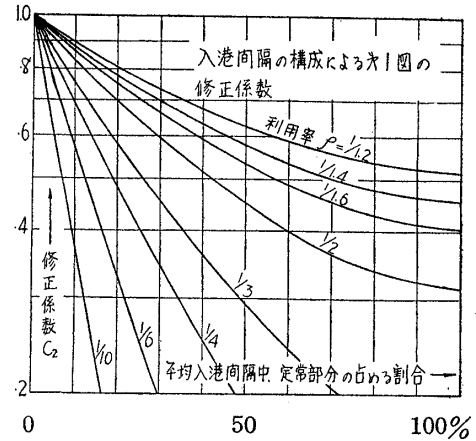
船の入港間隔つまり配船を何等かの方法で統制できれば沖待ちは非常に減少する。入港間隔が全くランダムに定まる指数分布にくらべ、定常部分をもつ事により、所謂“団子配船”を可なり避ける事ができる為である。設備数 $N=1$ 数の場合に就て、入港間隔に定常部分が加わつた場合を附録3及び第3図に示す。今度は前の場合と異り、設備の利用率 ρ による差異が非常に大きい。また、定常部分の占める割合を以てコントロールの度合をあらわすものとすれば、同程度のコントロールに対し、入港間隔を制御する効果ははるかに著しいことが分る。

設備の数が2以上の場合及び時間に関する分布が他の形をとる場合は、前述の如く一般的な取扱いはむずかしいが沖待ちの場合は短期間の小標本では標本平均が母平均と大きな差異もありうるし、さらに必要なのは $\lambda\Theta$ の精密な値ではなく、その傾向あるいはオーダーである。それゆえ、一般の場合に対しても、近似的には、第1図

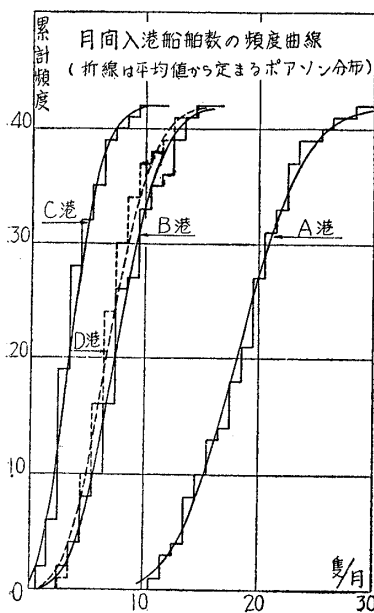
から求めた $\lambda\theta$ に第2または第3図の修正係数を乗ずることにより、沖待ちの推定値としうる場合が多い。この事は後述のモンテカルロ法による幾つかの計算結果からもたしかめることが出来た。さらに、船の採算に関係するのは $\lambda\theta$ 自身ではなく $(1+\lambda\theta)/\lambda$ で示される全碇泊日数、利用率 ρ の時の港の碇泊延日数の暦日に対する比 $N\rho(1+\lambda\theta)$ であるから、これらの推定の誤差率は小さくなる。

5. 船の入港間隔の分布について

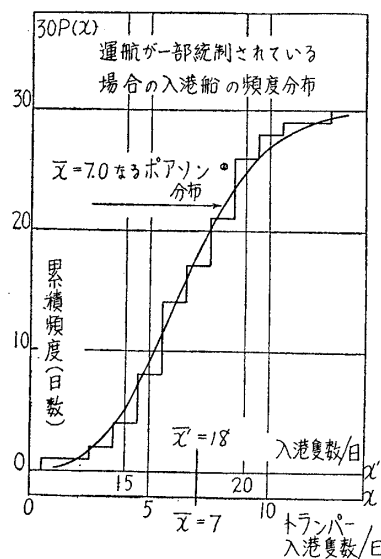
不定期船の場合は、個口の船がお互に連絡なく到着する。すなわち、その直前に他の船が入港したのが1時間前であろうと、1週間前であろうと関係なく、お互いに独立に入港する。此の様な場合には、一定期間内の入港船の隻数はポアソン分布をし、入港間隔は指数分布をする。A～Dなる製鉄所の港に輸入鉄鉱石を積んで入ってきた船の実績から、戦後の工業力の回復期及び朝鮮動乱期を除いた昭和26年4月～27年2月、及び27年9月～30年3月の42ヶ月分のデータを夫々同一母集団の標本と認めれば、各港ともこの仮定によく適合している。(第4図)。尚4港を総合してカイ自乗検定を行うと、自由度16、 $\chi^2=17.01$ すなわち Goodness of Fit は約40%である。



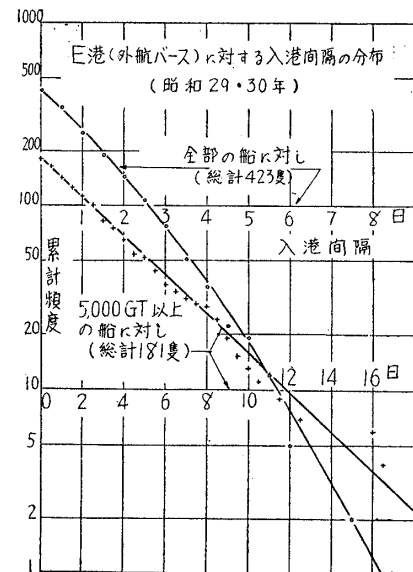
第3図



第4図



第5図



第6図

表 1

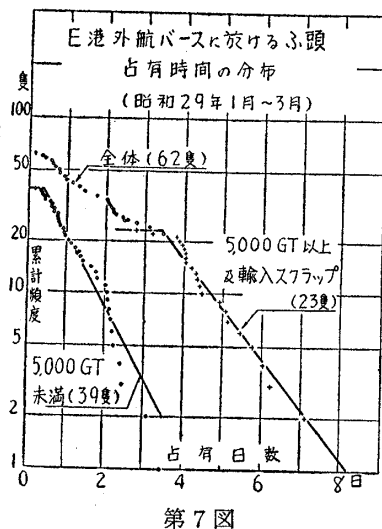
ラップにおける入港船の分布
昭和28年12月～30年7月

隻/日	実績	ポアソン分布
0	398	411
1	156	132
2	12	21
3	0	2
計	566日	566日

平均 = 180隻 / 566日 = 0.316隻/日

入港船の一部がコントロールされている場合、すなわち、定期船が混っている場合には、一定期間内の入港隻数のうち一部分は常数になる。大連港における1ヶ月間の沖待ち船の数から入港隻数を逆算した値(福島三七治港湾特論, 28頁)を用い、1日平均入港隻数18.0隻のうち11隻が定期的な性格を有するとすれば第5図の如き実績と計算値との比較がえられる。不定期船の場合でも積地の場合には、港が混んでくると配船を控えるので、入港間隔の独立性が失われる場合もあり、ポアソン分布に適合しない。(表1)同じ設備を外航船と内航船とで共用する様な場合は、両者の分布がたとえ簡単な場合でも、合せたものは単純では無い(第6図)。然し、沖待ちが問題になる利用率の高い場合には、外航パースには内航船のつく事は殆ど無くなり、到着間隔は指数分布に近づく。さらに具体的な場合に就いて数値計算等を行う上では、分布型が複雑であつても少しもさし支えは無い。

6. ふ頭占有時間の分布について



第7図

表 2

港名	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
	沖待ち率 (%)	設備利用率 (%)	設備利用率 (%)	設備利用率 (%)	設備利用率 (%)	設備利用率 (%)	その解釈
A	230	171	46	62	37	2.9	設備数3にやや不足
B	254	82	64	72	35	1.8	2
C	157	66	40	60	224	1.8	2
D	123	81	43	61	20	2.0	2

註: ① 沖待ち率 (%) = (延正係船日数) ÷ (延正係船日数) × 100
 ② 設備利用率 (%) = (延正係船日数) ÷ (30 × 設備数) × 100
 ③ 設備利用率 (%) = (延正係船日数) ÷ (30 × 設備数) × 100
 ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

ふ頭占有時間の分布は、入港間隔の分布程簡単では無い。すなわち、貨物の量・種類、設備の使用法、荷役の種類等比較的小数のしかも1ヶでは無い主要因子に左右され、単一の分布型を示さないであろう。然し製鉄所のふ頭で鉱石・石炭の陸上げを行う様な場合は、条件が比較的簡単化される。E港の例(第7図)をみても、適当に層化すれば、一定値にランダムな部分加わつたものとして扱うことが出来る。A~D港の鉄鉱石揚荷実績からも附録4に示す如く、正確な検定では無いが、仮定の適当なことが推定できる。

7. 沖待ち実績との照合

設備数 N は夫々の港で、ふ頭の長さ、荷役機械の配置や数、入港船の大きさ等で定まる。然し実際には状況により同一設備に2隻の船をつなぐことも、3, 4 隻つける場合もある。またこの時の占有日数の標準が同じであるとも言切れない。現実に出ている沖待ちの現象と、条件を簡単化し、さらに近似的な取扱いをしている計算結果とでは、総合的な適合性の検定をして置かなければならない。

電話の交換や、駅の窓口の混み合いと異り、標本の大きさを増しにくい本問題の場合、利用率や平均沖待ちの推定にも当然免れ得ない誤差が可なり大きい。さらに N の値に就ても上記の様な事情がある。故に実績との照合はむしろ標本から得られる利用率と沖待ちの値から数港に就て N の推定を行い実情に近い事を示した方がよい。A~D港の実績から得られた表2の結果は、各港当時の実情に略々相当している。

利用率が広い範囲に変化したとき、沖待ちの期待値のうごきを実績から調査することは更に困難である。蓋然率に左右される入港船の量、従つて設備の利用率の変化が、経済的・季節的な変動にくらべて短期間(例えば1ヶ月)では小さいとは言えない。また沖待ちの量自体も、前の期間の影響が大きい場合もある。然しまた、長期広範囲の資料にも種々の原因が混入し、結果の正しさを必ずしも増さない場合もある。E港外航バースの昭和29年及び30年、24ヶ月の月間利用状況を第8図に示す。この港の場合 N は原則として2であるが、同時接岸船が3, 4の場合も少くは無い。また前記の如く、外航船のほかに相当数の内航船も共用している。また利用率が高くなれば、或る程度配船のコントロールも行われている。それゆえ修正係数の推定も困難であるが、 $1/3$ 及 $1/4$ として $N=2$ に対する沖待ちならびに碇泊延日数の線を記入している。沖待ちの発生する機構からみて、実績点の数が線の下側に多いのは当然だが、利用率が過度に高いときは、沖待ちを減少させる為に特別の処置がとられていることにも原因がある。数字的に正確な計算の当否は分らないが少くとも、変化の傾向は示しているといえよう。

8. モンテ・カルロ法による沖待ちの計算

2に示したモデルを考えると、任意の時間分布の場合、乱数を数値計算過程にもちこむモンテ・カルロ法によつて、港の混み合いの状況を出現させて数値的に解くことができる。沖待ちの様な問題では、同一条件に対して要求される計算の回数は、たかだか1,000のオーダーで、結果も1ヶタの精度で充分なことが多い。同時に、比較的小さい標本(例えば1ヶ月、 $1/4$ 年)に対し何の位のバラツキが当然含まれるか等も、平均値同様に必要である。1,000や2,000回の計算は、計算機械や統計機械を用いなくても比較的容易である。A港の実績に近い $N=3$ 平均入港間隔1.6日、埠頭占有時間の平均値2.8日に対する計算の一部ならびに其の結果を示す。これらから、近似法の精度ならびに短期間の標本平均のバラツキを知ることが出来る。(第9図、表3、第10図、表4)。

9. 結 語

港における船の沖待ちの現象が、簡単なモデルに対する順番待ちの理論で一応の説明が出来、また数量化され

ることが分つた。設備能力の僅かの増強、あるいは管理法の僅かの改善が、沖待ち減少に与える効果が非常に大きい事も示された。同時にある平均の利用率に対して、短期間には当然の現象としてかなりの混み合いもやむを得ない事も数量的に示された。一般論としては第1～3図などを用い、あるいはモンテ・カルロ法による計算で沖待ちを議論することが出来るが、特定の港の設備力を論ずる場合には、これだけで推定するのは危険である。用いたモデルが簡単である為、沖待ちに影響するその他の種々の原因を除外してあることに注意しなければならない。この事は、上記の方法はあくまで比較計算の用に供すべき事を示している。

モンテ・カルロ法は第8節に示した如く、使用条件等が或る程度複雑化しても用いる。従つて、一般に船台クレーンの利用率とか、倉庫の最低ストック量とかの問題を扱うにも便利であり、沖待ちの問題でも、厳密な一般解を求めるのよりも実用性に豊んでいる。

デマレージやデスパッチの定めはあるが、船としては港の設備が完備して、沖待ちなどの少いことが当然のぞまれる。荷主あるいは港の所有者としても、運賃の自由競争を認めれば、多少の時間的な遅れはあつても、碇泊日数の減少によるチャーターペースの上昇のある部分は必ず還元される。最適の設備量は、設備に対して支払われる金額と運賃の形で支払

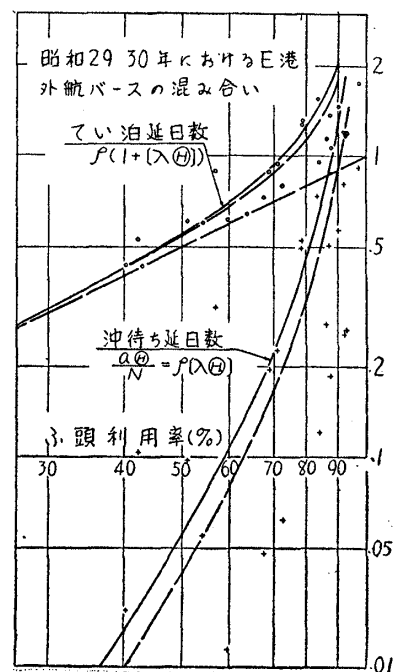
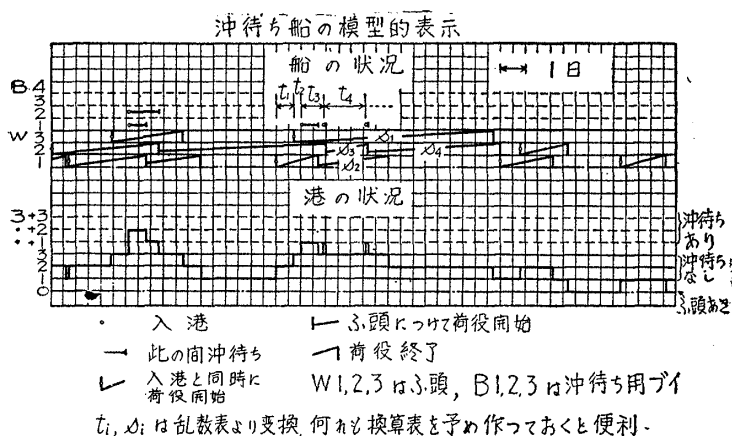


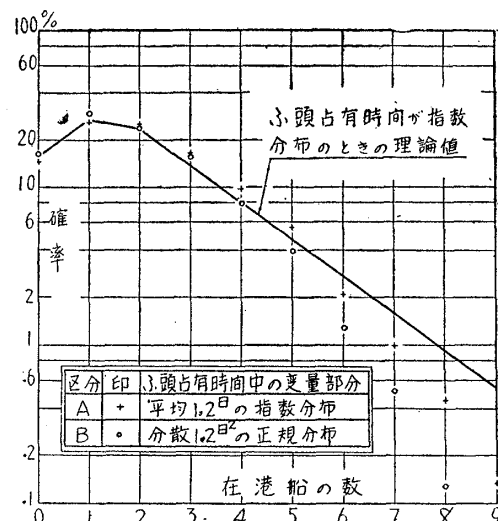
図8



第9図

第3表 モンテカルロ法による計算の総合表例

区切り	在港船(前役中)	在港船(前役中)の他は沖待ち中	合計	沖待ち日数	沖待ち率
10日	0	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	70.0	11.9 22.4 122.7 0.97	
1	12.2 15.3 20.1 12.8	7.3 2.3	•	122 16.3 118.9 0.05	
2	4.7 28.0 21.0 8.4	4.2 3.1 .6	•	9.2 23.5 124.6 0.74	
3	12.5 13.9 20.1 16.5	4.9 2.0 .1	•	3.5 11.2 94.6 0.37	
4	14.1 28.4 16.3 7.7	3.5	•	10.4 22.3 124.2 0.84	
5	9.4 19.3 19.0 13.4	7.4 1.5	•	34.2 24.4 112.8 3.03	
6	16.6 18.4 10.6 7.0	7.8 4.2 3.7 1.6 .1	•	27.8 23.7 139.5 1.99	
7	9.7 14.8 21.8 11.3	4.5 3.3 3.0 1.1 .1	•	26.3 34.4 139.7 1.88	
8	10.4 13.9 11.3 17.5	9.6 5.2 2.1	•	6.8 13.9 112.6 0.60	
9	10.0 21.3 24.8 9.4	2.3 2.1 .1	•	6.3 13.1 94.6 0.67	
10	20.0 18.5 18.4 7.7	4.5 .9	•	30.0 32.1 140.2 2.14	
11	7.8 16.3 13.8 16.2	7.7 3.8 2.9 1.5	•	64.9 37.8 162.7 3.99	
12	2.0 11.1 19.1 11.0	9.8 5.1 5.1 4.6 2.0 .2	•	10.0 20.0 121.2 0.83	
13	8.9 21.0 20.1 11.0	8.0 1.0	•	11.7 14.3 107.6 1.09	
14	14.8 17.1 23.8 6.7	5.2 .7 1.7	•	20.9 38.1 152.1 1.33	
15	2.9 15.2 13.8 21.0	13.3 3.8	•	4.3 15.2 111.1 0.39	
16	12.5 19.1 23.2 10.9	4.3	•	57.4 28.0 134.1 4.28	
17	11.1 14.7 19.2 10.0	4.7 3.5 1.5 2.2 4.2 1.9	•	22.6 18.9 105.5 2.14	
18	13.1 27.2 10.8 7.7	5.0 1.8 3.6 .8	•	14.0 19.0 117.2 1.19	
19	8.3 25.2 17.5 9.4	6.2 2.4 1.0	•	27.9 34.0 152.1 1.83	
20	4.7 12.5 18.8 13.4	15.3 3.3 2.0	•	13.8 22.3 125.7 1.10	
21	8.4 19.8 19.5 13.0	5.8 2.5 1.0	•	38.4 37.8 155.6 2.47	
22	5.3 11.6 15.3 15.8	12.4 4.9 2.6	•	41.0 33.8 141.5 2.90	
23	7.9 16.5 11.8 13.4	10.6 2.5 3.9	•	1.0 9.7 87.2 0.11	
24	19.5 23.5 17.3 8.7	1.0	•		
合計	246.8 429.6 427.4 279.9	165.3 59.9 34.9 16.5 7.5 2.2	1168.0	506.5 566.2 2993.0 1.692	



第10図

表4

	予 定 (母数)		計 算 実 績 (標 本)	
	A	B	A	B
平均入港間隔 日/隻	1.6		1.680 1.086	= 1.55 1.796 = 1.66
1. 艘占時間 日/隻	2.8		2.993 1.086	= 2.76 3.001 = 2.78
3. 頭利用率	$\frac{2.8}{3} \times \frac{1}{6} = 0.584$		2.993 3.1680	= 0.594 3.001 = 0.557 3.196
沖待ち率	$\frac{0.268 \times 0.63}{0.169} = 0.965$		0.268 2.993	= 0.169 2.937 3.001 = 0.131

†: 表1図より, *: 表2図より

われる金額との和が最小になる条件で決定され、両者が略々等しい附近である。その時の利用率の値はさまざまな条件により定まり、全然本論文の範囲外であるが、人件費の高価な米国の鉱石陸揚げ港の設備などは、著しく低い利用率で運営されている様子である。

最後に、本篇で用いた各資料は、八幡及び富士製鉄嘱託 沢 正治氏に依るものである事を記し、同氏ならびに各社に謝意を表するものである。

附 録 1⁴⁾

設備の数を N 、状態の数を n 、状態の数が n である確率を P_n 、単位時間当りの平均入港隻数を a 、ふ頭占有時間の平均値を $1/\lambda$ とすれば、入港間隔及びふ頭占有時間の分布が指数分布をなす場合は、微小時間 dt の間に1隻の船が入港する確率は adt 、現在ふ頭にある1隻の船が dt の間に占有を終つて出て行く確率は λdt で何れも t に依らない。

ゆえに、 adt と P_1 との積 aP_1dt は dt の間に $n=1$ から $n=2$ に変る確率、 $n=3 \leq N$ のとき $3\lambda dt$ は接岸中の船3隻のうち、何れかが占有を終る確率。故に $3\lambda P_3dt$ は $n=3 \leq N$ から $n=2$ に変る確率。従つて両者の和 $(aP_1 + 3\lambda P_3)dt$ は $n=2$ に変つてくる確率をあらわす。同様に、 $(a + 2\lambda)P_2dt$ は dt 間に $n=2$ から変つて行く確率をあらわし、統計的平衡状態を考えれば両者は等しい。ゆえに

$$aP_1 - (a + 2\lambda)P_2 + 3\lambda P_3 = 0$$

同様にして一般に、

$$\left. \begin{aligned} -aP_0 + \lambda P_1 &= 0 \\ aP_{n-1} - (a + n\lambda)P_n + (n+1)\lambda P_{n+1} &= 0 \quad 1 \leq n \leq N-1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$aP_{N-1} - (a + N\lambda)P_N + N\lambda P_{N+1} = 0 \quad N \leq n \quad (2)$$

(2) 式は $n \geq N$ のときは常に N 隻の船がふ頭にあることをあらわしている。さらに

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1 \quad (3)$$

$$(1) \text{ から } P_n = \frac{(a/\lambda)^n}{n!} P_0 \quad n \leq N-1$$

$$(2) \text{ から } P_n = \frac{1}{N! N^{-n}} \left(\frac{a/\lambda}{N} \right)^n P_0 \quad n \geq N \quad (4)$$

これらを (3) に代入すれば

$$\frac{1}{P_0} = e^{a/\lambda} + \frac{1}{N - a/\lambda} \frac{(a/\lambda)^N}{(N-1)!} - \sum_{n=N}^{\infty} \frac{(a/\lambda)^n}{n!} \quad (5)$$

が得られる。実用上は設備の利用率が過度に大きい場合を除き、大きい n に対する P_n の値は P_0 にくらべて急激に小さくなり (5) 式の無限級数項を無視することが出来る。

$N \geq n$ であれば沖待ち中の船は無いが、 $n > N$ であれば $n - N$ 隻が沖待ちしている。故に、単位時間内の沖待ちの延べ時間は

$$\sum_{n=N+1}^{\infty} (n - N) P_n$$

1 隻当りの平均沖待ち時間 Θ は

$$\Theta = \frac{1}{a} \sum_{n=N+1}^{\infty} (n - N) P_n$$

(4) を代入すれば

$$\Theta = \frac{N^{N-1}}{\lambda \left(1 - \frac{a}{\lambda N}\right)^2} \frac{\left(\frac{a}{N\lambda}\right)^N}{N!} P_0 \quad (6)$$

さらに入港して来た船の沖待ち時間が t を超える確率 $M(t)$ 、短いにせよ長いにせよとにかく沖待ちの起る (t が 0 を超える) 確率 $M(0)$ 、沖待ちの起らなかった船を除外し、沖待ちする船だけに就てとつた平均沖待ち時間 Θ' などが次の如く計算される。

$$\left. \begin{aligned}
 M(t) &= P_0 \frac{N^N \left(\frac{a}{N\lambda} \right)^N}{\left(1 - \frac{a}{N\lambda} \right) N!} e^{-N \left(1 - \frac{a}{N\lambda} \right) t} \\
 M(0) &= P_0 \frac{N^N \left(\frac{a}{N\lambda} \right)^N}{\left(1 - \frac{a}{N\lambda} \right) N!} \\
 \Theta' &= \frac{\Theta}{M(0)} = \frac{1}{N\lambda \left(1 - \frac{a}{N\lambda} \right)}
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

P_0 は設備の数 N と利用率 $a/(N\lambda)$ とによつて定まるから、(6) 式はふ頭占有時間の平均値 $1/\lambda$ を単位として測つた1隻当りの平均沖待ち時間 $\lambda\Theta$ は設備の数 N と設備の利用率 $a/(N\lambda)$ とによつて定ることを示している。 $N=1\sim 8$ の計算結果を第1図に示す。

(5) 式の第1項だけをとつて

$$P_0 \doteq e^{-a/\lambda}$$

とした沖待ち時間の式

$$\lambda\Theta \doteq \frac{(\rho e^{-\rho})^N}{(1-\rho)^2} \frac{N^{N-1}}{N!} \quad (6')$$

$$\text{但し } \rho = \text{利用率} = a/(N\lambda)$$

は $\lambda\Theta$ の値が大きく出るが、 ρ が 70%、 $\lambda\Theta$ が 0.5 を超えない範囲では、誤差の最大は 10% 程度で、一般に便所、洗面所、待合室その他の設備の効果を論ずるのに便利な式である。

また(7) 式の最後の式は、設備の余裕率が小さくなると、如何に沖待ちが増大するかを簡明に示している。

附 録 2⁶⁾

設備の数 $N=1$ で、ふ頭占有時間が一定部分と指数分布をなす可変部分とから成る場合には、沖待ち船の許容最大量を n 、設備が空いている確率を P_{n+1} 、(1 隻の) 船が接岸して居り沖待ち船の無い確率を P_n 、 r 隻が沖待ちしている確率を P_{n-r} とし、最大沖待ち船の隻数 $n \rightarrow \infty$ (即ち $r \rightarrow \infty$) の場合を考えれば、次の式が成立する。

$$\left. \begin{aligned}
 P_n &= \left(\frac{\alpha}{1-\beta} \right)^{n-1} p_0' T_0' + \left(\frac{\alpha}{1-\beta} \right)^{n-1} \frac{\alpha}{1-\gamma} p_0' T_0 \\
 P_{n-1} &= \left(\frac{\alpha}{1-\beta} \right)^{n-2} p_0' T_0' + \left(\frac{\alpha}{1-\beta} \right)^{n-1} p_0' T_0'' \\
 P_{n-2} &= \left(\frac{\alpha}{1-\beta} \right)^{n-3} p_0' T_0' + \left(\frac{\alpha}{1-\beta} \right)^{n-2} p_0' T_0'' = P_{n-1} \frac{1-\beta}{\alpha} \\
 &\dots\dots\dots \\
 P_{n-r} &= P_{n-1} \left(\frac{1-\beta}{\alpha} \right)^{r-1} \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに a : 単位時間内の平均入港隻数

a_1 : 平均荷役時間のうちの定常部分

$1/\lambda_1$: 同上変量部分の平均値

$$\left. \begin{aligned}
 \text{とすれば} \quad \alpha &= \frac{\lambda_1}{a + \lambda_1} e^{-aa_1} \\
 \beta &= \frac{1}{a(a_1 + 1/\lambda_1)} (1 - \alpha) \\
 \gamma &= \alpha \\
 T_0' &= T_0 = \frac{1}{a} \left\{ 1 - \frac{\lambda_1}{a + \lambda_1} e^{-aa_1} \right\} = \frac{1}{a} (1 - \alpha)
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$T_0'' = \frac{1}{a} \left\{ 1 - \frac{1}{aa_1 + a/\lambda_1} + \frac{\lambda_1 e^{-aa_1}}{(aa_1 + a/\lambda_1)(a + \lambda_1)} \right\} \quad \left. \vphantom{\frac{1}{a}} \right\} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{a} (1 - \beta)$$

故に1隻当りの平均沖待ち時間と平均のふ頭占有時間との比 $[\lambda\Theta]$ は

$$[\lambda\Theta] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n-1} + 2P_{n-2} + 3P_{n-3} + \cdots + rP_{n-r} + \cdots}{P_n + P_{n-1} + P_{n-2} + P_{n-3} + \cdots + P_{n-r} + \cdots}$$

$$= \frac{P_{n-1}}{P_n} \frac{1 + 2\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^1 + 3\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^2 + \cdots + r\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{r-1} + \cdots}{1 + \left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) + \left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{r-1} + \cdots}$$

$$= \frac{P_{n-1}}{P_n} \frac{1}{1 - \frac{1-\beta}{\alpha}}$$

$$= \frac{1-\beta}{\alpha} \frac{1}{1 - \frac{1-\beta}{\alpha}} \quad (11)$$

すなわち、この場合の $[\lambda\Theta]$ は (9) により α 及び β を計算すれば (11) から求められる。尚 $a_1=0, \lambda_1=\lambda$ すなわち、指数分布のときは

$$[\lambda\Theta] = \frac{a/\lambda}{1 - (a/\lambda)} = \frac{\rho}{1 - \rho} = \lambda\Theta$$

で $\frac{1-\beta}{\alpha}$ が利用率 ρ に対応していることが分る。また、 $\lambda_1=\infty$ の場合は、利用率 $\rho=aa_1$ であるから、

$$\frac{1-\beta}{\alpha} = \frac{\rho - (1 - e^{-\rho})}{\rho e^{-\rho}}$$

従つて $0 < \rho < 1$ の範囲内で $\rho/(2-\rho)$ と略々等しく、これを (11) に代入すれば

$$[\lambda\Theta] \doteq \frac{1}{2} \frac{\rho}{1-\rho}$$

すなわち、指数分布の場合の約 $1/2$ になる。中間の場合を利用率及びふ頭占有時間のうち定常部分が占める割合毎に示せば第2図の如くなり、利用率 ρ によつては、あまり変化が無いことが分る。

附 録 3⁶⁾

設備の数 $N=1$ で、ふ頭占有時間は平均値 $1/\lambda$ なる指数分布、入港間隔は定常部分 τ と平均値 $1/a$ なる指数分布をなす可変部分との和と仮定すれば、附録2と同様にして、平均のふ頭占有時間 $1/\lambda$ を単位とした沖待ち時間の期待値 $[\lambda\Theta]$ は

$$[\lambda\Theta] = \frac{\frac{\alpha}{1-\beta}}{1 - \frac{\alpha}{1-\beta}}$$

$$\text{但し } \alpha = \frac{a/\lambda}{1 + (a/\lambda)} e^{-\lambda\tau}$$

$$\beta = \frac{1/\lambda}{\tau + (1/a)} (1 - \alpha)$$

$$\text{埠頭の利用率 } \rho = \frac{1/\lambda}{\tau + (1/a)}$$

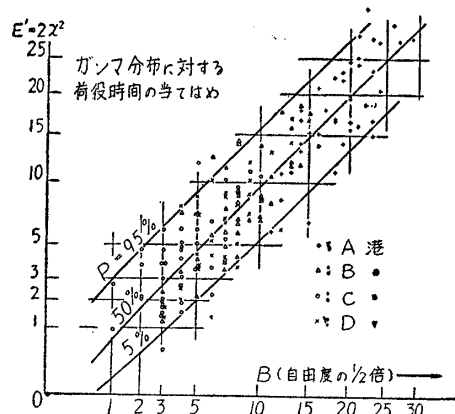
これより、平均入港間隔 $\tau + (1/a)$ のうち定常部分 τ が占める割合が増加すると $[\lambda\Theta]$ が $\tau=0$ の場合の $\lambda\Theta$ から何の様に变化するかが分る。その結果を第3図に示すが、ふ頭占有時間の分布が变化した場合に比し、利用率 ρ の影響が大きいこと、並びに配船の統制の効果は可なり著しいことが分る。

附 録 4

ふ頭占有時間 t のうち定常部分を a とし、 $\tau=t-a$ が指数分布 (母平均 $1/\lambda$) をするとすれば、 $\lambda\tau$ を N 個

加えたものは自由度 $2N$ のカイ自乗分布をし、 τ の母平均は N/λ 母分散は N/λ^2 である。ゆえに N 個の t の標本平均、不偏分散から λ 及び a が推定しうる。ゆえに B 隻の船のふ頭占有時間の合計が E であつたというデータから、 λ 及び a の推定値 λ' , a' を用いて得られる $E' = \lambda'(E - Ba')$ の分布はカイ自乗分布と考える。測定例が多ければ、 $\sqrt{4E'} - \sqrt{4B-1}$ は平均値 0, 分散 1 なる正規分布に近似される。

A~D 港各 42 ヶ月分のデータ 168 個の点の計算結果を第 11 図に、各港総合計算結果を表 5 に示す。



第 11 図

表 5

港名	月間平均入港隻数	平均荷役日数	内 訳		仮定の適合度判定	
			定常部分 α'	可変部分 λ'	(1) $\sqrt{4T' - 4N - 1}$	(2) $\sqrt{4T' - 4N - 1}$
A	19.05	2.689	1.453	1.236	-0.097	1.030
B	8.41	2.915	1.054	1.861	-0.00995	1.063
C	4.24	4.669	2.820	1.849		
D	7.50	3.280	1.858	1.422		

(1) : 0 であるべき値, (2) : 1 であるべき値

文 献

- 1) Rohn, Arther C., "Cargo Handling and Its Relationship to Overseas Commerce" Trans. S. N. A. M. E. 1945
- 2) Delrich, Raymond P., and Buck, Pierpont B., "Research into Cargo-Handling Costs" Marine Engineering/Log Sept., 1956
- 3) McCloskey, Joseph F., and Trefethen, Florence N., "Operations Research for Management" 目崎憲司他訳あり。第 II 部
- 4) 伏見康治 "確率論及統計論" 等。
- 5) 東京工大統計工学研究会編 "統計工学ハンドブック" p.939
- 6) 平本文男 "作業の手待ちについて" 造船協会論文集第 98 号