（昭和 35 年 5 月造船協会春季講演会において講演）

波型隔壁板の塑性力学（第２報）

——横衝撃力を受ける四周支持板の大きな変形——

正員　永　井　保*

Large Plastic Deformations of Corrugated Bulkhead for All Supported Edges under Transverse Impact

By Tamotsu Nagai, *Member*

Abstract

In this report, following the preceding paper, the large plastic deformations of the corrugated bulkhead are discussed under transverse impact at center such as considered inelastic impact when all edges of the bulkhead are supported.

From the view-point of perfect-plastic analysis, we are especially concerned about both maximum deflections and maximum impulsive loads by applying the simplified treatment, in the case of plate material having ideal characteristics of plastic bending moment $M_p(\dot{\theta})$ such as expressed by $M_{p0}\gamma_1(1+\gamma_2\dot{\theta})$ and keeping the ratio of two plastic moments due to bending or twisting, independent of angular velocity $\dot{\theta}$. In theoretical analysis, the shape of impulsive load is assumed rectanguler between impact duration $2T$.

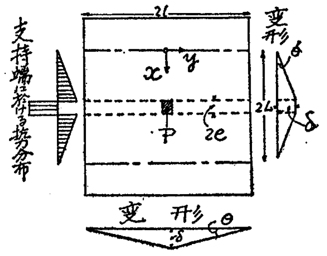
Experiment was carried out using several specimens, and its results were compared with the theoretical results for the large permanent deformations, then the close agreements were obtained.

1. 序　　論

この報告は，非弾性的横衝撃現象の場合に近似理論として完全塑性的解析手段により計算された大きな変形について述べる。衝撃により生ずる大変形におよぼす大きな影響としては歪速度並びに歪硬化がある。したがつてここでは理想材料としてこれらの効果が塑性モーメント M_p に現われると仮定して $M_p(\dot{\theta})=M_{p0}\gamma_1(1+\gamma_2\dot{\theta})$ とした。さらにその材料の特性として２つの塑性モーメントの比，つまり捩れと曲げによるものとの比は $\dot{\theta}$ に無関係であると考えた。そして理論解析では，衝撃荷重形はその作用時間中矩形荷重とした。先ず最大変形と最大衝撃荷重を求める理論式を誘導し，つぎに数種の模型実験を行ない塑性変形を比較したところ，満足すべき結果が得られた。

2. 理　論　解

ここで述べる理論は衝撃荷重下の波型が，その形態を全く有せず，板面内張力が作用し始める以前の状態にのみ適応されるが，理論解を求めるための基礎仮定はつぎのごとくである。すなわち (a) 弾性歪は塑性歪に比し無視できる状態にあり，(b) 剛体の運動をするとした板の各部分は塑性関節で結合される。衝撃後の板の運動を調べるため関節線上では第１図に示されるごとく，曲げによる塑性関節モーメント m_p 捩れによるもの m_p' をもつて，しかも関節線をはさんでヒンヂされたごとく互に回転するとする。



第 1 図

さて，任意の衝撃力が作用した際の最大中央撓みを求める。また衝撃力が次第に大きくなり板面内張力が作用し始めれば，板の部分は波型母線方向の張力

原稿受付　昭和 34 年 12 月 28 日

* 防衛庁技研本部技官

が最も大きくなり，遂に板はその衝撃力の作用下で母線と直角方向に破断する。ここではこの破断寸前の状態を与える衝撃力を最大衝撃荷重と呼ぶことにした。そして四周支持された波型隔壁板が中央部表面積 S に衝撃荷重 P の作用を受けた際の最大撓み並びに変形を求めよう。したがつて変形を第1図に示すごとく線型分布と仮定し，今 y 軸を波型母線方向，x 軸を波型方向に選ぶとすれば，板はある衝撃力下 x 方向にその変形のおよぶ範囲が $2L$ となり，$y=\pm l$ の縁上の支持力分布は次式のごとく与えられる。すなわち対称変形に注意して，単位長さ当りの抗力を r として

$$\left.\begin{aligned} r&=q\ddot{\theta}\,\frac{x}{L-e}\quad (0<|x|<L-e)\\ &=-p+q\ddot{\theta}\quad (2e\ \text{の間}) \end{aligned}\right\}\tag{1}$$

(1) 式中 $2e$ は x 方向 p の作用間隔，$\ddot{\theta}$ は角加速度

さてつぎに（1）式の変形のおよぶ範囲 $2L$ を決める。

§1 L の 決 定 法

最大荷重以下の衝撃力の作用を受けた場合，塑性モーメント m_p, m_p' は，第1図に示されるごとく変形関節線にそつて x 軸，y 軸方向にそれぞれ分布しているものと考えられる。m_p', m_p は同時にここでは torsion あるいは bending によるモーメントである。そして第1図の変形関節線は linge line(1)* と名付けられている。L を求めるためには塑性モーメントによつてなされる内部仕事並びに外部衝撃力による仕事を等置すると

$$\frac{e}{\delta}m_p\tan^{-1}\frac{\delta}{l}+m_p\left[\frac{L-e}{\delta}\tan^{-1}\frac{\delta}{l}-\frac{l(L-e)}{2\delta^2}\log\left(1+\frac{\delta^2}{l^2}\right)\right]$$
$$+m_p'\left[\frac{l}{\delta}\tan^{-1}\frac{\delta}{L-e}-\frac{l(L-e)}{2\delta^2}\log\left(1+\frac{\delta^2}{(L-e)^2}\right)\right]=\frac{P}{4}\tag{2}$$

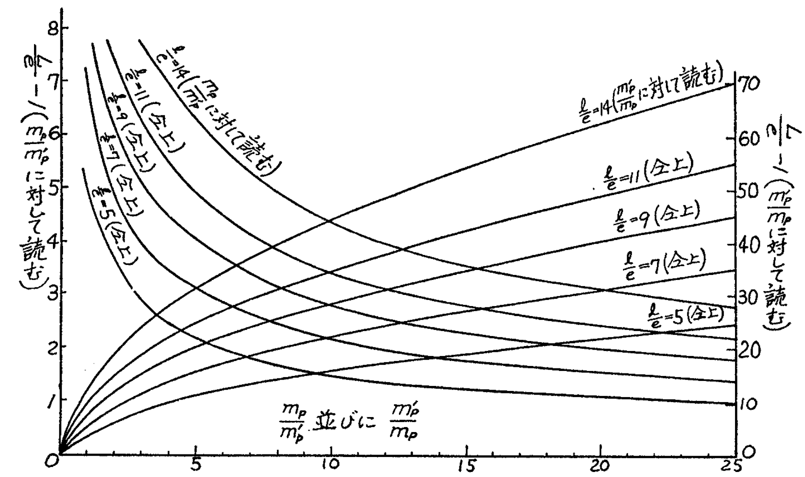
(2) 式中 δ は中央撓みである。さらに L のある有限値のとき P が極限になる条件を導入すれば，すなわち $\partial P/\partial L=0$ を用いて近似的に L はつぎのごとく決定される。

$$L=\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\,l+e\tag{3}$$

すなわち（3）式より L は e と l が既知数のゆえ，近似的に m_p'/m_p 値のみできまる。第2図は与えられた $L/e-1$ と m_p/m_p' との関係曲線を示す。そして（3）式の L 値を（2）式に代入すれば m_p/m_p' は次式で与えられる。

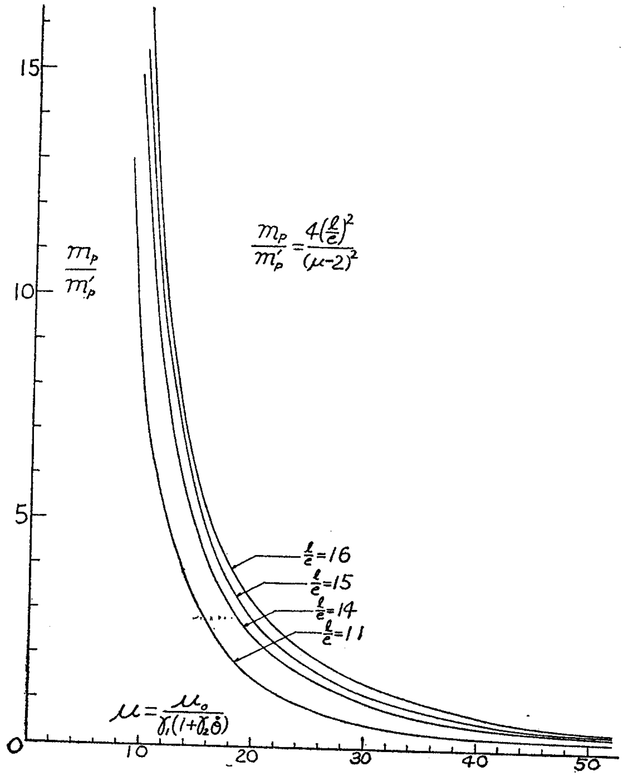
$$\frac{m_p}{m_p'}=\frac{4\left(\dfrac{l}{e}\right)^2}{(\mu-2)^2}\quad \text{ここで}\ \mu=\frac{Pl}{2em_p}\tag{4}$$

そして m_p/m_p' は l/e の与えられた数種の値に対し，第3図に m_p/m_p' と μ との関係曲線として示してある。



第 2 図

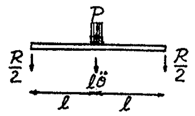
* 参考文献（1）を参照以下同様



第 3 図

§ 2 中央最大撓みの決定法

板の運動方程式を求めるため，支持縁に作用する抗力を各端当り $R/2$ とする。(第4図)



第 4図

板単位面積当り質量を m とし，板の動く部分の質量を m_T とすれば $m_T=4lLm$ となり，運動方程式は

$$m_T l\ddot{\theta}=P+R \tag{5}$$

全抗力 R は（1）式を用いてつぎのごとく得られる。

$$R=2\left[-2pe+2qe\ddot{\theta}+2\int_0^{L-e}q\ddot{\theta}\cdot\frac{x}{L-e}\,dx\right]$$

上式の L に（3）式に得られた L を代入して

$$R=-4ep+2q\ddot{\theta}\left(2e+l\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\right) \tag{6}$$

（5），（6）両式より

$$m_T l\ddot{\theta}=P-4ep+2q\ddot{\theta}\left(2e+l\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\right) \tag{7}$$

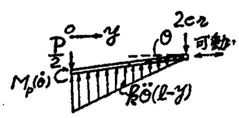
（7）式より恒等的に p, q の値がそれぞれつぎのごとくきまる。

$$p=\frac{P}{4e},\quad q=\frac{m_T}{2\left(2\frac{e}{l}+\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\right)} \tag{7}$$

したがつて支持端縁上単位長さ当りの抗力 r は（1）式に（7）式の p, q を代入してつぎのごとくになる。

$$r=\frac{m_T x\ddot{\theta}}{2(L-e)\left(2\frac{e}{l}+\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\right)}\ (0<|x|<L-e),\quad -\frac{P}{4e}+\frac{m_T\ddot{\theta}}{2\left(2\frac{e}{l}+\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\right)}\ (2e\text{ の間}) \tag{8}$$

つぎに衝撃力 P の作用する幅 $2e$ の梁[2]を取出してこの梁の中央最大撓み，すなわち最大傾斜 Θ_M を求めることを試みる。ただしこの梁に作用する外力並びにモーメントは第5図に示される。この場合幅 $2e$ の両縁にそつては単位長さ当り剪断合力 $k\ddot{\theta}(l-y)$ が分布しているものと仮定する。そして先ずこの k を決定するためこの梁の運動方程式を求める。梁の支持端は軸方向に可動と考えることにする。また抗力は $2er$ でつまり（8）式より



第 5 図

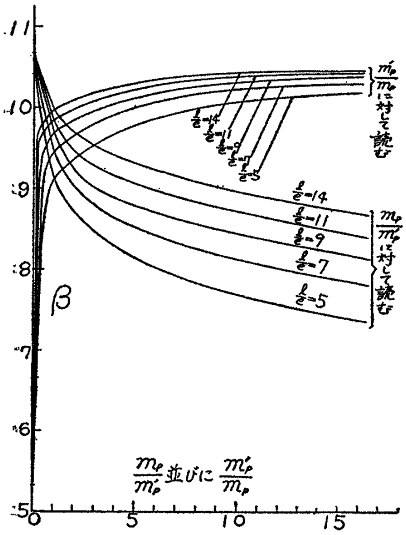
$$2er=-\frac{P}{2}+\frac{m_T e\ddot{\theta}}{2\frac{e}{l}+\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}} \tag{9}$$

梁の中央部は塑性モーメント $M_p(\dot{\theta})$ が作用して自由に回転できると仮定する。さらにこの中央部には $P/2$ が作用する。さて梁の質量の中心に関する運動方程式はしたがつて以下のごとくえられる。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{P}{2}-\frac{k\ddot{\theta}l^2}{2}-\frac{P}{2}+\frac{m_T\ddot{\theta}e}{2\frac{e}{l}+\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}}=m'\left(\frac{l}{\cos\theta}\right)\left(\frac{l\ddot{\theta}}{2\cos\theta}\cdot\cos\theta\right)\\&\frac{P}{2}l-M_p(\dot{\theta})-\frac{k\ddot{\theta}l^3}{12}-\frac{l}{2}\cdot\frac{m_T\ddot{\theta}e}{2\frac{e}{l}+\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}}=\frac{m'}{12}\left(\frac{l}{\cos\theta}\right)^3\ddot{\theta}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

ここで $M_p(\dot\theta)=2em_p(\dot\theta)$, $m'=2em$

(10) 式中 m_p'/m_p はすでに（4）式でえられた通り角速度 $\dot\theta$ には無関係であり只波型寸法，板の材質，P 並びに P の作用面積 S によつてきまる。さて (10) 式の最初の式より衝撃力 P の作用した初期状態では傾斜角 θ がまだ十分小さい範囲内を考えれば k はつぎのごとく近似的に与えられる。



第 6 図

$$\frac{k}{m'}=\frac{\dfrac{e}{l}+\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{m_p'}{m_p}}}{\dfrac{e}{l}+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m_p'}{m_p}}}\ (=\alpha\ とおく) \tag{11}$$

(10) 式の2式を配置しなおし $M_p(\dot\theta)=M_{p0}\gamma_1(1+\gamma_2\dot\theta)$ を代入し θ^4 以上の高次の項を無視すると θ の満足すべき方程式が得られる。

$$\frac{4(\mu_0-2\gamma_1)}{\beta+\theta^2}-\frac{8\gamma_1\gamma_2\dot\theta}{\beta+\theta^2}=\frac{m'l^3\ddot\theta}{M_{p0}} \tag{12}$$

ここで $\beta=\dfrac{2}{3}(1+\alpha)+\dfrac{4\left(\dfrac{e}{l}+\sqrt{\dfrac{m_p'}{m_p}}\right)}{\dfrac{e}{l}+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m_p'}{m_p}}}$, $\mu_0=\dfrac{Pl}{M_{p0}}$

(12) 式の β と m_p/m_p' との関係を l/e の 2,3 の値に対して計算すると第6図のごとくなる。(12) 式を時間に関して積分する。

$0\leq t\leq 2T$ 並びに $2T\leq t$ に分けて論ずると

(1) $0\leq t\leq 2T$

$\dot\theta$ の第1近似値として $\gamma_1(1+\gamma_2\dot\theta)$ の平均効果を与える常数を ρ と仮定してつぎのごとくおく

$$\dot\theta=\sqrt{\frac{M_{p0}}{m'l^3}\cdot\frac{8(\mu_0-2\rho)\theta}{\beta}} \tag{13}$$

(13) 式は初期条件 $t=0$ の時 $\theta=\dot\theta=0$ を満足している。これを (12) 式に代入し $1\gg\theta^2/\beta$ のゆえ θ^2 以上の高次の項を無視して積分すると第2近似値として

$$\left.\begin{aligned}&\dot\theta=\sqrt{D\theta(1-A\sqrt{\theta})}\ をうる。\\&ここで\\&A=\frac{8\gamma_1\gamma_2}{3(\mu_0-2\gamma_1)}\sqrt{\frac{2M_{p0}(\mu_0-2\rho)}{\beta m'l^3}}\ 並びに\ D=\frac{8M_{p0}(\mu_0-2\gamma_1)}{\beta m'l^3}\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

さらに積分して θ がきまる。すなわち

$$2\sqrt{\theta}+\frac{A}{2}\theta=\sqrt{D}\,t\ あるいは\ \theta=\frac{4}{A^2}\left[2+\frac{t}{2}A\sqrt{D}-2\sqrt{1+\frac{t}{2}A\sqrt{D}}\right] \tag{15}$$

$t=2T$ の時角速度 $\dot\theta$ は最大になる。これを $\dot\Theta_M$ としなおこのとき θ を Θ_{2T} とおけば (14),(15) 両式より

$$\left.\begin{aligned}&\dot\Theta_M=\sqrt{D\Theta_{2T}(1-A\sqrt{\Theta_{2T}})}\\&\Theta_{2T}=\frac{4}{A^2}[2+TA\sqrt{D}-2\sqrt{1+TA\sqrt{D}}]\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

(2) $2T\leq t$

t が $2T$ より大になると角速度並びに角度は初期条件として (16) 式をもちつぎのごとく積分される。満足すべき方程式として

$$\frac{-8\gamma_1}{\beta+\theta^2}\cdot(1+\gamma_2\dot\theta)=\frac{m'l^3}{M_{p0}}\cdot\ddot\theta \tag{17}$$

$\dot\theta$ の第1近似値として $\rho=\gamma_1(1+\gamma_2\dot\theta)$ を用い

$$\dot\theta=\sqrt{B(\Theta_{2T}-\theta)+\dot\Theta_M^2},\ ここで\ B=\frac{16M_{p0}\rho}{m'\beta l^3} \tag{18}$$

を (17) 式に代入して第2近似値

$$\dot{\theta}=\sqrt{C(\Theta_{2T}-\theta)\left[1-\theta^2\cdot\frac{1+\frac{\Theta_{2T}}{\theta}+\left(\frac{\Theta_{2T}}{\theta}\right)^2}{3\beta\left(1+\frac{\dot{\Theta}_M\gamma_2}{2}\right)}\right]+\dot{\Theta}_M{}^2}\quad ここで\ C=\frac{16M_{p0}\gamma_1}{\beta m'l^3}\left(1+\frac{\dot{\Theta}_M\gamma_2}{2}\right) \tag{19}$$

をうる。(19) 式の括弧内第2項を無視して積分すると

$$\dot{\Theta}_M-\sqrt{C(\Theta_{2T}-\theta)+\dot{\Theta}_M{}^2}=\frac{C}{2}(t-2T) \tag{20}$$

もし $t=t_e$ のとき θ が最大値 Θ_M に達するとすれば Θ_M は (20) 式より

$$\Theta_M=\Theta_{2T}+\frac{1}{C}\left[\dot{\Theta}_M{}^2-\left\{\dot{\Theta}_M-\frac{C}{2}(t_e-2T)\right\}^2\right] \tag{21}$$

同時にまた $t=t_e$ の時角速度 $\dot{\theta}$ は再び零となるゆえ (19) 式より括弧内第2項を無視して

$$\Theta_M=\Theta_{2T}+\frac{\dot{\Theta}_M^2}{C} \tag{22}$$

逆にまた t_e は (21), (22) 両式を用いて $\dot{\Theta}_M$ のみにて次式にて得られる。

$$t_e=2T+\frac{2}{C}\dot{\Theta}_M \tag{23}$$

すなわち板の変形は衝撃終了後さらに増加し続け変形運動エネルギーが塑性流のために吸収されてゆく。この無負荷中に行なわれる塑性流促進の傾向は $\mu\ (=\mu_0/\gamma_1(1+\gamma_2\dot{\theta}))$ が高くなれば一層顕著に観察される。この理論の適用基準は基礎の仮定条件より求められる。つまり運動する板の塑性関節線においてなされた仕事に比べて板の運動する部分内のモーメント分布が一様に塑性モーメント m_p, m_p' になつたとき得られる弾性エネルギーの方がより小さくなれば，運動する板部分全体を通じ平均して生じうる弾性変形に対し塑性変形が大きくなるのである。したがつて弾塑性板として当然取扱わねばならない板でもその運動中生ずる弾性曲げ歪の分布は大きな塑性曲げ歪に比し無視できることになる。以上の条件は四周支持の波型隔壁板の基本振動周期を $\tau^{(7)}$ とすれば第1報の (10) 式[2]に対応して

$$\frac{\Theta_M m'l^3}{M_{p0}T^2}\gg\frac{\tau^2\Phi}{13T^2} \tag{24}$$

(24) 式中 Φ はつぎのごとく得られる。

$$\Phi=\frac{\frac{2e(1+\nu)\gamma_1(1+\gamma_2\dot{\theta})}{li_{yx}i_y}\left(\frac{m_p'}{m_p}\right)^{3/2}\left(\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}\frac{l}{e}+1\right)\left[i_y+\frac{{}_xi_y}{2(1+\nu)\left[\sqrt{\frac{m_p'}{m_p}}+\frac{e}{l}\right]^2}\right]\left[i_y+\frac{{}_xi_y\left(\frac{m_p}{m_p'}\right)^2}{2(1+\nu)}\right]}{1+\frac{e\sqrt{\frac{m_p}{m_p'}}}{l_M}} \tag{25}$$

ここで ν は弾性域のポアソン比，i_y は波型横断面の1ピッチ間の中性軸周りの2次モーメントを1ピッチ横断面幅にて除したもの。また ${}_xi_y=2tZ^2/1-\nu$ (t は板の厚さ，Z は中性軸より波板の頂底板までの距離)

ある寸法の板に任意の大きさの衝撃力 P が与えられれば (24) 式より衝撃時間 $2T$ の最下値がきまり，この値以上では上述の解は満足すべき結果を与えるものと思われる。なお Θ_M 並びに t_e を Θ_{2T} のみで表わすため (16) 式の最初の $\dot{\Theta}_M$ 表現式を (22), (23) 両式にそれぞれ代入して

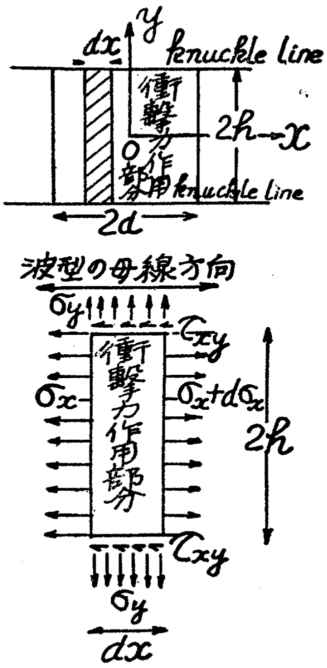
$$\Theta_M=\Theta_{2T}\left[1+\frac{(\mu_0-2\gamma_1)(1-A\sqrt{\Theta_{2T}})}{\gamma_1\{2+\gamma_2\sqrt{D\Theta_{2T}(1-A\sqrt{\Theta_{2T}})}\}}\right],\quad t_e=2\left[T+\frac{m'l^3\beta\sqrt{\Theta_{2T}(1-A\sqrt{\Theta_{2T}})D}}{8M_{p0}\gamma_1\{2+\gamma_2\sqrt{D\Theta_{2T}(1-A\sqrt{\Theta_{2T}})}\}}\right] \tag{26}$$

さらに (16) 式の第2式を併用すれば展開した形でつぎのごとくえられる。

$$\frac{3\beta m'l^3\Theta_M}{2M_{p0}T^2}=\frac{6(\mu_0-2\gamma_1)^2}{\gamma_1\left(1+\frac{\dot{\Theta}_M\gamma_2}{2}\right)}\left[1-\frac{TA\sqrt{D}}{2}+\frac{5T^2DA^2}{16}-\frac{7T^3D^{3/2}A^3}{32}+\cdots\right]\left[1+\frac{2\gamma_1\left(1+\frac{\dot{\Theta}_M\gamma_2}{2}\right)}{\mu_0-2\gamma_1}\right.$$

$$-TA\sqrt{D}+\frac{T^2DA^2}{4}-\frac{T^3D^{3/2}A^3}{8}+\cdots\Bigg] \tag{27}$$

(27) 式は数値計算で後章において収斂性良好なことが証明される。すなわち (27) 式は $\beta m'l^3\Theta_M/M_{p0}T^2$ と μ_0 との関係を示している。Θ_M がきまると最大撓み δ もきまつてくる。つぎに衝撃力 P が増し板面内張力が正に始まらとんするときの μ 値と板が張力の作用のもとで破断する直前の状態に至つたときの μ_M 値について論ずることにする。



第7図

§3 最大衝撃力の決定法

衝撃力 P が十分大きくなり中央部波型がくづれて板になつてしまうと薄板の張力が作用し始める。今中央部衝撃力下は完全に塑性領域内にあると仮定する。第7図に示されるごとくこの状態では板と板との関節線にそつて剪断応力が作用ししたがつて衝撃力作用下面積 $S(=4hd)$ は引張応力と剪断応力との塑性応力場を形成しかつ破断発生は動的降伏条件[3]を満足しつつ誘起されるものと考える。したがつて最大衝撃力は動的降伏条件を満足し以下述べるごとき理由により近似的取扱いをして平面歪状態を仮定し力の平衡方程式を解けば問題は解決される。つまり動的降伏条件として Hodge[3] に従い衝撃力 P を受けた瞬間状態で静的単軸引張降伏応力 σ_0 の代りに動的単軸塑性流応力 σ を用う。そして実際は以上の引張力と剪断力の作用は衝撃時並びにそれ以後板寸法が連続的に変化し続けている以上，非定常塑性流理論にしたがつているのである。したがつて各点の応力並びに歪も連続変化を行なつている。そこで瞬間的状態をとらえ，以上の理論で得られた応力分布を，定常問題として解かれる引抜き帯板のそれと近似的に類似[4]しているものと考える。そして第7図では瞬間的に板幅 $2h$ 長さ dx そして厚さ t の要素を板の部分 $2h\times 2d$ より取出して考えてみる。波型母線方向を x 軸にとつて，垂直応力 σ_x は x 軸に直角な断面上一定であるとし，板と板の関節線上には垂直応力 σ_y と剪断応力 τ_{xy} が作用しているとすれば，x, y 両軸は主応力軸となる。

さて板厚変化の割合は，2主軸方向のそれに比し小さいと考えられるから，平面歪問題として近似的に取扱うことにする。すなわち平面歪条件の下で Mises の降伏状態にあると考えられる。

したがつて

$$\sigma_x-\sigma_y=\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma=\sigma' \tag{28}$$

対称のゆえ，片側だけを取扱う。x 方向の力の平衡は，

$$2hd\sigma_x-2\tau_{xy}dx=0 \tag{29}$$

もし剪断応力 τ_{xy} を長さ $2d$ 間一定にして $\frac{\sigma'}{2}\left(=\frac{\sigma}{\sqrt{3}}\right)$ に等しいと仮定すれば (29) 式は

$$\frac{\sigma_x}{\sigma'}=\frac{x}{2h}+C_1$$

ここで C_1 は積分常数にして端条件 $x=-d$ で $\sigma_y=0$ と (28) 式を用いて決められる。すなわち $C_1=1+\frac{d}{2h}$ となる。したがつて σ_x は

$$\frac{\sigma_x}{\sigma'}=\frac{d}{2h}\left(1+\frac{x}{d}\right)+1 \quad (-d\leq x\leq 0) \tag{30}$$

そして σ_y は

$$\frac{\sigma_y}{\sigma'}=\frac{d}{2h}\left(1+\frac{x}{d}\right) \quad (-d\leq x\leq 0) \tag{31}$$

板厚が変化しない仮定より板面に垂直方向の応力 σ_z は

$$d\epsilon_z=-\sigma_x-\sigma_y+2\sigma_z=0 \text{ より} \tag{32}$$

$$\sigma_z=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}=\frac{\sigma'}{2}\left[\frac{d}{h}\left(1+\frac{x}{d}\right)+1\right] \tag{33}$$

となる。したがつて最大衝撃荷重は単位面積当り (33) 式を用いて

$$\frac{P_M}{S}=\frac{1}{d}\int_{-d}^{0}\sigma_x dx=\frac{\sigma'}{2}\left[\frac{d}{2h}+1\right] \quad \text{と決まる。}$$

ここで S は荷重作用面積。

さらに $\mu_M=P_M l/M_p(\dot{\theta})$ 並びにつぎの

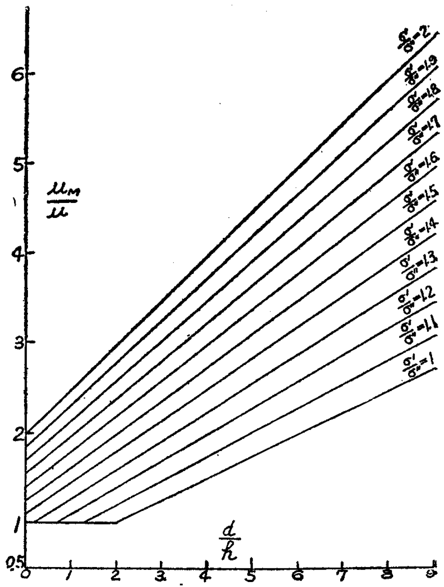
$$\mu=\frac{Pl}{M_p(\dot{\theta})}=\frac{Pl}{M_{p0}\gamma_1(1+\gamma_2\dot{\theta})}$$

(ここで P は板面張力作用が始まる寸前の衝撃力)

の関係を用いて μ_M/μ を求めると

$$\frac{\mu_M}{\mu}=\frac{1}{2}\left(\frac{d}{2h}+1\right)\left(\frac{\sigma'}{\sigma''}\right) \quad \text{ここで } \sigma''=\frac{P}{S} \qquad (34)$$

σ'/σ'' の数種の値に対し μ_M/μ と d/h との関係を第8図に示す。



第 8 図

§4 変形について

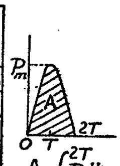
任意衝撃力 P によつて生ずる変形を求めるには，以上述べた事柄にしたがつてつぎのごとく行なう。先ず M_p/M_{p0} の $\dot{\Theta}_M$ ないし μ_0 に対する関係が解かれれば，つぎの値を順次求めることができよう。すなわち [1] (4) 式あるいは第3図より m_p/m_p' [2] (3) 式あるいは第2図より L [3] (26) 式あるいは第10図の曲線1を用い $\beta m'l^3\Theta_M/M_{p0}T^2$ [4] (11) 式あるいは第6図より β [5] したがつて Θ_M [6] 最後に中央最大撓み δ。そこで第1図に与えた変形の仮定にしたがつて発生した全体の変形が製図できることになる。衝撃力 P が大きくなり，前節で詳説したごとく，板面内張力が作用している状態では，先ず (34) 式あるいは第8図を用いて μ_0 を決めなければならない。すなわち合理的な σ'/σ'' 値に基づいて μ_M/μ $(=\mu_{M0}/\mu_0)$ が決められ，その結果 μ_0 が求められるのである。

3 理論値と実験結果との比較

以上得られた理論解を実験結果と比較するために，5個の試験片を作り，生じた永久変形について比較検討を行なつた。実験資料並びに得られた。結果を第1表に示す。材質は軟鋼である。衝撃力と時間との関係はブラウン管オッシログラフで観察し，その結果から△値を求めた。また最大変形を生ずるに要した時間を測定し，衝撃力作用時間の半分 T は (26) 式の第2式を用いて計算した。衝撃直後の速度 v は $v=1$ とおく(2)か，あるいは Newton の戻り係数 e を 0 とおいて(6) 落下錘質量 m と衝撃直前の速度 u を用いて

第1表 実験により得られた資料

試験片番号	波型隔壁板の波型数 (1ピッチを1個と数える)	試験片の全質量 gm	落下錘の質量 gm	落下高さ cm	衝撃寸前の落下錘の速度 cm/sec	中央部分に生じた永久撓み δ cm	$M_{p0}/10^5$ gm·cm	e	l cm	10^2T sec	Δ (右の図を参照)
1	8	288	779	25	221	2.4	1.43	1.25	17.95	1.040	0.630
2	4	227	779	58.4	338	1.68	5.5			0.559	0.510
3	4	138	779	25	221	2.08	1.73			0.866	0.569
4	6	221	779	58.4	338	4.89	1.6			0.825	0.566
5	6	350	3165	58.4	338	4.82	3.0			0.758	0.566



$A=\int_0^{2T}Pdt=\Delta\cdot P_m\cdot 2T$

$$v=\frac{mu}{m+m_s} \quad \text{で与えられる。} \qquad (35)$$

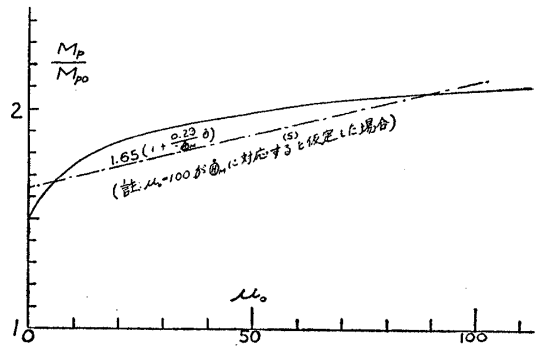
ここで m_s は試験片の全質量

したがつて第2節で云う梁の運動量は

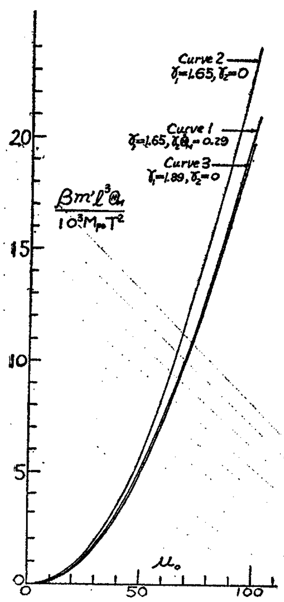
$$\Omega=\left(2\int_0^l m'dx\right)v\frac{x}{l}=m'lv \qquad (36)$$

(36) 式並びに $\Delta\cdot P_m\cdot 2T=\int_0^{2T}Pdt$ を用いると

$$\mu_0=\frac{\Delta\cdot P_m\cdot 2T}{2T}\cdot\frac{l}{M_{p0}}=\frac{\Delta\cdot\Omega}{2T}\cdot\frac{l}{M_{p0}}=\frac{\Delta\cdot m'l\cdot vl}{2TM_{p0}} \qquad (37)$$



第 9 図



第10図

第9図には実験材料の M_p/M_{p0} と μ_0 の関係を示した。この図では $\mu_0=100$ が Θ_M に対応(5)するようにした。第9図をもとにして (27) 式を数値計算すると第10図の曲線1並びに2で比較されるごとく γ_2 の影響を見ることができる。すなわち $\mu_0=50$ において，もし γ_2 を無視すれば γ_2 効果を考慮した値に比し $\beta m' l^3 \Theta_M / M_{p0} T^2$ の値は 6.8% だけ大きくなる。そこで数値計算を簡易化するため $\mu_0 < 100$ の範囲で曲線1と近似する曲線を求めると $\gamma_1=1.89$, $\gamma_2=0$ に対応し，図中曲線3に示したようになる。そして(13)式中 ρ としては 1.89 を用いる。

以上の説明より μ は μ_0/ρ で求められこの実験では ρ に 1.89 を利用した。そして第4節の ［1］より［6］項目までを順次に計算すると第2表のごとくになつた。

第2表 理論値

試験片番号	$m'l$ gm	衝撃後の速度, v cm/sec	μ_0	μ	$\frac{m_p}{m_p'}$	β	L cm	Θ_M rad.	δ cm
1	36	161.3	22.1	11.7	8.24	9	7.51	0.133	2.39
2	56.6	262	22.08	11.7	8.24	9	7.50	0.097	1.74
3	34.5	187.5	22.0	11.64	8.35	9	7.46	0.117	2.10
4	36.7	264	36.9	19.5	2.69	9.5	12.19	0.272	4.88
5	58.4	304.5	36.15	19.1	2.82	9.43	11.95	0.265	4.76

第 11 図には波型中性軸の変形の理論結果を直線で，実測値を点で記入し比較した，試験片 No.1 から No.3 までは板面内張力の作用を受けず，No.4 と 5は，それが作用した場合である。特に No.4 では中央板面に母線方向直角にほんの僅か亀裂が入つた。後者の2例では μ_0 を求めるために No.4 では $\sigma'/\sigma''=1$, No.5では 1.1 を便宜上採用し，第8図を用いて μ_{M0}/μ_0 を求めそれから μ_0 を算出し以下同様な計算を行なつた。そして第 11 図に見られるごとく試験片 No.1 より No.3 までは良好な一致を示したが，No.4 と 5 ではその形態を異にした結果が出たのである。これは波型がくずれ，x 軸方向では板になつて張力が作用すると，波型としての剛性はなくなり普通薄板の曲げの場合と同等になり，永久変形の形態は全体的に抛物線型となるからである。この際，中央最大撓みは板面内張力が正に作用し始めたとき生じた最大撓み δ と変化なく，そしてただ板面内張力が衝撃力作用下の周囲に伝達されて隣接波型がくずれ，撓みは δ と同一量となる。また y 軸方向の変形はなお直線型を保持し実験値は理論値とよく一致した結果を示している。すでに理論解を始めるときに仮定した通り理論は板面内張力の作用しない状態で成立したので今の段階では，ここで得られた理論結果を張力作用の場合に適用することは妥当でないと思われる。

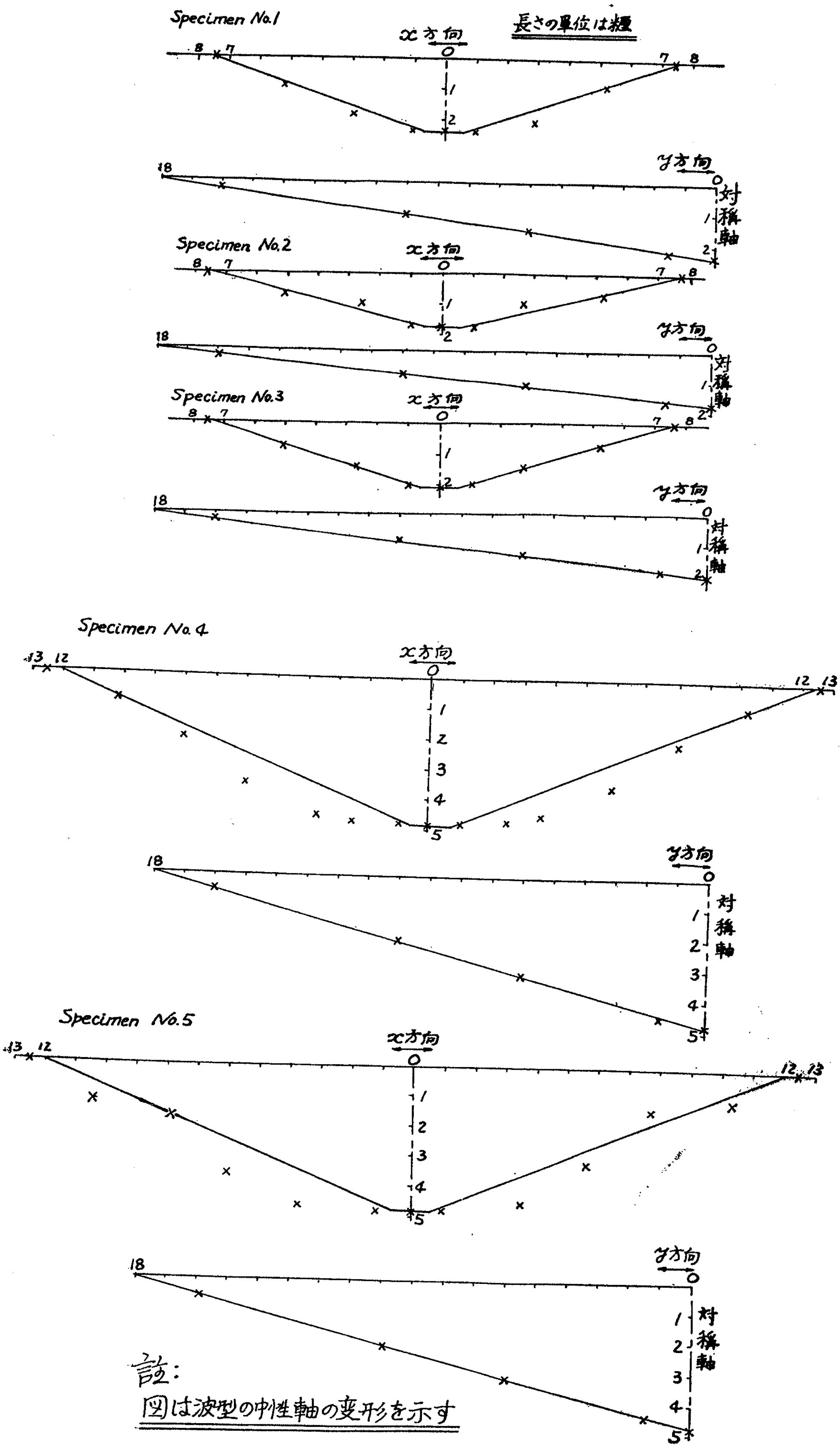
4 結　　語

この報告では波型板の材料が理想的に塑性モーメント $M_p(\dot{\theta})=M_{p0}\gamma_1(1+\gamma_2\dot{\theta})$ に表現される特性を持つている場合新しい要素である2つの塑性モーメントの比 m_p/m_p' を用いての最大変形と最大衝撃荷重とを論じた。そしてまた, 2, 3 の試験片を用いて最大変形の比較を行なつたところ，大体良好な結果が得られたことを示した。

最後にこの研究の一部は文部省科学研究費によつて行なわれたことを附記し厚く感謝するとともにいろいろ御面倒をおかけした当研究所の船体構造研究室諸兄に御礼申上げる次第である。

5. 参　考　文　献

(1) K. Johansen; "Moments of rupture in cross-reinforced slabs," Int. Ass. Bridge and Structural Eng. vol. 1, 1932.
(2) 著者；波型隔壁板の塑性力学（第1報）——横衝撃力による波型梁の大きな変形について——昭和34年秋期造船協会講演会（第 62 期年度）
(3) P. G. Hodge, Jr.; "Approximate yield conditions in dynamic plasticity", Proc. 3rd Midw. Conf. Solid Mech., Ann Arbor, Mich., pp. 29-47, 1957
(4) O. Hoffman, G. Sachs; Introduction to the theory of plasticity for engineers, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1953
(5) T. J. Mentel, "The plastic deformation due to impact of a cantilever beam with an attached tip mass", Jour. App. Mech., Dec. 1958
(6) R. J. Stephenson, Mechanics and properties of matter, John Wiley & Sons, 1952
(7) T. Nagai, "Quick method to determine fundamental frequencies of vibration in stiffened plates", Proc. 9th Japan Nat. Cong. App. Mech. Aug. 1959


Specimen No.1
長さの単位は粍
x方向
y方向
対称軸
Specimen No.2
Specimen No.3
Specimen No.4
Specimen No.5
註:
図は波型の中性軸の変形を示す

第 11 図