

(昭和 36 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

船舶の横揺れの長期間における統計分布

正員 篠田 仁 吉*

Statistical Estimation of Rolling Angles of Ships

By Jinkichi Shinoda, *Member*

Summary

The irregularity of the natural phenomena e.g. sea waves is expressed by Rayleigh distribution in short times. In the course of time the mean of this distribution varies approximately according to the logarithmico-normal distribution, and so the whole distribution and that of the maximum values in some portions of time may be also expressed by this distribution. The engineering quantities induced from these phenomena e.g. rolling angles of ships are also expressed by these distributions.

The logarithmico-normal distribution is made to fit better to statistical data, taking the lower limit not as zero and the upper limit not as infinity. The author has tried to decide these limits or parameters so that the skewness and the peakedness of values transformed from data by some function may agree to medians of those of sample values from the normal distribution. He has also calculated the error of the estimate of the rolling angle arising from the error of the estimation of parameters.

Rolling angles of ferry boat Sorachi-maru were measured in 32 voyages and their distribution in long times was calculated.

記 号

- a : Rayleigh 分布の自乗平均の平方根
- b : x の下限
- g : x の上限
- h : x の上限の逆数
- k_α : 標準正規分布において両端の超過確率が $\frac{1}{2}\alpha$ ずつになる値
- K_α : 標準正規分布において超過確率が α となる値
- m : z の平均
- $P(r_0)$: r_0 以上の災害の起こる確率
- r : 動揺角等 Rayleigh 分布に従う確率変数
- x : 対数正規分布に従う確率変数
- y : 上限無限大, 下限 0 なる対数正規分布に従う確率変数 $y = (x-b)/(1-hx)$
- z : 正規分布に従う確率変数 $z = \log y$
- σ : z の標準偏差

緒 言

船舶の設計または運航の資料となるべき、動揺等の大きさとその出現確率とを求めるには、波浪を予知しそれによる動揺等を計算する方法と、従来の運航中におけるデータから統計的に帰納する方法とが考えられる。連絡船のように特定の航路を航海する船では後者の方法が取扱い易い。これには波浪およびこれによつて生ずる動揺等の長期分布を求める必要がある。

原稿受付 昭和 36 年 6 月 20 日

* 鉄道技術研究所

1 動揺の長期分布

発生域より相当離れた地点における波浪は短時間の統計では Rayleigh 分布に従う。従つて船舶の動揺等の短期間分布も Rayleigh 分布に従うことが言える。加藤教授等は静止した船体模型の横揺れを実測し、横揺れ角度の短時間分布が Rayleigh 分布に従うことを見出した [1]。筆者は青函連絡船の航海中の実測値も同じく Rayleigh 分布に従うことを χ^2 検定により認めた。

気象、海象は数時間または数日のうちに変化する。従つて船舶の設計または運航の資料となるべき極めて大きい動揺等の生じる値とその出現確率とを求めるには、年を単位とする長時間における分布を見出さねばならない。この分布を実測するには次の三つの方法が考えられる。

- (1) 一定時間おきに短時間測定し Rayleigh 分布の自乗平均 a^2 の推定値を求め、これから a の分布を見出し、全体の分布は a がこのような分布に従う Rayleigh 分布の集まりであるとする方法
- (2) 度数計を使用して長時間連続測定し、全体の分布を直接見出す方法
- (3) 一定時間中の最大値を測定し、これらの最大値の分布を求める方法

一定時間おきに毎日測定された a の分布はどうなるかという、これには短期間分布を Rayleigh 分布と定めたときのように、理論的にえんえきできる拠り所となる有力な仮設は見当らない。実測してみると a の分布は大きい所の確率が Rayleigh 分布よりも大きくなる、すなわち対数正規分布に近くなると言われている。最近 Jasper [2] は船の縦応力、縦揺れ加速度の長期間分布が対数正規分布に従うことを見出したが、このことは他の自然現象より生起する現象について以前より試みられていたことである。

実際に調べてみると、度数を対数正規確率紙に置点すると、直線にならず上向きにへこんでいる曲線になることが多い。こういう分布を表わすには、対数正規分布の上限を無限大でなくある有限値 g としてやればよい。同様に下限も 0 でなく b とすればなお精密になる。すなわち 4 個のパラメータ m, σ, g, b を適当に定めて、 a の分布の実測値と理論値とがよく適合するようにすればよい。 a の分布が見出されれば対数正規分布と Rayleigh 分布との同時分布を求めることにより、動揺等の大きさとその出現確率とが求まる。

この同時分布関数は、またある別の対数正規分布に近似したものになる。従つて (2) の方法で度数計により全体の分布を求める場合、全体の分布を対数正規としても差し支えない。この場合 a の分布よりも平均は小さく分散は大きくなる。

(3) の方法は太平洋航路のように長時日間運航するときは例えば 6 時間ごとにこの期間中の最大値を求め、青函航路のように数時間の航路を往復するときは一航海中の最大値を求め、これら最大値の分布を対数正規として求める方法である。Rayleigh 分布に従う振巾を n 個とつたときそのうちの最大値の期待値 $E(r_{\max})$ は a のある一定倍である。従つて一定時間中の動揺等の振巾の数 n を一定とみなせば、最大値の期待値は a と同じ対数正規分布に従う。ただ e^m, b, g が $E(r_{\max})/a$ 倍されるだけである。最大値の測定値は期待値になるとは限らないが、分散があまり大きくないから、 $r_{\max}$ も a に類似の対数正規分布に従うとみなしてよい。こうしてやはり大角度の動揺等の起こる確率が求められる。この確率は (1), (2) の方法で求めたものより小さくなるが、青函航路の横揺れのような場合にはむしろ好ましい点がある。それは災害の起こる航海の確率が求められるからである。

2 対数正規分布の精密化

Rayleigh 分布の自乗平均の平方根 a の長期分布は、 a は原理的に正であるから、その対数は $-\infty$ から $+\infty$ の間に分布し大体正規分布に近くなると想像されるであろう。これをもつと精密に正規分布に近似させるには、 a の上限と下限とを $+\infty, 0$ でなくある有限の数 g と b とにすればよいということは既に指摘されていることであり、水文統計などに応用されている [3]。しかし上限下限をとともに考慮することは実用化されていない。

いま a の代りに x と書くと、 x を $b \sim g$ の間に分布するとみなし x を適当に変換して $y=f(x)$ が $0 \sim +\infty$ に分布するようにし、 $\log y$ が正規分布になるべく近くなるようにすればよい。 $f(x)$ としては次の条件を満たすものならばよい。

- (1) $f(b)=0, f(g)=+\infty$ 但し $g>b$
- (2) $f(x)$ は x の連続関数で、 x が増加するとき $f(x)$ も必ず増加する。
- (3) 適当な階数まで微分可能である。

こういう変換の中で一番簡単なのは

$$y=f(x)=\frac{x-b}{g-x} \quad (2.1)$$

である。しかしこれであると g が無限大になると y は 0 となるから、(2.1) に g を乗じて

$$y=\frac{g(x-b)}{g-x}=\frac{x-b}{1-hx} \quad (2.2)$$

ここに $h=1/g$

とするのが適当である。そうすると

$$z=\log y \quad \text{又は} \quad z'=\log_{10} y \quad (2.3)$$

が正規分布に従う。この平均と標準偏差とを z については m, σ , z' については m', σ' とすれば

$$m'/m=\sigma'/\sigma=\log_{10} e=M=0.4343 \quad (2.4)$$

である。 z の密度関数は

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.5)$$

であるから y の密度関数は

$$f(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{1}{y} \cdot \exp\left\{-\frac{(\log y - m)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2.6)$$

である。

以下 §1 における(1), (3)の方法のように一定時間ごとの自乗平均の平方根や最大値を測定し、これらの分布を求めるときの推定法について考察する。

観測値の従う分布の母数を推定するには周知のようにいくつかの方法があるが、この場合のように離散した多くの測定値が得られる場合は積率法によるのが適当である。 x の N 個の測定値が得られたとしてこれを小さい方から $x_1, x_2, \dots, x_N$ とする。 x を式 (2.2), (2.3) により z に変換し、 z を正規分布とみなし標本平均の周りの積率を計算する。求める母数は b, h, m, σ の 4 個であるから 4 次の積率まで、すなわち歪度および尖度まで計算する必要がある。このとき 3 次の積率のように左右対称のものは期待値、中央値、最頻値が一致するからこの値を標本積率の計算値に等しいとおけばよいが、2 次、4 次の積率のように左右非対称で歪度を持つ分布を有するものでは、標本からの計算値ををどういう値に等しいと置いてこの式から母数を求めればよいが問題であるが、中央値を採用するのが適当であると考えられる。

3 母分布の推定法, 推定誤差

パラメータ b, h を求めるには 3 次、4 次の標本積率の計算値をその中央値に等しいと置いた式を解けばよい。3 次の積率の中央値すなわち期待値は 0 であるから、 b, h を決定すべき方程式の一つとして

$$\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^3 = 0 \quad \text{但し} \quad \bar{z} = \sum_{i=1}^N z_i / N \quad (3.1)$$

が得られる。

つぎに 4 次の積率を求めるのであるが、この分布は求められていないから、中央値は正確には求められない。この中央値を近似的に求めるために、非対称分布でもその k 乗根 ($k > 1$) をとれば対称に近づくことを利用して

$$u = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^4} \quad (3.2)$$

の平均を求めこれを u の中央値とみなし、これを自乗して $\sum (z_i - \bar{z})^4$ の中央値を見出すことにしよう。これは自由度が大きいとき χ^2 分布の平方根を近似的に正規分布とみなすことができることと同様な手法である。

$$m_4 = \sum (z_i - \bar{z})^4 / N, \quad m_2 = \sum (z_i - \bar{z})^2 / N \quad (3.3)$$

とおいて m_4 を求める代りに m_4/m_2^2 の中央値を求めると、この期待値と分散とは次のように求められている [5]。

$$\left. \begin{aligned} E(m_4/m_2^2) &= 3(N-1)/(N+1) \\ D^2(m_4/m_2^2) &= 24N(N-2)(N-3)/(N+1)^2(N+3)(N+5) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

したがって

$$\frac{N \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^4}{\left\{ \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 \right\}^2} = \sqrt{\frac{9(N-1)^2}{(N+1)^2} - \frac{12N(N-2)(N-3)}{(N+1)^2(N+3)(N+5)}} \quad (3.5)$$

$$= 3 - \frac{8}{N} + \frac{94}{3N^2} - \frac{1642}{9N^3} + \dots \quad (3.6)$$

$$\approx 3 - \frac{8}{N} + \frac{25}{N^2} \quad (\text{但し } N \geq 20 \text{ に適用}) \quad (3.7)$$

が得られる。これが b, h を決定すべき第二の式である。

b, h の値を (3.1), (3.5) を満足するように逐次近似で求めるためには、同式の左辺の b, h による変化の期待値を求めておくのが計算に便利である。これらは 1 に対して $1/N$ を無視すると次のように求められる [4]。

$$E\left[\frac{d}{db}\{\sum(z_i - \bar{z})^3\}\right] = -\frac{3N\sigma^4}{(1-bh)y_0} e^{\sigma^2/2} \quad (3.8)$$

ただし y_0 は $\bar{z}$ に対応する y の値すなわち

$$\log y_0 = \bar{z} \quad (3.9)$$

である。

b, h を仮定して測定値 x_i を z_i に変換し (3.1) の左辺を計算するとき、これを 0 にするのに必要な b の変化 Δb は (3.8) を使つて求められるが、 h を変化させても 0 にすることができる。この間には

$$\Delta b = y_0^2 \Delta h \quad (3.10)$$

なる関係がある。

つぎに (3.1) を満足する一組の b, h より出発して (3.5) を満足する b, h を求めるとき、 h を変化したならば必ず (3.10) で表わされる量だけ b を変化させて、(3.1) の関係式が常に成立するようにしておかねばならない。こういうようにして h (従つて b も) を変えたときの (3.5) の左辺の変化の期待値を求めることはむずかしいが略算すると次のようになる。

$$\frac{d}{dh} \cdot \frac{N \sum (z_i - \bar{z})^4}{\{\sum (z_i - \bar{z})^2\}^2} \approx 8 y_0 \sigma^2 e^{\sigma^2/2} \quad (3.11)$$

b, h が推定されれば平均と標準偏差との推定値はその期待値をとることにより

$$\hat{m} = \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \quad (3.12)$$

$$\hat{\sigma} = E(\sigma) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2} \Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right) \left/ \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{N}{2}\right) \right. \quad (3.13)$$

$$= \sqrt{\sum (z_i - \bar{z})^2} \left/ \left(N - \frac{3}{2} + \frac{1}{8N} + \frac{3}{16N^2} + \dots \right) \right. \quad (3.14)$$

と求められる。

4 個の母数がすべて推定されたから、ある値 x を越える値が生じる確率は

$$\hat{m} + K_\alpha \hat{\sigma} = \log \frac{x + \hat{b}}{1 - \hat{h}x} \quad (3.15)$$

を満足する K_α の値を求めることにより、標準正規分布における超過確率 α と K_α との関係より求められる。確率 α が与えられたときこれに対応する x の値はこうして求められるが、この値には標本数 N が有限であるためによる推定誤差が生ずる可能性がある。これにはいくつかの原因があるが、これを総合すると x は確率 β をもつて

$$\begin{aligned} & \pm k_\beta \left[\frac{5}{3N\sigma^2} \left\{ \frac{y_0}{1+hy} e^{-\sigma^2/2} - \frac{y}{(1+hy)^2} (1-\sigma K_\alpha)^2 \right\}^2 \right. \\ & + \frac{N-5}{(N+5)^2} \cdot \frac{3}{8\sigma^4} e^{-\sigma^2} \left\{ \frac{y_0}{1+hy} - \frac{y(y+b)}{y_0(1+hy)^2} + \frac{y}{(1+hy)^2} \left(\frac{b}{y_0} - hy_0 + 2\sigma K_\alpha e^{\sigma^2/2} \right) \right\}^2 \\ & \left. + \frac{2+K_\alpha^2}{2N} \cdot \frac{\sigma^2 y^2}{(1+hy)^4} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

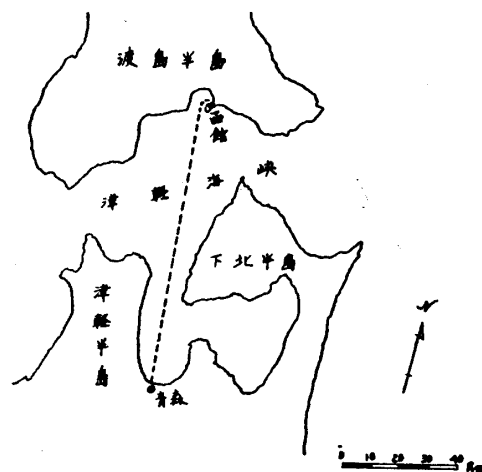
の誤差を生じることが求められる [4]。

4 青函航路における横揺れの度数分布

4.1 国鉄青函航路と連絡船

国鉄青函連絡船は第1図に示すように青森函館間 61 海里を航海速力 14.5knot, 所要時間 4 時間 30 分で運航している。本航路で横揺れ角を実測したのはディーゼル貨物船空知丸であつて、主要要目は次の通りである。

船 名	空知丸		
総トン数	3,428 トン	計画状態において	
垂線間長	111m000	排水量	5,230t
型 巾	17m400	喫 水	4m700
型 深	6m800	方形係数	0.559
		柱形係数	0.614
動揺試験状態において		中央横断面係数	0.910
横揺周期	8.3 秒	水線面積係数	0.795
GM	3m120		
κ	0.42		
排水量	3,580t		
平均喫水	3m535		



第1図 青函航路

本航路は第1図に示すように冬季シベリヤから吹く季節風のため日本海から大きい波浪が侵入してくる。侵入する口は津

軽、渡島両半島にやくされて 10 海里の巾に過ぎない。風が真西より北または南に偏することによつて、航路上波浪が大きくなる海域は移動するが、いずれにしても青函連絡船で約1時間の航程である。季節風は 11 月末から3月まで吹くがそのうち 12, 1, 2 月が強い。

4.2 空知丸による横揺れの測定

横揺れはジャイロ式動揺計により測定した。測定に当つては一航海4時間半のうち、風向きによつて波浪が荒く従つて横揺れが激しい海域を選び（この航行時間 約 1 時間）、その間では横揺れ角は Rayleigh 分布に従うとみなしその自乗平均を見出すこととした。

第1表 空知丸横揺角全振幅（各航海毎に1回測定）昭和 32 年

月 日	測定振中数	最大全振中	全振中の自乗平均の平方根
1-19	12.9	13.3度	6.51度
・	11.9	18.2	7.55
・	12.7	15.5	8.19
20	11.0	12.8	5.50
・	11.4	11.7	5.78
・	14.9	6.2	2.82
21	17.9	7.6	3.33
・	13.1	8.7	4.01
・	10.0	4.1	2.10
22	15.5	9.2	3.99
・	15.9	6.4	3.61
・	15.9	4.1	2.13
・	11.4	4.1	1.93
23	10.0	3.6	1.93
・	10.5	4.5	2.36
・	9.8	4.4	2.28
・	9.0	3.3	1.45
24	10.4	5.4	2.46
2-9	19.9	12.1	5.17
・	32.9	23.9	11.22
・	26.9	22.8	10.41
10	18.9	17.6	7.17
・	15.9	13.9	6.91
・	19.9	14.1	6.99
・	20.9	9.8	3.41
11	19.5	24.8	11.22
・	14.3	17.4	7.62
12	18.6	26.4	9.94
・	15.8	17.7	10.01
・	26.8	22.4	10.95
13	強風のため欠航		
14	15.8	10.8	4.30
・	14.4	22.2	8.54

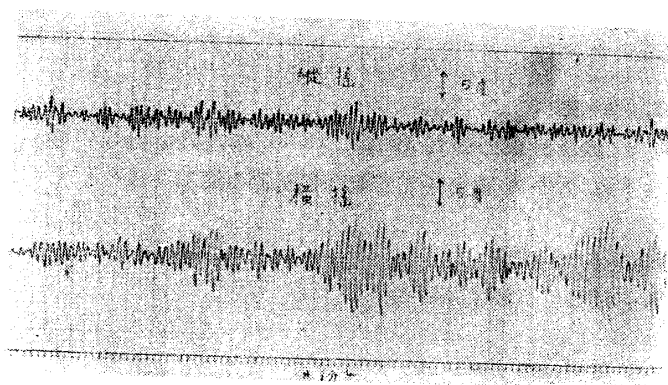


写真 1

第2表 Rayleigh 分布の適合度の χ^2 検定
昭和 32 年 2 月 11 日

$N=195$ $\sigma^2=125.9$ $\sigma=11.22$

全振中 Y 度	P	NP	π	NP- π	$\frac{(NP-\pi)^2}{NP}$
0.1-2.9	.0668	13.03	10	3.03	0.70
3.0-3.9	.0498	9.71	6	3.71	1.42
4.0-4.9	.0602	11.74	10	1.74	0.26
5.0-5.9	.0682	13.30	22	-8.70	5.69
6.0-6.9	.0736	14.35	17	-2.65	0.49
7.0-7.9	.0760	14.82	14	0.82	0.05
8.0-8.9	.0760	14.82	19	-4.18	1.18
9.0-9.9	.0738	14.39	8	6.39	2.84
10.0-10.9	.0697	13.59	17	-3.41	0.86
11.0-11.9	.0642	12.52	11	1.52	0.18
12.0-12.9	.0577	11.25	10	1.25	0.14
13.0-13.9	.0507	9.89	11	-1.11	0.12
14.0-14.9	.0438	8.54	6	2.54	0.76
15.0-15.9	.0368	7.18	8	-0.82	0.09
16.0-17.9	.0553	10.78	8	2.78	0.72
18.0-19.9	.0350	6.82	7	-0.18	0.00
20.0-24.9	.0424	8.27	11	-2.73	0.90
					$\chi^2 = 16.40$

自由度 = 17-2 = 15

$\chi^2_{0.30}(15) = 17.32$ より小さいから 30% 以上の確率がある Rayleigh 分布は許される。

検定すると第2表, 第2図の通りであつて確率 30% 以上となり Rayleigh 分布とみなすことは差し支えない。

4.3 長期分布の推定

測定された 32 個の自乗平均の平方根を x_i とする。但し $i=1, 2, \dots, N(N=32)$ である。これが上限 ∞ , 下限 0 なる対数正規分布に従うとして対数正規確率紙に画くと第3図の x のようになる。これらの点は一直線上に乗らず, x が両端の方で曲線は立っている。これをもつと寝かせて中央付近の傾斜と等しくするためには, 確率の小さい両端の方で x の値を 0 または $+\infty$ に近づけてやればよい。すなわ

$$y = (x-b)/(1-hx) \quad (4.1)$$

なる変換で y の点が一直線になるようにすると, 第一近似として

$$b=1.25, \quad h=0.08$$

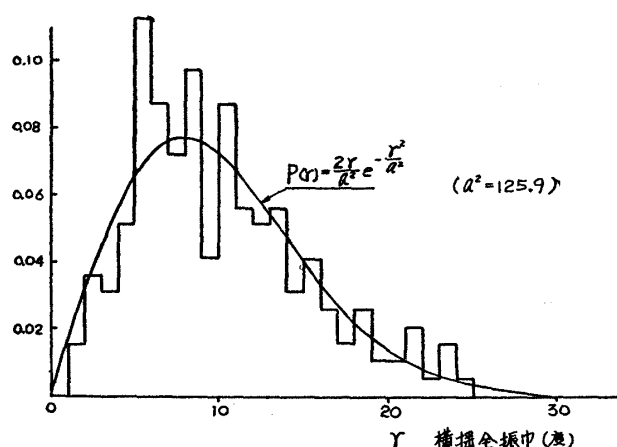
を得る。これから計算した y も同じく第3図に示す。この場合について (3.1), (3.5) の左辺を計算すると, -0.187 と 2.22 となる。これを 0 と 2.77 にするように b, h を変化させて数回の試算の後第3表に示すように

$$b=1.389, \quad h=0.0857 \quad (4.2)$$

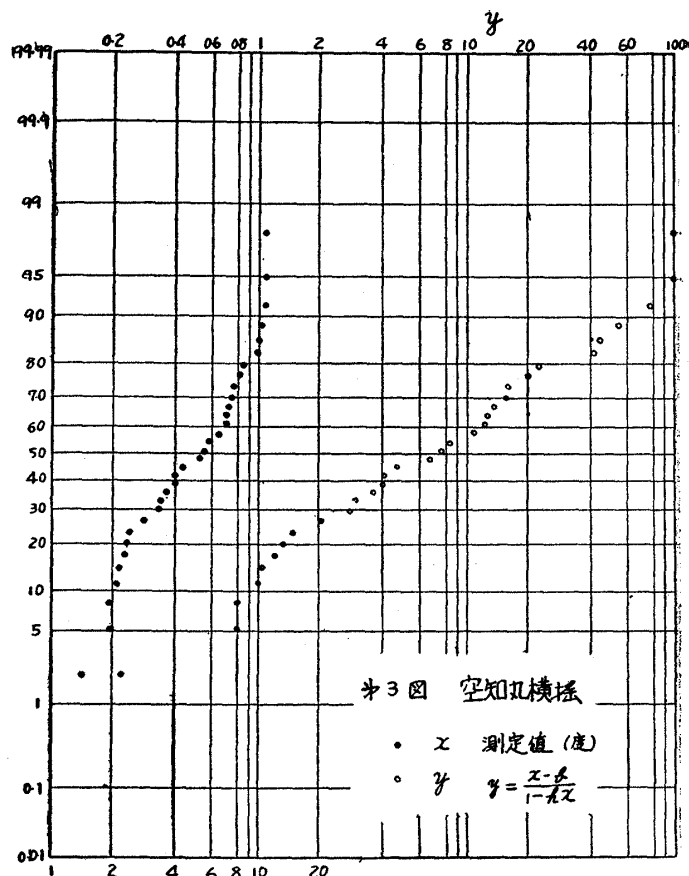
とするとき (3.1), (3.5) の左辺は $-0.002, 2.778$ となつて目的は達せられる。

4.4 欠測値のある場合の取扱法

第1表に見られるように 2 月 13 日は強風のため 24 時間欠航となつた。欠航直前津軽海峡中央部における風速は, 最大 28 m/s であつた。従つて欠航しないで運航していればさらに大きい動揺に出会うわけである。24 時



第2図 空知丸横揺角の分布 第2表の例



第3図

第3表 空知丸横揺角の積率の計算
(欠航するとき)

x	y	z	$z-0.846$	$(z-0.846)^2$	$(z-0.846)^3$	$(z-0.846)^4$
1.45	0.06965	-1.157	-2.003	4.012	-8.036	16.096
1.93	0.6482	-0.188	-1.034	1.069	-1.106	1.143
1.93	0.6482	-188	-1.034	1.069	-1.106	1.143
2.10	0.8670	-062	-908	824	-749	680
2.13	0.9665	-043	-889	790	-703	625
2.28	1.108	045	-801	642	-514	412
2.36	1.218	086	-760	578	-439	334
2.46	1.358	133	-713	508	-362	258
2.82	1.886	276	-570	325	-185	106
3.33	2.716	434	-412	170	-070	029
3.41	2.855	456	-390	152	-059	023
3.61	3.216	507	-339	115	-039	013
3.99	3.952	597	-249	62	-015	004
4.01	3.993	601	-245	60	-015	004
4.30	4.609	664	-182	33	-006	001
5.17	6.789	832	-014	002		
5.50	7.776	891	045	002		
5.78	8.701	940	094	009	001	
6.51	11.58	1084	218	048	010	002
6.91	13.54	1132	286	082	023	007
6.99	13.97	1145	299	089	027	008
7.17	14.99	1176	330	109	036	012
7.55	17.45	1242	396	157	062	025
7.62	17.96	1254	408	166	068	028
8.19	22.81	1358	512	262	134	069
8.54	26.68	1426	580	336	195	113
9.94	57.73	1761	915	837	766	701
10.01	60.65	1783	937	878	823	771
10.41	83.64	1922	1076	1158	1246	340
10.95	155.2	2191	1345	1809	2433	3273
11.22	255.7	2408	1562	2440	3811	5953
11.22	255.7	2408	1562	2440	3811	5953
		和	0.022	21.231	0.042	39.126

$$\begin{aligned}\bar{z} &= 1.389 & \bar{z}^2 &= 0.0857 & \bar{z}^3 &= -0.846688 \\ \Sigma(z - \bar{z})^2 &= 21.231 & \Sigma(z - \bar{z})^3 &= -0.002 \\ \Sigma(z - \bar{z})^4 &= 39.120 \\ \frac{N \Sigma(z - \bar{z})^4}{\{\Sigma(z - \bar{z})^2\}^2} &= 2.778 \\ \hat{\mu} &= 0.846688 & \hat{\mu} &= 1.94957 \\ \hat{\sigma} &= 0.834325 & \hat{\sigma} &= 1.92110\end{aligned}$$

第4表 空知丸横揺角の積率の計算
(欠航しないとき)

x	y	z'	$z'-0.874$	$(z'-0.874)^2$	$(z'-0.874)^3$	$(z'-0.874)^4$
1.45	0.1123	-0.950	-1.824	3.327	-6.068	11.069
1.93	0.6788	-168	-1.042	1.086	-1.131	1.179
1.93	0.6788	-168	-1.042	1.086	-1.131	1.179
2.10	0.8911	-050	-0.924	.854	-0.789	0.729
2.13	0.9292	-032	-0.906	.821	-0.744	.674
2.28	1.123	050	-0.824	.679	-0.559	.461
2.36	1.228	089	-0.785	.616	-0.483	.380
2.46	1.363	134	-0.740	.548	-0.405	.300
2.82	1.867	271	-0.603	.364	-0.219	.132
3.33	2.644	422	-0.452	.204	-0.092	.042
3.41	2.773	443	-0.431	.186	-0.080	.035
3.61	3.105	492	-0.382	.146	-0.056	.021
3.99	3.776	577	-0.297	.088	-0.026	.008
4.01	3.813	581	-0.293	.086	-0.025	.007
4.30	4.365	640	-0.234	.055	-0.013	.003
5.17	6.260	797	-0.077	.006		
5.50	7.091	851	-0.023			
5.78	7.852	895	.021			
6.51	10.31	1006	.132	.017	.002	
6.91	11.61	1065	.191	.036	.007	.001
6.99	11.92	1076	.202	.041	.008	.002
7.17	12.67	1103	.229	.052	.012	.003
7.55	14.39	1158	.284	.081	.023	.007
7.62	14.74	1168	.294	.086	.025	.007
8.19	17.89	1253	.379	.144	.054	.021
8.54	20.20	1305	.431	.186	.080	.035
9.94	34.30	1535	.661	.437	.288	.191
10.01	35.31	1548	.674	.454	.306	.206
10.41	42.12	1624	.750	.562	.422	.316
10.95	55.06	1741	.867	.752	.652	.565
11.22	64.09	1807	.933	.870	.812	.758
11.22	64.09	1807	.933	.870	.812	.758
		1.9167	1.0427	.087	1.134	1.182
		1.9167	1.0427	.087	1.134	1.182
		2.6987	1.8247	3.330	6.075	11.086
		和	0.0121	20.244	0.025	32.539

$$\begin{aligned}\bar{z}' &= 1.35 & \bar{z}'^2 &= 0.0754 \\ \bar{z}'^3 &= 0.874346 \\ \Sigma(z' - \bar{z}')^2 &= 20.244 & \Sigma(z' - \bar{z}')^3 &= 0.004 \\ \Sigma(z' - \bar{z}')^4 &= 32.539 \\ \frac{N \Sigma(z' - \bar{z}')^4}{\{\Sigma(z' - \bar{z}')^2\}^2} &= 2.779\end{aligned}$$

間に通常3運航であるから、もしもこの日も運航していると、実測最大値 $a=11.22^\circ$ より大きい a が3回観測されることになると思像される。これを加算すると

$$N=32+3=35$$

の観測値が得られ、このうち大きい方3個の値が観測されていないということになる。こういう観測値から母分布を推定するには適当な方法が見当たらないので、正規分布に変換したときに欠測の3個は最小3の個に対して対称に存在すると仮定して計算した。最終の結果は第4表に示す通りである。

4.5 冬季における大きな横揺れ角の現われる回数の推定

このように自乗平均の平方根 a (又は σ) の分布が求められると、各横揺れ角に対するその出現確率は、対数正規分布と Rayleigh 分布との同時分布を計算することにより次のように求められる。

$$P(r_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-r_0^2/x^2} e^{-(z-m)/2\sigma^2} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (4.3)$$

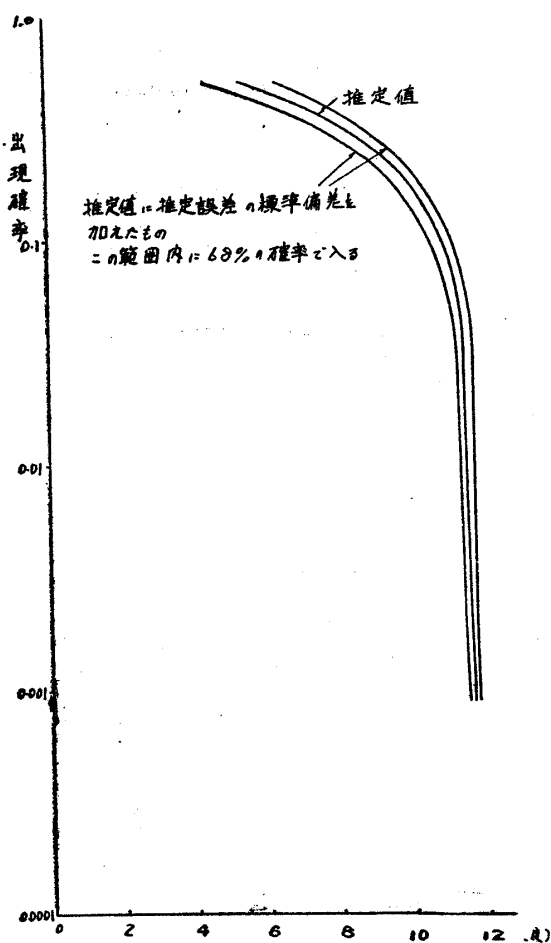
ここに $P(r_0)$ は r_0 またはこれより大きい横揺れが一揺れにつき生じる確率である。 x は z の函数であつて(2.2), (2.3) より

$$x = \frac{y+b}{1+hy} = \frac{e^z+b}{1+he^z} \quad (4.4)$$

である。これを(4.3)に代入すると

$$P(r_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-f(z)} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (4.5)$$

となる。ここに



第4図 毎航海における横揺角度全振幅の
自乗平均の平方根

である。従つてこの回数を確率に掛ければ、その角度またはそれ以上の横揺れに1年間に遭遇する回数の期待値が求まる。この逆数は期待値が1回となる年数である。これらも第5表に示した。

100年間に於ける出現回数の期待値が1回より十分小さいものは現われないとみてよいであろう。現在のよう
に海上風速が25m/sを越えた値が観測されたならば、その便以後は欠航するというやり方を継続するときは、
両舷50度すなわち片舷25度の動揺はないとみてよい。冬季欠航しなくても片舷30度の動揺はない。しかし
欠航しないときは片舷25度の動揺は出現する可能性が幾分ある。殊に10隻余りの船が常時航行しているから
その中にはこれに遇う機会のある船も出てくるであろう。

結 言

一定時間ごとに動揺角等の自乗平均あるいは最大値を測定し、これらの長期分布を推定する方法として、ある
式により測定値を変換した値が正規分布になるように、変換した値の尖度まで計算してパラメータを定める式を
得た。この方法によると測定数が有限であるための推定誤差の評価をすることができる。この結果を青函連絡船
の横揺角の測定値に適用して、どれ位の動揺角が出現するかを、現在通りの運航状態のときと、冬季欠航しない
ときとについて求めた。

参 考 文 献

- [1] 加藤弘他5氏：不規則な波及び風の中における船の横揺れについて、造船協会論文集第102号昭和33年2月
- [2] N. H. Jasper : Statistical Distribution Patterns of Ocean Waves and of Wave-Induced Ship Stresses and Motions, with Engineering Applications, SNAME vol. 64, 1956
- [3] 岩井重久：スレード型分布の非対称性の吟味および2,3の新解法、土木学会論文集第4号昭和24年
- [4] 篠田仁吉：災害統計についての一考察、鉄道技術研究報告第69号昭和34年5月
- [5] H. Cramér : Mathematical Methods of Statistics, Princeton Press 1946

第5表 横揺角の大きさと出現確率

青函航路			空知丸	冬冬		
横揺角 全振巾	出 現	確 率	100年間に遭 遇する回数の 期待値	期待値が 1回となる 年数	備 考	
	最 密 値	近 似 値				
20度以下	1.1184×10^3	1.1061×10^3	238.900			欠航しないとき
30	3.2007×10^3	3.1580×10^3	6821			
40	3.3072×10^3	3.2532×10^3	70.27	1.423		
50	1.1839×10^4	1.1636×10^4	0.2513	397.9		
60	1.4428×10^4	1.4155×10^4	3.057×10^{-4}	327,100		
20		5.6387×10^3	121.800			現在通りの欠 航するとき
30		7.2654×10^3	1569			
40		2.4234×10^4	5.235	19.10		
50		2.0126×10^4	0.004347	23,000		
60		4.0725×10^4	8.807×10^{-5}	1.135×10^5		

$$f(z) = \frac{(z-m)^2}{2\sigma^2} + \frac{r_0^2(1+he^z)^2}{(e^z+b)^2} \quad (4.6)$$

この積分を数値積分により求めたのが厳密値であり、被積分函数を近似的にその極大値付近でこれと一致する正規分布の密度函数でおきかえて求めたのが近似値でありともに第5表に示す。近似値の誤差は1~2%である。

冬季風浪の強い海域は航行1時間である。空知丸の横揺れ固有周期は就航状態で約9秒であるから、この間に片舷400回ずつ合計800回の動揺がある。風浪の強い期間を12,1,2月の90日間とし、1日3航海とすれば1年間に動揺回数は $800 \times 90 \times 3 = 216,000$ 回