(昭和40年11月造船協会秋季講演会において講演)

外圧をうける補強円筒殻の全体圧壊

正員 杉 村 卓*

Bodily Collapse of Ring-Stiffened Circular Cylinders Subjected to External Pressure

By Takashi Sugimura, Member

Summary

Recent experimental works in our country on the bodily collapse of ring-stiffened circular cylindrical shells subjected to hydrostatic external pressure are almost concerned with welded and so initially deformed models in order to apply the results directly to the design of submarine hulls.

But the results can not satisfactorily be explained by the analyses which makes use of exsisting theories, hereby the method of analysis which accommodates to such imperfect models seems to be needed very much.

This report deals with a method for estimating the collapse pressure which relates to material strength and initial out-of-roundness as parameters. This method is based on the consideration that, when ring-stiffeners have some initial out-of-roundnesses and the model is loaded by uniform pressure, the stiffeners contract gradually while being bent in a certain circumferential mode, and finally when at least three plastic hinges occur at the adjacent positions on them, the stiffeners collapse locally and immediately after that a total model collapses generally. Some experimental results are refered to ascertain this method.

1 緒 言

本題に関しては古くから各国において理論的並びに実験的研究が行なわれ弾性的圧壊についてはすでに定説が えられている。しかしながら潜水艦内殻の設計上の必要から行なう耐圧試験では供試模型は弾性的圧壊の範囲を こえるものであり、また実艦と同様に溶接組立により製作されるため初期撓等の不完全性をかなり多量に有する ので試験結果を整理するに当り旧来の理論を基礎とするだけでは不十分であることが痛感されている。以下に述 べるのはこのような場合に適用するための一つの解析方法についてである。

2 圧 壊 様 式

従来施行されてきた構造模型の外圧による圧壊試験において補強円筒が全体圧壊する瞬間の状況を観察すると 肋骨の局部的圧壊が動機となる場合が多いと思われる。すなわち通常の肋骨をもつ円筒では従来の理論で用いら れるような全長的且つ全周的モードの同時圧壊と異なり数本の肋骨が周上の一個所において内方に凹入し圧力は 降下しながら凹入範囲が徐々に円筒の両端の方向へ拡がる。しかも最初の凹入個所が全長の中央付近であるとは 限らず,また圧壊が急激でないことも多い。これらのことは試験の際の外圧のエネルギーが有限であることに必 ずしも帰し難たくむしろ肋骨の局部的圧壊の問題と考えられるのである。外圧をうけている円筒の肋骨の一本を とり出して考える。肋骨の中性軸から最も遠いウエブ先端またはフランジの周歪の計測値は昇圧の初期において も周方向に一様性を欠くのが普通であり場所により平均値の二倍に達することもある。この歪は一様圧縮周歪と 円筒横断面内での肋骨の曲げ歪の和であるが圧力の上昇に伴い曲げの大きい個所の表面応力が先ず材料の降伏点 に達する。しかし実験によるとそのとき直ちに圧壊することはない、そこで次のような場合には圧壊がおきると

* 防衛庁技研

原稿受付 昭和40年7月8日

外圧をうける補強円筒殻の全体圧壊

考える。すなわち初期撓があまり偏つていないときは昇圧に伴い全体圧壊モードの歪が発達し先ず同方向のほぼ 等間隔の個所で曲げが増大して塑性関節となるがまだ全体としての大きな変形はおこらずそれまでの過程を継続 する。間もなくそれらの中間の個所において逆向きの曲げによる関節が生じてはじめて形状が保たれなくなり大 きく変形して肋骨としての剛性を失う。これを局部圧壊と称する



が局部圧壊がおきると外板圧壊等を併発して実際には全体的モー ドの圧壊と結びつくと考えられる。

初期撓の形および関節の生じ方の一例を *n*=3 の場合について 示すと第1図のとおりである。

このように塑性関節が生ごるときの外圧力を仮想変位法によつ て以下に求める。なお肋骨の断面形状は横倒れ坐屈に対して十分 の強度を有するものとする。また初期撓が一個所に偏していると

きはその近傍に三個の関節が生じて圧壊する類似の現象が考えられるが一般的には論じ難いのでここでは触れない。

3 仮想変位法の準備

(イ) 全塑性モーメント

補強円筒の肋骨は初期撓を有するときは周圧縮力をうけながら曲げられる。全壅性モーメントの大さがこの圧 縮力に依存することは知られている。すなわち

M_p ……軸力がないときの全塑性モーメント

Mpc……軸力があるときの全塑性モーメント

P ……軸 力

 P_{yc} ……一樣降伏軸力 ($\sigma_y \times$ 断面積)

とすると板を含む肋骨の断面が中性軸について対称でないときの M_{pc} と P の関係は第2図(a) であり、これを 中央で折り重ねると軸力が圧縮で曲率の向きが異なる二つの場合 A 型、 B 型の全塑性モーメントについて同図 (b)をうる。このときの断面の応力分布は同図(c)のごときものである。 $|M_{pc}|_B > |M_{pc}|_A$ であるから A 型の



関節が生じて後の可能な変形を求める。一例として n=3 の場合の状況を第3 図に示す。初期撓のモード が同図(a)の曲線 A'B' であり A, B 点等に関節が生じる。簡単のために関節間の弧を弦で置換えて描く と関節で回転がおきることにより同図(b)の正六角形 AB が点線の三角型 A'B' に変形する。従つて A が A' え, B が B' え(仮想)変位するが次にその量と関節回転角との関係を求める。弦 \overline{AB} と弦 $\overline{A'B'}$ のなす 微小角を $\delta\theta$ とすると関節回転角は $2\delta\theta$ である。 $\overline{AB}=\overline{A'B'}$ なるためには付録によつて例えば n=3 のときは $\overline{AA'}=\overline{BB'}=\frac{1}{\sqrt{3}}r\delta\theta$ となる。

(ハ)外 力

肋骨に関節を生ぜしめる曲げ外力は撓変形に伴つて生じる半径方向の不均一な力である。正円材が一様周圧を うけるとき周方向の各素片では周圧縮力の半径方向成分と外圧が打消し合うから横荷重は零である。半径方向の

NII-Electronic Library Service

236

造船協会論文集 第118号

撓が存在して正円からはずれるとこのバランスが破れてその差が横荷重となる。これをQ(内方を正とする)と すると

$$Q/b = p - \frac{pr}{\rho}$$

ここにpは外圧; r, bはそれぞれ円材の変形前の半径および幅; ρ は撓変形を加味した曲率半径である。撓がw(内方を正とする)なるとき、中心角を φ であらわすと

$$\frac{1}{\rho} \stackrel{!}{=} \frac{1}{r-w} + \frac{d^2w}{r^2d\varphi^2}$$
$$\therefore \quad Q/b = -\frac{p}{r} \left(\frac{d^2w}{d\varphi^2} + w\right)$$

初期撓を w_1 , 付加撓を w_2 とすると $w=w_1+w_2$, また弾性坐屈圧力を p_e とすると $w_2=\frac{pw_1}{p_e-p}$ なるゆえ

$$w = w_1 + \frac{pw_1}{p_e - p} = \frac{p_e w_1}{p_e - p}$$

さらに $w_1 = w_0 \cos n\varphi$ とすると結局円材について

$$Q/b = \frac{p}{r} \frac{p_e w_0}{p_e - p} (n^2 - 1) \cos n\varphi$$
(1)

4 外圧をうける矩形断面円環の圧壊

補強円筒を扱う前に同様の考え方を単なる円環の場合に施してみる。

(イ) 圧壊試験

塑性関節と平衡を保つ外圧を求める。断面積 $A=b \times h$ とすると $M_p = \frac{A}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot \sigma_y$; $P_{yc} = A \cdot \sigma_y$, 対称断面で あるから $(M_{pc})_A = (M_{pc})_B = M_{pc}$ であり次式が成立つ。

$$\frac{M_{pc}}{M_p} + \left(\frac{P}{P_{yc}}\right)^2 = 1 \tag{2}$$

A、B 両型の関節は同時に生じる。このときの横荷重は前章のとおりであるから仮想変形 $\delta\theta$ に対する仕事量は次のごとくなる。内力について W_1 とすると

 $W_1 = 2 \,\delta\theta(M_{pc})_A + 2 \,\delta\theta(M_{pc})_B = 4 \,M_{pc} \cdot \delta\theta$

外力について W_2 とすると $\delta \theta$ は微少であるから弧上の一点が半径方向に移動する量は弦のそれに近似的に等しいとみなし(第4図)

$$W_2 = 4 \int_0^{\pi/2n} Q \cdot \overline{AA'} \left(1 - \frac{2n}{\pi} \varphi \right) r \, d\varphi$$

Qには (1) 式を AA' には付録 (A) 式を代入すると

$$W_2 = 4 K \frac{p_e}{p_e - p} w_0 \cdot p br \cdot \delta\theta$$

$$K = \frac{2(n^2 - 1)}{n\pi} \left(\sin \frac{\pi}{n} - \frac{1 - \cos(\pi/n)}{\tan(\pi/n)} \right)$$

ここに $K = \frac{D(n-1)}{n\pi} \left(\sin \frac{\pi}{n} - \frac{1 - \cos(\pi/n)}{\tan(\pi/n)} \right)$ Kは n のみの 函数 であるが付録 A 表に示すとおり大方の n に対して1 に近し

Kはnのみの函数であるが付録A表に示すとおり大方のnに対して1に近い値をとるから以後, 略近的に K=1とする。

仮想変位の原理により $W_1 = W_2$ とすれば次式をうる。

$$M_{pc} = \frac{p_e}{p_e - p} w_0 \cdot p br$$

一方 pbr は軸力を表すからPであり、さらに弾性圧壊時軸力 $p_ebr=P_e$ とすると上式より

 $M_{pc} = w_0 P_e \frac{P}{P_e - P}$

両辺を Mp で除すと

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = \frac{w_0 P_{yc}}{M_p} \frac{P_e}{P_{yc}} \frac{P}{P_{e-P}}$$
(3)

また (2) を用いると



外圧をうける補強円筒殻の全体圧壊

$$1 - \left(\frac{P}{P_{yc}}\right)^2 = \frac{w_0 P_{yc}}{M_p} \frac{P_e}{P_{yc}} \frac{P}{P_{e-P}}$$
(3)'

(3)' における $\frac{P_{yc}}{M_p}$ は断面形状から、 $\frac{P_e}{P_{yc}}$ は材質と細長比から決まる係数で共に既知であるから初期撓 w_0 ある いは $\frac{w_0 P_{yc}}{M_p}$ をパラメーターとして $\frac{P}{P_{yc}}$ (=pressure factor) について (3)' を解くことができる。一例は第5 図の日点である。

(口) 弾性域最大荷重

前節は塑性関節による圧壊荷重であるが次にそれ以前に表面応力が降伏点に達するときの荷重を求める。曲げ モーメントは付加撓 w₂ に関連し

$$M = -\frac{EI}{r^2} \left(\frac{d^2 w_2}{d\varphi^2} + w_2 \right)$$
$$= \frac{EI w_0}{r^2} \frac{p}{p_e - p} (n^2 - 1) \cos n\varphi \tag{4}$$

表面応力は $\bar{\sigma} = \frac{pr}{h} + \frac{M\bar{y}}{I}$ であるから $\bar{\sigma} = \sigma_y$ とおき,両辺にAを乗じると

$$P_{yc} = P + \frac{1}{\alpha} P_e \frac{w_0 P_{yc}}{M_p} \frac{P}{P_e - P}$$

ただし $\alpha = \frac{IP_{yc}}{A\bar{y}M_p}$ においた。 α は矩形断面のとき $\frac{2}{3}$ であり一般には 0.5 程度の値となる。

$$\therefore \quad \alpha \left(1 - \frac{P}{P_{yc}}\right) = \frac{w_0 P_{yc}}{M_p} \frac{P_e}{P_{yc}} \frac{P}{P_e - P} \tag{5}$$



(5) は (3)' と類似した式でありこれを満す荷重 $\frac{P}{P_{yc}}$ を求めうる。 $\frac{w_0 P_{yc}}{M_p} = 0.5, \frac{P_e}{P_{yc}} = 1.0$ のときの (3)' と (5)の解を比較すると第5 図である。同図F点が弾性域最大荷重, H点が圧壊荷重であり, FH が弾性を越える強度余剰分である。

(ハ) 初期撓の推定

実際の供試模型につき wo の値を決定することはかなり困難である。 真円度計測からえられる初期撓は各モードのものが含まれるから必要 なものを摘出するには手間を要するが実際に外圧を加えて周上の多く の点の周方向歪を計測すると主要なモードの歪分布がえられる場合が 多い,円環の外圧実験を仮想して曲げ応力(の極大値)が昇圧の初期

において平均周応力のβ倍だとすると(4)より

$$\frac{Ew_{0}\bar{y}}{r^{2}}(n^{2}-1)\left[\frac{p}{p_{e}-p}\right]_{p\to 0} = \beta \frac{pr}{h}$$

$$\therefore \quad \frac{w_{0}P_{yc}}{M_{p}} = \alpha\beta \qquad (6)$$

よつて実験から β の値を定めると $\frac{w_0 P_{yc}}{M_p}$ の推定値がえられる。

5 円筒補強肋骨の圧壊

補強円筒の肋骨の数本が前章の円環のごとく圧壊する場合は一応,肋骨のみの圧壊であつて肋骨が機能の一部 を失うにすぎないが第2章で述べたとおりこのときの荷重は実際には全体圧壊荷重と差異のないものと考えられ る。前章と同様の方法を適用するに当り修正を要する点は次のとりである。

(i) 弹性圧壊圧力 pe

外圧をうけた補強円筒が全体的変形の過程において肋骨が局部圧壊すると考えるのであるから *p*e として は弾性全体圧壊圧力を採る, Tokugawa-Bryant Formula¹⁾を用いると

$$\sum \sum k p_s = \frac{Et}{r} \frac{p_e = p_s + p_f}{(n^2 - 1 + \lambda^2/2) (n^2 + \lambda^2)^2}; \ p_f = \frac{(n^2 - 1)EI_e}{r^3 L_f}$$
(7)

237

238

記号の意味は, I_e =有効幅 $L_e(=1.55\sqrt{rt})$ の外板を含む肋骨の I, $\lambda = \frac{\pi r}{L}$, L_f =肋骨心巨, t=外板厚, L=円筒全長等である。

(ii) 横荷重 Q

肋骨の初期撓 w_1 と付加撓 w_2 との間に単なる円環の場合と同様の関係 $w_2 = \frac{pw_1}{p_e - p}$ (ここに p_e は (7) に よる)が成立つと仮定すると Q としては (1) 式を用いて差支えない。ただしある一本の肋骨の初期撓が特に 大であることは通常稀であるので同程度の初期撓を有する肋骨が並んで数本あつてその一群の肋骨の局部圧 壊を考えるから (1) 式中の b は肋骨心巨 L_f に置換えるべきである。なお上述の仮定についてはあとで吟 味する。

(iii) 内力仕事

ー本の肋骨断面としては有効幅 L_e を含むものとする。全塑性モーメントは $(M_{pc})_A \neq (M_{pc})_B$ でありそれ ぞれ $\frac{P}{P_{yc}}$ の函数として計算しうるがこの場合軸力は $P=pL_er$,降伏軸力は $P_{yc}=\sigma_y \times ($ 上述の断面積) とな る。

以上を考慮すると肋骨について前章の円環と同様の仮想仕事の原理により

$$\frac{1}{2} \{ (M_{pc})_{A} + (M_{pc})_{B} \} = \frac{p_{e}}{p_{e} - p} \cdot w_{0} p L_{f} r$$

弾性全体圧壊軸力 $p_{e}L_{e}r = P_{e}$ とおくと右辺は $\frac{P_{e}}{D - p} w_{0}P \frac{L_{f}}{T}$ となるから (3) に相応して次式をうる。

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{(M_{pc})_A}{M_p} + \frac{(M_{pc})_B}{M_p} \right\} = \Delta_1 \cdot \frac{P_e}{P_{yc}} \cdot \frac{P}{P_e - P}$$
(8)

ただし $\Delta_1 = \frac{L_f}{L_e} \frac{w_0 P_{yc}}{M_p}$ である。本式を満足する $\frac{P}{P_{yc}}$ の値は図式により求めることができる。その方法は円環 の場合と類似であるが当該肋骨断面についての M_{pc} 曲線を用いねばならない。(第5図参照)

(8) 式の左辺は A, B 両型の関節の平均を意味しいかなる断面形についても $\frac{P}{P_{yo}}$ に対し矩形断面の場合のパ ラボラと似た形となる。又肋骨と外板の σ_y が異なる場合にはやはりその場合の M_{pc} 曲線を用いればよく、その 計算例を第1表に示す。しかしこの表によると、降伏軸力として $P_{yc} = (\sigma_y)_s A_s + (\sigma_y)_w A_w$ を用い、 M_p を正確に 求め、初期撓 w_0 に関するパラメーターとして $\frac{w_0 P_{yc}}{M_p}$ を用いれば同一材質としての M_{pc} 曲線による計算が実用 的には正しい結果を与えることを示

している。

種々の深さの flat bar の板付肋骨 の場合について△をパラメーターと





して $\frac{P_{yc}}{P_e}$ に対して $\frac{P}{P_{yc}}$ を求め図示したのが第6図の曲線群である。断面形による差は少ないが(T型肋骨でも大差ない) Δ の大さによつてはかなりの差異がみられる。 Δ の影響を簡便に排除するために横軸に $\left(\frac{P_{yc}}{P_e} + \Delta \sqrt{\frac{P_e}{P_{yc}}}\right)$ を採ると凡そ 0.2~0.5 の Δ 値に対する曲線群は同図に点線で示す幅の狭い帯状の範囲に納められる。

外圧をうける補強円筒殻の全体圧壊

 $\frac{P}{P_{yc}}$ は pressure factor であり $\frac{P_{yc}}{P_e}$ はいわゆる Bodily factor に相当するが肋骨断面の採り方と後者において 定数係数が文献²⁾と相異する。次に前述の仮定の吟味を含めて(8)式中の Δ_1 と加圧中の肋骨の周歪実測値と の関係を求める。肋骨の曲げ応力が平均周応力の β 倍だとすると前章と全く同様にして

$$\alpha\beta = \frac{p_f L_e r}{P_e} \frac{L_f}{L_e} \frac{w_0 P_{yc}}{M_p}$$

しかるに $p_e L_e r = P_e$ であるから $\frac{p_f L_e r}{P_e} = r$ とおけばこれは弾性全体圧壊圧力 p_e における frame term p_f の占める割合である。よつて

$$\frac{L_f}{L_e} \frac{w_0 P_{yc}}{M_p} = \frac{\alpha \beta}{\gamma} \tag{9}$$

あるいはさらに $\frac{\alpha\beta}{r} = \Delta_2$ とおくと前の Δ_1 と等しくなる。 ゆえに実験的に $\Delta_1 = \Delta_2$ ならば仮定は妥当である ことになり従つて Δ_1 の代りに Δ_2 を用いてもよいことになる。

6 補強円筒圧壊実験

(イ) 試験成績一覧

従来多く行なわれた全体圧壊試験材のうち外板圧壊および応力圧壊に近くないもので歪計測等を行なつた数個 についての成績並びに諸計算値を第2表に掲げた。

(ロ) 初期撓と周歪の関係

実測された初期撓と周歪の一例は第7図である。前章の(9)式を検討するに、第2表の試験材のうち双方の計 測をしてあるものは*印である。おおむね $\Delta_1 = \Delta_2$ であつて(9)式の成立がほぼ是認される。なお実測値の周 方向のモードは必ずしも坐屈モードに近いとは限らないので計算に必要な w_0 および β の値を決める際には一応, モードを無視して極大値を採用した。

(ハ) 圧壊圧力等

-									
	就験材記号	B-1	8-3	D-56	SB-2	HB-2	B-61 *	B-71 *	B-72 *
寸法・材質	<u> 円筒半径 Y</u>	- 600 mm	600	600	600	600	600	500	500
	11長さし	2500 "	2500	2500	2500	2500	2500	900	900
	* 外板 *厚 t	4.91 "	4.92	5.20	516	5.28	5 1	53	52
	肋骨	30.3×9.8×4.1 "	29.8 × 7.7 × 42	30.0×9.9×42	401×44 ER	40 4 41 50	40 + 51 - 5	05 450 55	5.5
	外板降伏真伤	(M.S)29.5 %	(M.S) 29.5	(M.S) 30.4	(HT50) 30 1	(HT50) 76 C	(HT60) TH	(HT70) //	(HT70) et
	财骨"(5)	(M.S.) 31.8 "	(M.S) 31.4	(M.S.) 31.4	(M.S.) 33.8	(HT50) 3 7 7	(HT60) F/1	(HT70) (1)	(HT70) 64
L	肋骨心巨し	120 ***	200	160	140	140	130	100	64
	Li/Le	1.424	2.374	1:849	/ 632	1602	150	100	100
 <u></u> }+	I.	55700 mm*	56500	57410	87660	83900	97880	1.233	1,253
	Merter	5.80	5.80	5.84	7.21	678	786	1.20	<u>45740</u>
1	~	0.621	0.628	0.592	0544	0.539	1.00	4.31	5.4.1
耳	<u></u> *;	7.2 Kg/cm2	7.2	7.5	75	76	74	74.5	0.521
	P.	36.7 "	22.0	27.9	- 497	46.6	FR (24.5	34.5
匩	$P_e = P_s + P_f$	43.3 (n=3)	29.2 (n=3)	35.4 (n=2)	562 (542000	<u> </u>	12.2	115.4
	x = 13/Pe	0,834	0.753	0.788	0.867	0.860	00.0 (T=3)	106.7(n=4)	149.7(n=4)
1	Pe	21900 13	14 770	18380	78900	28420	22900	0.576	0.110
1	Pyc	16940"	16910	18430	27460	28720	35100	42.500	57800
	Fre /Pe	0.773	1.145	1002	0776	23000	1071	55070	36640
+	初期挽い。	3.0 ^{. mm}	1.9	375		0.577	1.021	0.823	0.613
芝	曲重率 月			(tho博+りはいに=35)	-037-070	-0/11-058	2.7	0.7	0.6
	Δ_1	0.74	0.78	1.19		- 0.04 ~ 0.30	-0.73 ~ 0.47	-9,30~ 0,28	-0.242 0.21
重	Δz				-OFIN OUL	-940 - 037.	-042-050	0.20	0.14
	Br/R+A	1.61	1.87	2.20	1 47	176	1 5 4	-0.22.00.20	-0.16~0.14
圧	压力 Perp	22.55 Kg/cm	18.38	17.83	27 45	29.6	7.24	1.04	. 0.77
漬	(Pryclexp	0.673	0.549	0.502	0.630	0673	0 50.5	14.	
., I	試験担务	川崎重工	同左	同左	同左		*11日空竹	<u> </u>	0.827
2،	端肋骨匠心巨	同-推;50**	周	同 粮 130	周-42: 60	同一時: 60	1 · · · 元川	34.50.51	RIE 1
	その他	1) A1 21= A20	under line 主施	した値を次の谷	すの人の値とした	(2) キング 至	$F = 71 \times 10^4$	3/11-12 5日いた	25×5.0 ;同一报
	117日では、117日では、117日では、11711日に、1111日での111日での111日での111日での111日での111日での111日での11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日に、111日の11日の11日の11日の11日の11日の11日の11日の11日の11								

第 2 表

240

第2表の実験値による pressure factor $\left(\frac{P}{P_{yc}}\right)_{exp}$ を第6図に プロットした。白点は bodily factor $\frac{P_{yc}}{P_e}$ を横軸にとつた場合, 同じ形で真中に黒丸のある点は横軸に初期撓の影響 Δ を含めた場 合である,前者がばらついているのに比べ後者は点線の帯の近く に不満足ながらおおむね集まつているといえよう。

7 結

(イ) 外圧をうける補強円筒殻の全体圧壊圧力の算定につき肋 骨の局部圧壊に着目した考察を行ない、初期撓量をパラメーター とする一つの解析方法を求めた。

营

(ロ) この方法を適用すると従来の試験成績につき概略の説明 を与えることができるが、圧壊に影響を及ぼす要因はなお数多く あり今後の精密な解明が必要である。

付 録 許容変形の計算

弦 \overline{AB} が $\overline{A'B'}$ に移動したとする (A図)。A', B' の位置は $\delta\theta$ と $\overline{AA'}(=l)$ を与えれば決まり簡単な計算から

A 図

 $\delta\theta$ は微少であるから $\sin\omega = \cos\frac{\varphi}{2} + \delta\theta \sin\frac{\varphi}{2}$, $\cos\omega = -\sin\frac{\varphi}{2} + \delta\theta \cos\frac{\varphi}{2}$ として $\frac{l}{r}$ の式へ代入すると結局

 $\overline{A'B'} = \frac{(r-l)\tan\varphi}{\sin\varphi \cdot \cos\varphi}$

 $\frac{l}{r} = 1 - 2\sin\frac{\varphi}{2} \left(\frac{\sin\omega}{\tan\varphi} - \cos\omega\right)$

 $\frac{l}{r} = \left(\sin\varphi - \frac{1 - \cos\varphi}{\tan\varphi}\right) \delta\theta$ あるいは $\varphi = \frac{\pi}{n}$ を用いて

 $\simeq \simeq \kappa \quad \omega = 90^{\circ} + \frac{\varphi}{2} - \delta\theta$

つぎに $A'B'=AB=2r\sin\frac{\varphi}{2}$ より

 $\overline{AA'} = \left(\sin\frac{\pi}{n} - \frac{1 - \cos(\pi/n)}{\tan(\pi/n)}\right) r \,\delta\theta \tag{A}$

AA'の括弧内の値および本文中の W_2 の式にあるKの値を各nについて求めるとA表のとおりである。

A 表											
n	3	4	6	12	18						
$\varphi = \frac{180^{\circ}}{n}$	60°	45°	30°	15	10*						
sing - 1- cosg tang	- 1 -	12-1	2-13	0.1315	0.0874						
к	0.980	0.989	9995	0.998	0.998						

参考文献

- J. G. Pulos : Structural Analysis and Design Consideration for Cylindrical Pressure Hulls, D. T. M. B. Rep. 1639 April 1963
- 2) 寺田, 島本:補強材を有する薄肉円筒殻の圧壊に関する研究 造船協会々報 第108号

