

(昭和40年11月造船協会秋季講演会において講演)

横圧力と同時に縁圧縮応力をうける矩形板の座屈

正員 吉 識 雅 夫*

正員 山 本 善 之*

正員 近 藤 尚 夫**

Buckling of Plates Subjected to Edge Thrusts and Lateral Pressure

By Masao Yosiki *Member*Yoshiyuki Yamamoto, *Member*Hisao Kondo, *Member*

Summary

Many parts of ship structures, such as bottom plating, are subjected to edge thrusts and lateral pressure at the same time. In this paper, the behavior of a plate under increasing edge thrusts and constant lateral pressure is investigated. Such a plate deflects from the beginning, and the deflection increases continuously with load. When lateral pressure is large enough, the deflection pattern is similar to that due to lateral pressure alone, and any definite critical state does not appear. When the lateral pressure is small, buckling pattern appears under the edge thrust of a certain value. Such behaviors are investigated theoretically and experimentally, and a good accordance between the theory and the tests are obtained. Within the elastic range, the critical value of edge thrusts usually increases with lateral pressure. When the plate is stressed beyond elastic limits, the critical stress is lowered by the effect of plastic deformations.

序 論

船体の板構造で、横圧力と同時に面内力をうける部分が少くない。船底外板はその好例であつて、その板厚は、ホギング状態において、横圧力と同時に面内圧縮力をうける場合の強さによつて決定されることが少くない。とくに、最近多く採用される深い船ではこの傾向が著しく、また高張力鋼を船底に使用するときにはこれが重要な問題になる。すなわち、高張力鋼を使用すると縦強力の見地から船底外板を薄くすることができるにも拘らず、横圧力とともに面内圧縮力をうける板としての座屈強度からその寸法が制限される。また、この座屈強度を高めるためには、縦肋骨の間隔を狭めればよいが、この方面の研究はまだ余りなされていないため、その設計資料も不十分である。本研究では、最も基礎的な、横圧力を同時に一方向からの縁圧縮をうける周辺で支持された矩形板について、理論的・実験的に研究を行なつた^{1,2)}。

1 理論的研究

平板が横圧力をうけない場合については、面内圧縮力に対応する座屈前の位置エネルギーと、座屈後すなわちたわんだのちの位置エネルギーを比較して、板の平衡の安定性を検討し、安定な平衡の限界としていわゆる座屈限界点が決まる。しかし、横圧力をうける場合は、最初からたわみが存在しているので、このような限界点は必ずしも決定できない。このときたわみにともなつて板の面方向に伸びが生ずるので、面内の合応力の分布がたわみに影響されることになる。しかも、このたわみの成長の仕方は、合応力に関係する。

横圧力によるたわみの小さいときは、合応力は縁応力によつてほとんどきまる。そして、たわみの成長の様子も横圧力のない場合に類似している。横圧力によつて生ずるたわみの大なるときは、横圧力によるたわみ波形が

原稿受付 昭和40年7月10日

* 東京大学工学部

** (株)呉造船所

面内圧縮力の増加とともにそのまま成長すると考えられる。したがって、この場合は座屈といひ難い現象となる。

さて、周辺で単純に支持された矩形板 $a \times b \times c$ を考える。この板が横圧力 q をうけるとともに、 b 辺を剛体を介して圧縮力 pbt によつて圧縮されているとする。一方、 a 辺にはなんら縁応力は働かない。初めの状態で、中央面内に x, y 軸をとり、それに垂直に z 軸をとる。ただし、 $x=0, a, y=0, b$ が板の周辺と一致するとする。板の面内方向の合応力

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz, \quad N_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} dz, \quad N_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dy \quad (1)$$

は、エアリーの応力関数 F を用いて

$$N_x = t \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad N_{xy} = -t \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \quad N_y = t \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (2)$$

と表わすことができる。一方板の中央面の面方向のひずみ、すなわち面方向の平均ひずみは

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{Et} (N_x - \nu N_y), \\ \gamma &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{2(1+\nu)}{Et} N_{xy}, \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 = \frac{1}{Et} (N_y - \nu N_x) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。ここに u, v, w は中央面上の点の変位、 E, ν はヤング率とポアソン比である。(3) より u, v を消去して、適合条件

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

が得られる。また、 z 方向の平衡条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\ = \frac{t}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{q}{D} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。境界条件としては、

$$\left. \begin{aligned} x=0, a \text{ で } \quad w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0 \\ \int_0^b \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dy = -bp \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$u(x=a) - u(x=0) = \text{一定} \quad (7)$$

$$y=0, b \text{ で } \quad w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

を採用する。(6) は b 辺上でたわみ、曲げモーメント、面内の合せん断応力が 0 になり、平均圧縮応力が p になることを示し、(7) は辺 $x=0, a$ が変形後も平行であることに相当する。(8) は a 辺上でたわみ、曲げモーメント、面内合応力が 0 になることを示す。

解 w, F は微分方程式 (4), (5) と境界条件 (6)~(8) を満たすものでなければならない。これを

$$w = \sum_{n=1}^N w_n \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F = -\frac{py^2}{2} + E \sum_{m=0}^{2N} \left\{ A_m + B_m \cos \frac{2\pi y}{b} + C_m \cosh \frac{m\pi}{a} \left(y - \frac{b}{2} \right) \right. \\ \left. + D_m \frac{m\pi}{a} \left(y - \frac{b}{2} \right) \sinh \frac{m\pi}{a} \left(y - \frac{b}{2} \right) \right\} \cos \frac{m\pi x}{a} \end{aligned} \quad (10)$$

とおく。この w は (6), (8) の w に関する条件を満たしている。これらを (4) に代入して A_m, B_m を w_n の関数として定める。

$$\left. \begin{aligned} A_0 = 0, \quad B_0 = \frac{1}{32\alpha^2} \sum_{n=1}^N n^2 w_n^2 \\ A_m = \frac{\alpha^2}{4m^4} \left\{ \sum_{k=l=m} (kl - k^2) w_k w_l + \sum_{k+l=m} (kl + k^2) w_k w_l \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$B_m = \frac{\alpha^2}{4(m^2 + 4\alpha^2)^2} \left\{ \sum_{|k-l|=m} (kl+k^2) w_k w_l + \sum_{k+l=m} (kl-k^2) w_k w_l \right\}$$

$$m \geq 1, \quad \alpha = a/b.$$

また、(8) の F に関する条件より、 C_m, D_m は A_m, B_m で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= D_0 = 0 \\ C_m &= -2(A_m + B_m) \left(\sinh \frac{m\pi}{2\alpha} + \frac{m\pi}{2\alpha} \cosh \frac{m\pi}{2\alpha} \right) \\ &\quad \div \left(\frac{m\pi}{\alpha} + \sinh \frac{m\pi}{\alpha} \right) \\ D_m &= 2(A_m + B_m) \sinh \frac{m\pi}{2\alpha} \div \left(\frac{m\pi}{\alpha} + \sinh \frac{m\pi}{\alpha} \right) \\ m &\geq 1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(6) の第3および第4の条件の成立することは明らかである。条件(7)は

$$\begin{aligned} u(x=a) - u(x=0) &= \int_0^a \frac{\partial u}{\partial x} dx \\ &= \int_0^a \left\{ \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \\ &= -\frac{pa}{E} - B_0 \left(\frac{2\pi}{b} \right)^2 a \cos \frac{2\pi y}{b} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N n^2 w_n^2 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \frac{a}{2} \sin^2 \frac{\pi y}{b} \\ &= -\frac{pa}{E} - \frac{\pi^2}{8a} \sum_{n=1}^N n^2 w_n^2 \end{aligned}$$

となり、この式も満されていることがわかる。平均ちぢみを e とおくと

$$e = \frac{p}{E} + \frac{\pi^2}{8} \sum_{n=1}^N n^2 \left(\frac{w_n}{a} \right)^2 \quad (13)$$

である。

さて、 w, F は(5)も満さねばならないが、この式は非線形なので、完全に満たすことは困難である。それゆえ、ガラーキソ法を適用する。すなわち、(9)、(10)を(5)に代入し、その両辺に $\sin \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$, ($k=1, 2, \dots, N$) を乗じて、中央面の全体にわたって積分する。なお、 q としては、

$$q = q_0 + q_1 \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2} \right) \quad (14)$$

とおくことにする。

$$\begin{aligned} & (p_k - p + 2\pi^2 EB_0/b^2) \frac{b^2 k^2 w_k}{Et^3 \pi^2} \\ & + \frac{1}{t^3} \sum_{k-l \geq 1} w_{k-l} \left\{ -\frac{l^2}{2} A_l + \left(k - \frac{l}{2} \right)^2 B_l + (A_l + B_l) (-k^2 + kl + 2\alpha^2 + 4\alpha^2/l^2) H_l \right\} \\ & - \frac{1}{t^3} \sum_{N \geq l-k \geq 1} w_{l-k} \left\{ -\frac{l^2}{2} A_l + \left(k - \frac{l}{2} \right)^2 B_l + (A_l + B_l) (-k^2 + kl + 2\alpha^2 + 4\alpha^2/l^2) H_l \right\} \\ & + \frac{1}{t^3} \sum_{N \geq l+k} w_{l+k} \left\{ -\frac{l^2}{2} A_l + \left(k + \frac{l}{2} \right)^2 B_l + (A_l + B_l) (-k^2 - kl + 2\alpha^2 + 4\alpha^2/l^2) H_l \right\} \\ & = \begin{cases} \frac{16\alpha^2 b^4 q_0}{k\pi^6 Et^4} & (k=1, 3, 5, \dots \leq N) \\ -\frac{8\alpha^2 b^4 q_1}{k\pi^6 Et^4} & (k=2, 4, \dots \leq N). \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

ここに p_k は k 個の座屈波の生ずるときの平板の弾性座屈応力で、

$$p_k = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \left(\frac{k}{\alpha} + \frac{\alpha}{k} \right)^2, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (16)$$

である。また

$$H_l = \frac{16 \alpha \sinh^2 l\pi/2 \alpha}{l\pi(1+4\alpha^2/l^2)^2(l\pi/\alpha + \sinh l\pi/\alpha)} \quad (17)$$

である。 A_m, B_m は w_n についての 2 次式なので、(15) は w_n についての N 元 3 次連立方程式となる。

以下において、 $\alpha \leq 2$ の場合について (15) を具体的に考えよう。このとき $N=2$ とすることができる。よつて、

$$\left. \begin{aligned} A_0=0, \quad A_1 &= -\frac{\alpha^2 w_1 w_2}{4}, \quad A_2 = \frac{\alpha^2 w_1^2}{32}, \quad A_3 = \frac{\alpha^2 w_1 w_2}{36}, \\ A_4 &= \frac{\alpha^4 w_2^2}{128}, \quad B_0 = \frac{w_1^2 + 4w_2^2}{32\alpha^2}, \quad B_1 = \frac{9\alpha^2 w_1 w_2}{4(1+4\alpha^2)^2} \\ B_2 &= 0, \quad B_3 = -\frac{\alpha^2 w_1 w_2}{4(9+4\alpha^2)^2}, \quad B_4 = 0 \end{aligned} \right\}$$

となる。とくに $\alpha=2$ のときについて解こう。このとき

$$\left. \begin{aligned} A_0=0, \quad A_1 &= -w_1 w_2, \quad A_2 = \frac{w_1}{8}, \quad A_3 = -\frac{w_1 w_2}{9}, \quad A_4 = \frac{w_2^2}{32}, \\ B_0 &= \frac{w_1^2 + 4w_2^2}{128}, \quad B_1 = \frac{9w_1 w_2}{17^2}, \quad B_2=0, \quad B_3 = -\frac{w_1 w_2}{25^2}, \quad B_4=0 \end{aligned} \right\}$$

また

$$p_1 = p_2/0.64, \quad p_2 = \frac{4\pi^2 D}{b^2 t}$$

なので、(15) は

$$0.12294 \left(\frac{w_1}{t} \right)^3 + \left(\frac{w_1}{t} \right) \left(\frac{w_2}{t} \right)^2 + 1.9478 \left(1 - 0.64 \frac{p}{p_2} \right) \frac{w_1}{t} = 0.22656 \left(\frac{b}{t} \right)^4 \frac{q_0}{E} \quad (18)$$

$$\left(\frac{w_1}{t} \right)^2 \left(\frac{w_2}{t} \right) + 1.7016 \left(\frac{w_2}{t} \right)^3 + 4.9864 \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \frac{w_2}{t} = -0.05664 \left(\frac{b}{t} \right)^4 \frac{q_1}{E} \quad (19)$$

が得られる。 q_0, q_1, p の値に対して、(18), (19) より $(w_1/t) \sim (w_2/t)$ 曲線が得られ、その交点として解 $(w_1/t) \sim (w_2/t)$ が求まる。 q_0, q_1 を一定にして p と $(w_1/t), (w_2/t)$ との関係を求めることができる。

$q_1=0$ のときは、(19) は

$$\left\{ \left(\frac{w_1}{t} \right)^2 + 1.7016 \left(\frac{w_2}{t} \right)^2 + 4.9864 \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \right\} \frac{w_2}{t} = 0 \quad (20)$$

となり、一般に $w_2=0$ なる解をもつ。したがって、(18) は

$$0.12294 \left(\frac{w_1}{t} \right)^3 + 1.9478 \left(1 - 0.64 \frac{p}{p_2} \right) \frac{w_1}{t} = 0.22656 \left(\frac{b}{t} \right)^4 \frac{q_0}{E} \quad (21)$$

となり、これより q_0, p に対して (w_1/t) が定められる。ここに注意すべきは、

$$\left(\frac{w_1}{t} \right)^2 + 1.7016 \left(\frac{w_2}{t} \right)^2 + 4.9864 \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) = 0 \quad (22)$$

が成立するときは、(20) は 0 でない解 (w_2/t) をもつことができることである。このような事情は p が、 p_2 より大きなある値 $p_2^*(q_0)$ に達したとき初めて起こり得る。このときまで $(w_2/t)=0$ なので、この瞬間には (22) は

$$\left(\frac{w_1}{t} \right)^2 + 4.9864 \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) = 0 \quad (23)$$

となる。したがって、(21), (23) を満たす p が q_0 に対応する限界値 $p_2^*(q_0)$ で、 q_0 を一定に保ちつつ、 p を増したとき、 p が $p_2^*(q_0)$ に達すると w_2 が現われ得ることになる。したがって、 $p_2^*(q_0)$ は q_0 のみが存在するときの座屈応力ともいふべきものである。この $p_2^*(q_0)$ はある値 q_0^* より大なる q_0 に対しては存在しない。この q_0^* は条件 (23) のもとにおける (21) で与えられる q_0 の最大値として定められ、

$$q_0^* = 2.7985 E \left(\frac{t}{b} \right)^4 \quad (24)$$

$$p_2^*(q_0^*) = 1.3689 p_2 \quad (25)$$

となる。 q_0 が q_0^* より大なるときは、 w_2 は現われず、 $p \rightarrow \infty$ のとき $w_1 \rightarrow \infty$ となる。なお、 $p = p_2^*(q_0)$ の状態から、 p の増加とともに w_2 が急激に増加すると、(18), (22) より w_1 はむしろ減少すると考えられる。すなわち、 $p = p_2^*(q_0)$ のとき $\frac{dw_2}{dw_1} \rightarrow \infty$ となる。

q_1 が 0 でないときは, $p=0$ のときでも w_2 が存在する。以下 q あるいは q_0, q_1 は一定値のまま, p が増加する場合について考えるとする。 $q_1=0$ の場合の類似から, q_0 がある値 $q_0^*(q_1)$ より小さいときは, p がある限界値をこえて増大すると w_2 が急速に増大し, q_0 が $q_0^*(q_1)$ より大きいときは p がいくら増大しても w_2 はあまり増加しないというような $q_0^*(q_1)$ が存在すると考えられる。 $q_0 < q_0^*(q_1)$ のとき, w_2 が急速に増大し始める p の限界値を $p_2^*(q_0, q_1)$ とすると, これは $p_2^*(q_0)$ に似た性質をもつものであるが, これを明確にかつ一般的に規定することは困難である。ここでは, $p_2^*(q_0)$ についてみよように, $p_2^*(q_0, q_1)$ を $\frac{dw_2}{dw_1} \rightarrow \infty$ となる p の値として規定することにする。この $p^*(q_0, q_1)$ の存在する q_0 の最大値が $q_0^*(q_1)$ である。ところで, q_1 の存在するときは, $\frac{\partial w_2}{\partial p}$ が有限な

で, $q^*(q_0, p_1)$ は $\frac{\partial w_1}{\partial p} = 0$ で規定できることになる。(18), (19) を p で微分し, $\frac{\partial w_1}{\partial p} = 0$ を用い, $w_1 \neq 0$ なることにより,

$$\left. \begin{aligned} 1.9478 \times 0.32 &= \frac{w_2}{t} p_2 \frac{\partial w_2/t}{\partial p}, \\ 4.9864 \frac{w_2}{t} &= \left\{ \left(\frac{w_1}{t} \right)^2 + 1.7016 \times 3 \left(\frac{w_2}{t} \right)^2 + 4.9864 \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \right\} p_2 \frac{\partial w_2/t}{\partial p} \\ &= \left\{ 2 \times 1.7016 \left(\frac{w_2}{t} \right)^2 - 0.05664 \left(\frac{b}{t} \right)^4 \frac{q_1}{E} \frac{t}{w_2} \right\} p_2 \frac{\partial w_2/t}{\partial p} \end{aligned} \right\}$$

が得られ, これらより $\frac{\partial w_2/t}{\partial p}$ を消去すると

$$\frac{w_2}{t} = -0.23097 \left(\frac{b}{t} \right)^{4/3} \left(\frac{q_1}{E} \right)^{1/3} \quad (26)$$

が得られる。よつて, (19), (18) は

$$\left(\frac{w_1}{t} \right)^2 + 4.9864 \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) = 0.15445 \left(\frac{b}{t} \right)^{8/3} \left(\frac{q_1}{E} \right)^{2/3} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} &\left\{ 0.70121 + 0.09196 \left(\frac{b}{t} \right)^{8/3} \left(\frac{q_1}{E} \right)^{2/3} \right\} \frac{w_1}{t} - 0.12706 \left(\frac{w_1}{t} \right)^3 \\ &= 0.22656 \left(\frac{b}{t} \right)^4 \frac{q_0}{E} \end{aligned} \quad (28)$$

となる。 q_0, q_1 が与えられたとき, (27), (28) より p を定めると, この値が $p_2^*(q_0, q_1)$ である。(28) (より q_0 を最大にする w_1 は

$$\frac{w_1}{t} = 1.3565 \left\{ 1 + 0.13114 \left(\frac{b}{t} \right)^{8/3} \left(\frac{q_1}{E} \right)^{2/3} \right\}^{1/2} \quad (29)$$

と定まり, 対応する q_0, p は $q_0^*(q_1), p_2^*(q_0^*(q_1), q_1)$ であり,

$$\frac{q_0^*(q_1)}{E} = 2.7985 \left\{ 1 + 0.13114 \left(\frac{b}{t} \right)^{8/3} \left(\frac{q_1}{E} \right)^{2/3} \right\}^{3/2} \left(\frac{t}{b} \right)^4 \quad (30)$$

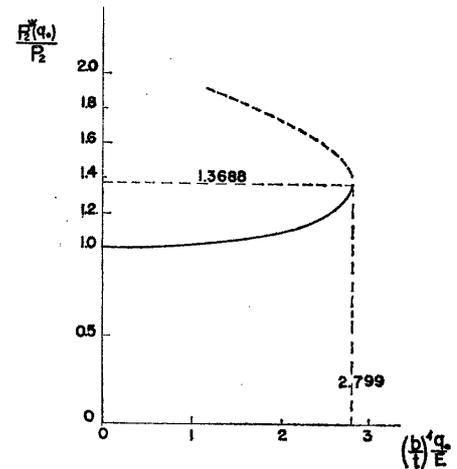
$$\frac{p_2^*(q_0^*(q_1), q_1)}{p_2} = 1.3689 + 0.01715 \left(\frac{b}{t} \right)^{8/3} \left(\frac{q_1}{E} \right)^{2/3} \quad (31)$$

となる。容易に知られるように,

$$p_2^*(q_0, 0) = p_2^*(q_0), \quad q_0^*(0) = q_0^*$$

である。

例として, 後述の実験の場合に対応して



第1図 一様水圧をうける場合の座屈

$$q_1 = 0.1 \text{ kg/cm}, E = 20000 \text{ kg/mm}^2$$

$$b = 500 \text{ mm}, t = 6 \text{ mm および } 10 \text{ mm}$$

の場合について $q_0^*(q_1)$ を求めると

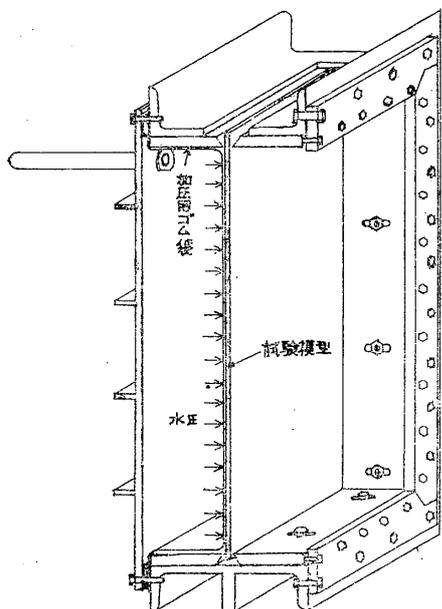
$$q_0^*(q_1) = 0.16 \text{ kg/cm}^2, 0.98 \text{ kg/cm}^2$$

となる。

以上においては主として $\alpha=2$ の場合について述べる。 $\alpha \approx 2$ のときはこれと類似の現象が現われるであろう。 $\alpha \leq 1$ のときは、 $q_0 \neq 0$ であれば初から w_1 があらわれ、しかも座屈波形も w_1 なので、 q_0 のごく小さい場合を除いて座屈とはいえず、縁圧縮力とともにたわみがどんどん増すだけである。 $\alpha \geq 2$ のときも $\alpha=2$ のときとかなり異つた現象が現われるであろうが、これらのすべての場合ともその変形の進行の様子は (15) を解くことによつて定まるであろう。

2 実 験

横圧力と同時に縁圧縮力をうける矩形板の変形の過程を明らかにし、理論を確かめるために実験を行なつた。実験には横圧力を加えるための槽を必要とするので、普通の座屈実験装置を用いることはできない。そこで、模型平板を適当に選び、それにあわせて実験装置をつくる必要がある。理論において述べた $\alpha=2$ の矩形板は、矩形板の特性をもち、しかも最も簡単なので、これを採用し、第2図に示すような実験枠を製作した。模型板の周辺は板面と垂直な方向に支持されている。支持用ナイフエッジの間隔は長さおよび幅方向で 1000 mm および 500 mm である。模型板の片側に槽があり、ゴム膜の袋を介して模型板に横圧力が加えられる。模型板の上下の縁は剛な装置によつて、平行を保ちながら試験機で圧縮される。また両側の縁には面内応力が加わらない。横圧力は前述のゴム袋に入れた水によつて加える。水圧は槽につないだパイプを重力タンクに連結することによつて加えた。圧力を加えるのに水を用いたため、上下端では模型の高さに等しい水高差があることは明らかである。



第2図 座屈実験装置

実験に用いた材料は八幡製鉄製高張力鋼 YES 36 および軟鋼 SS 41 で、板厚 6 mm および 10 mm のものを用いた。板の長さおよび幅は規準 (ナイフエッジ間隔) として 1000 mm および 500 mm なので、各 15 mm のばしたものを試験模型板とした。すなわち板としての長さおよび幅は 1015 mm, 515 mm である。模型板の材料の性質、実験結果の一覧表を第1表に示す。模型板の名称にて、Y, S のついた番号は材料が YES, あるいは SS 41 であることを示し、つぎの数字は板厚 (t mm) を表す。第3の数字は平均圧力の無次元数 q_0/q_Y の 100 倍の概略値である。ここに、 q_Y はこの矩形板が一様な横圧力をうけたとき、最大応力が降伏応力 σ_Y に達するときの圧力で

である。 P_{\max} は縁圧縮力の最大値、 p_{\max} は P_{\max} に対応する平均圧縮応力である。座屈波の数の計算値は q_0 が $q_0^*(q_1=0.1 \text{ kg/cm}^2)$ より大きい小さいかにより 1 または 2 となる。

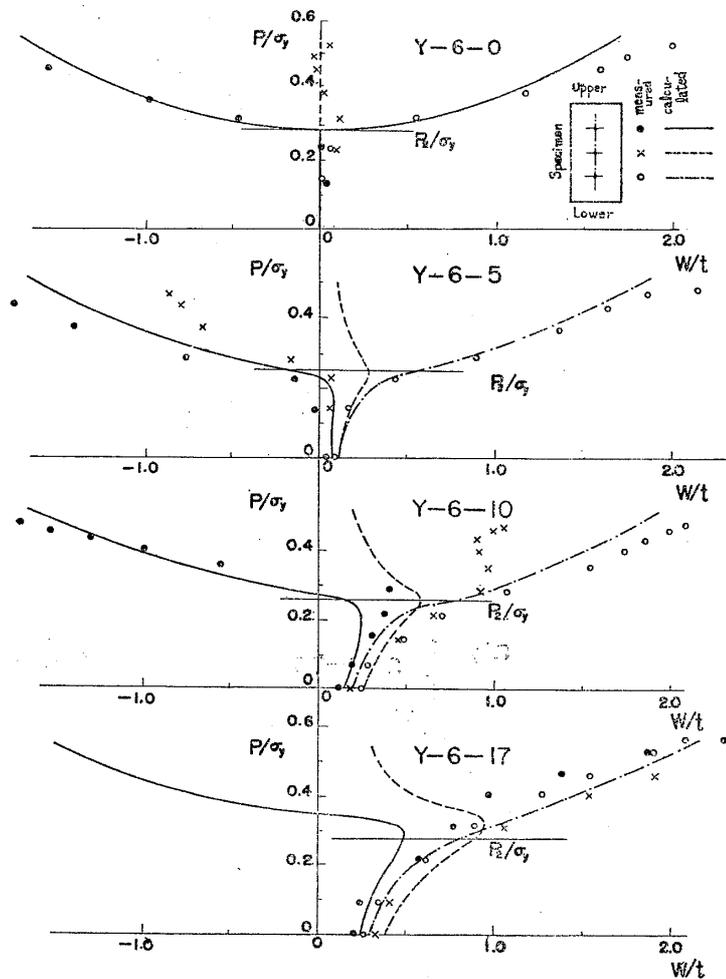
第3~9図に板幅の中央線上の4等分点のたわみと平均圧縮応力の関係の理論曲線および実験点を示した。これによると、板厚 6 mm のものでは、最高応力 p_m の近くを除き、ほとんどの範囲で理論曲線と実験点が一致する。10 mm 厚のものでも、 σ_Y の高い YES 材では、理論実験はよい一致を示す。しかし、10 mm 厚の SS 材では、 $p_2/\sigma_Y > 1$ となるため、 p/σ_Y の低いところから理論曲線と実験点ははずれ、 q_0/q_Y の比較的大なものではその傾向が著しい。このような場合には塑性変形を考慮した理論が必要になる。なお、Y-6-17 では理論と実験が全く違つた傾向を示すが、このとき、 $q_0 \approx q_0^*(q_1)$ なので、実験誤差が拡大されたものと考えられる。

$$q_Y = \frac{\sigma_Y}{6 \times 0.1017} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

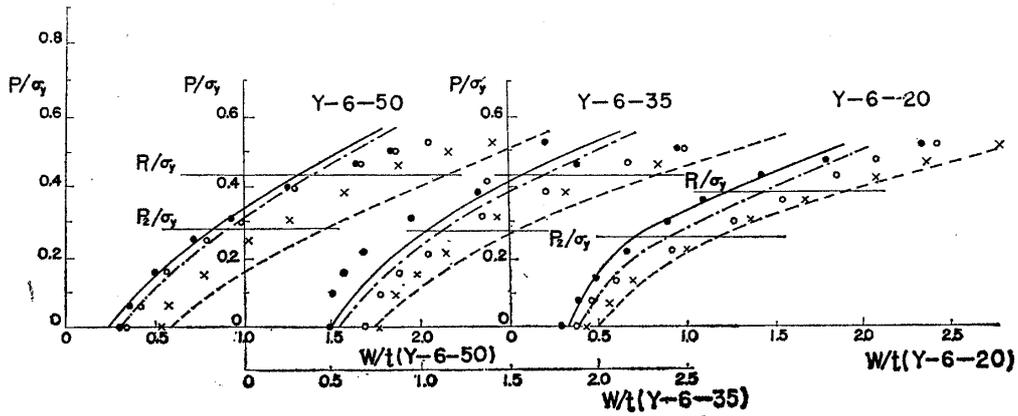
以上により、板厚が薄く、あるいは降伏応力が高くてほとんど弾性範囲内で変形する場合は、最高荷重の近傍

第1表 実験模型

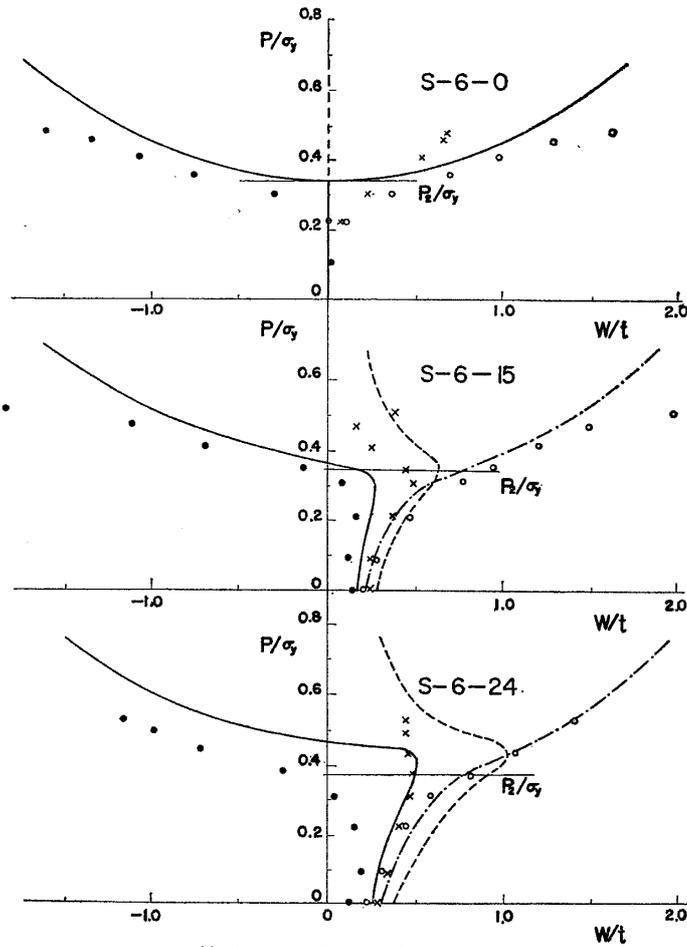
Specimen	t	E	σ_Y	q_0	$\frac{q_0}{q_Y}$	No. of Wave		P_{max}	$\frac{p_{max}}{\sigma_Y}$
						Calc.	Exp.		
Y-6-0	6	2.22	41.6	0	0	2	2	68	.528
	5	"	45.4	.05	.052	2	2	68	.485
	10	"	"	.10	.104	2	2	67.4	.480
	17	"	41.6	.15	.175	2	1	73	.567
	20	"	45.4	.20	.208	1	1	72.4	.516
	35	"	41.6	.30	.350	1	1	65.5	.507
	50	"	"	"	.46	.509	1	1	68
S-6-0	6	2.16	29.8	0	0	2	2	48	.522
	15	2.08	31.9	.10	.148	2	2	49.5	.503
	24	2.16	29.8	.15	.237	2	2	48.5	.527
	47	"	"	.30	.474	1	1	53	.574
	75	"	"	"	.48	.758	1	1	49.5
Y-10-0	10	2.20	42.6	0	0	2	2	166	.757
	8	"	"	.20	.080	2	2	177	.807
	16	"	"	.40	.159	2	2	180	.822
	20	"	"	.50	.199	2	2	166	.757
	37	2.06	43.8	.95	.368	1	1	140.5	.625
	40	"	"	1.05	.406	1	1	156	.694
	50	"	"	1.30	.503	1	1	147	.654
	60	"	"	"	1.55	.600	1	1	135
S-10-0	10	2.30	26.5	0	0	2	2	110	.806
	25	2.04	27.5	.40	.246	2	2	111	.774
	65	2.30	26.5	1.05	.646	2	2	94	.663
	70	2.04	27.5	1.13	.695	1	1	91	.642
	100	2.30	26.5	1.55	.992	1	1	98	.717



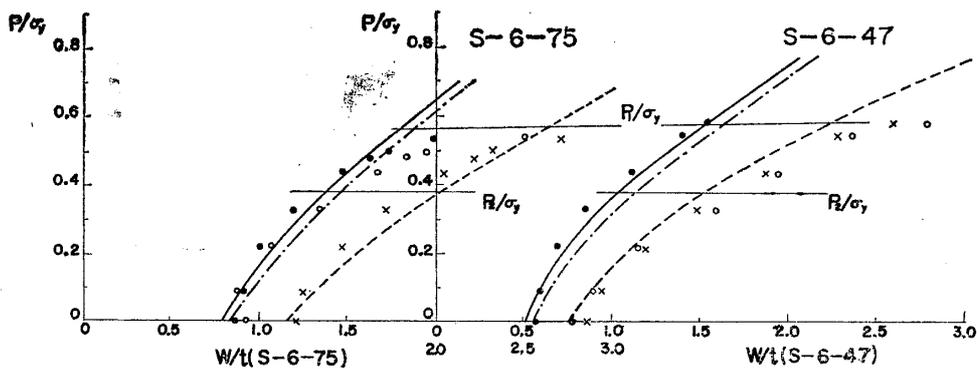
第3図 理論と実験の比較



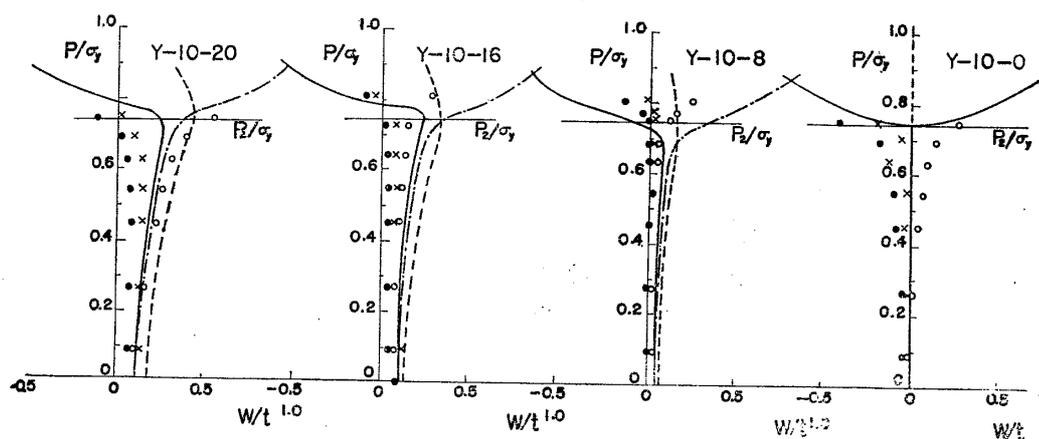
第4図 理論と実験の比較



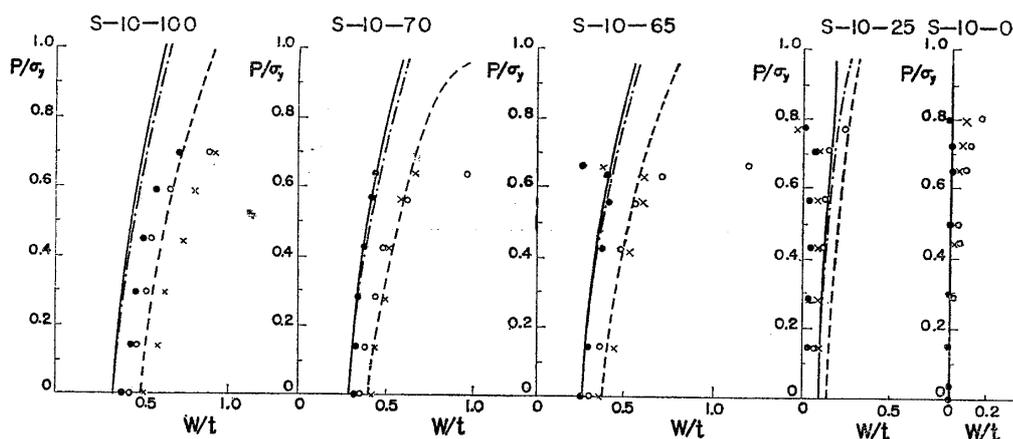
第5図 理論と実験の比較



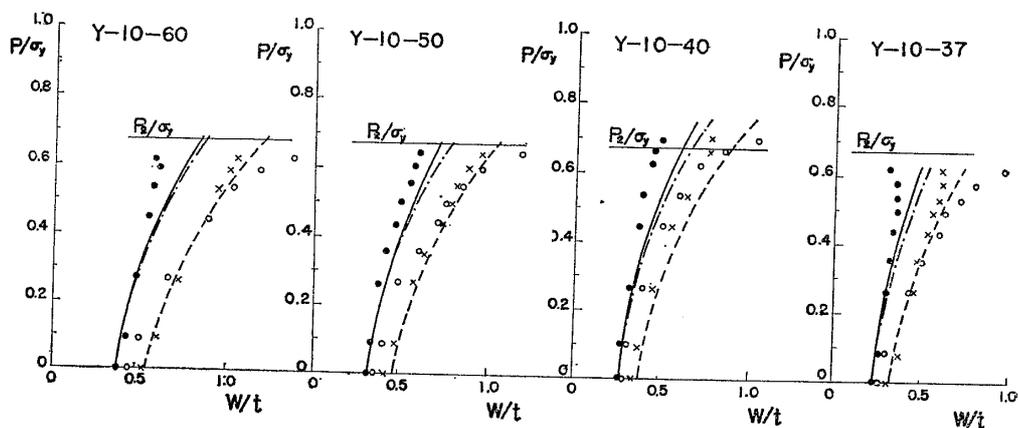
第6図 理論と実験の比較



第7図 理論と実験の比較



第8図 理論と実験の比較



第9図 理論と実験の比較

を除いて、本論文の理論と実験はよい一致を示すことがわかった。

第1表より知られるように、 p_{\max}/σ_Y は、座屈が弾性範囲で生ずる場合は、 q_0/q_Y に余り関係しない。しかし、 $p_0/\sigma_Y \geq 1$ のときは、 q_0/q_Y の増加とともに p_{\max}/σ_Y がかなり減少するようである。

3 結 論

以上においてみたように、横圧力と同時に縁圧縮をうける矩形板の変形の模様は、いわゆる座屈とはかなり異り、生ずる波形も横圧力に大きく影響されることがわかった。さきに述べた一方向のみに圧縮される矩形板の場合は、たわみが生ずると一般に平均応力の分布が変わり、中央部の圧縮応力が減るので、弾性座屈に対しては安定になる。しかし、その座屈応力に達するまでに大きなたわみが生ずることが少くない。また変形の過程において塑性変形が生ずると様子がまた変わる。

本論文で述べた弾性理論は、弾性範囲の実験結果とよく一致しており、本論文で触れなかつた縦横比 α の範囲に対しても本理論は適用できることを示している。しかし、弾性座屈応力が降伏応力と同程度あるいはそれより大きい場合、横圧力が大きく、初めから塑性変形のあらわれる場合、座屈が弾性範囲で生じても座屈後にたわみが成長し塑性変形が生ずる場合などは塑性変形を考慮した理論が必要になる。また、船底外板のように、周辺が支持と異なる場合などについて今後の研究が望ましい。

本研究に当り、東大工学部船舶工学科構造実験室の金子幸平氏ほかの諸氏および舶用機械工学科村上貴英氏に実験その他についてお世話になった。なお本研究は八幡製鉄(株)のご援助のもとに行なわれたものであことを記して謝意を表する。

文 献

- 1) Bleich, F: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill (1952)
- 2) 林毅: 水圧と板内内力を受ける補強外板の強度, 造船協会々報 第81号(昭24/7)