

(昭和 42 年 5 月造船協会春季講演会において講演)

船 の 最 適 操 舵 法

—ポントリヤギンの最大原理による—

正員 山 本 平 弥*

The Optimal Steering of Ships.

—By Application of the Pontryagin's Maximum Principle—

By Heiya Yamamoto, Member

Summary

This paper treats the analysis of the time optimal control problem in the steering of ships. The equation of steering motions of ships can be described as a differential equation of 1st order as follows :

$$T \frac{d\dot{\psi}}{dt} + \dot{\psi} = K\delta$$

where T is a constant which represents the quick responsibility of ships, and K is a constant which represents the turning quality.

The performance of the turning motion of ships is decided by these maneuverability indices T and K .

On the other hand, some optimal control problems in automatic control system are solved by application of the Pontryagin's Maximum Principle.

The problem of optimal control treated here is to minimize the steering time which ships take to turn an assigned turning angle, by application of the Pontryagin's Maximum Principle and maneuverability indices T and K . The turning test on the actual ship proved this method was proper.

1 緒 言

さきに筆者は、自動制御における非線形最適制御理論を操船に応用した船の最適操舵法を発表した⁽¹⁾。その方法は船の操縦性指数を用い、位相面上で最適操舵の切換点を決定するものである。

この方法の欠点の一つは、操舵速度に飽和があるにもかかわらず、操舵速度が無限大であるとみなしたこと、具体的に言えば、図 1 に示すように梯形舵法を矩形舵法に近似したことである。実船による実験結果は、舵角が 15 度のときは計算値と実験値はよく一致したが、20 度、30 度と大きくなるにしたがつて一致しなくなることを示した⁽¹⁾。その原因の一つは、梯形舵法を矩形舵法に近似して取り扱ったことであろう。

近年自動制御の分野で最適問題に関する有効な手法として、R. Bellman の D. P.⁽²⁾ 法および L. S. Pontryagin らによる最大原理⁽³⁾が発表された。筆者は前述の欠点を除くため、ポントリヤギンの最大原理を操船に適用し、最適操舵を試みた。応答の速い船について、数値計算をし、さらに実船による実験を行なった結果、ポント

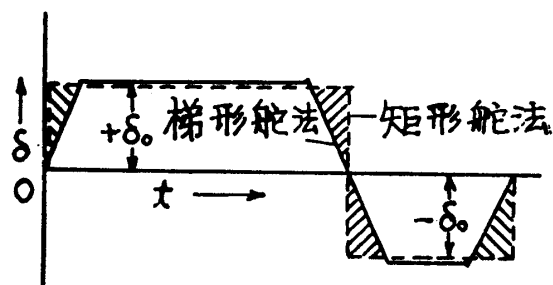


図 1 梯形舵法の矩形舵法への近似

原稿受付 昭和 42 年 1 月 10 日

* 海上保安大学校

リャーギンの最大原理による方法は位相面による方法より、はるかに計算値と実験値がよく一致することが確められた。ここでは、その方法の理論、計算例および実船実験結果について報告する。

2 ポントリャーギンの最大原理^{(3),(4),(5)}

最適制御とは、ある評価法のもとに最適の結果を与える制御をいう。宇宙船の誘導、プラントの操業、起重機の運転、一定速度の自動車を指定位置に最短時間で停車させる問題など、いろいろな場合に最適制御の適用が考えられる。ポントリャーギンらは、一般的な最適問題に対する必要条件を数学的に導いており、これを最大原理と呼んでいる。ここでは最大原理の結論の一部を簡単に記すことにとどめる。

n 次の線形または非線形の定常制御対象特性は、つぎの一連の1次方程式に書くことができる。

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, u) \quad (1)$$

ただし $i=1, 2, \dots, n$, ここに x は $x_1, x_2, \dots, x_n$ で状態変数である。また u は $u_1, u_2, \dots, u_r$ で操作量である。ベクトル表示をすれば、つぎの式となる。

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad (2)$$

多くの場合に実現可能な操作入力は、おのずから範囲に限られるので、 $u \in U$ と表わす。なお系が線形のときは(1)式はつぎの形をとる。

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + \sum_{k=1}^r b_{ik}u_k \quad (3)$$

$i=1, \dots, n$, a_{ij} と b_{ik} はそれぞれ定数である。また(3)式をベクトルのつぎのように書くこともできる。

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (4)$$

いま制御対象が(1)式あるいは(3)式などで与えられたとき、初期状態 $t=0$ における $x(t_0)$ から終端状態 $t=t_1$ における $x(t_1)$ まで状態点を移し、かつ評価関数

$$J = \int_0^{t_1} f(x, u) dt \quad (5)$$

を最小にするような操作量を最適操作量、そのときの状態空間における軌道 $x(t)$ を最適軌道という。最大原理はこのような最適制御の必要条件を与えるものである。

いま、(5)式の条件を座標に入れるために、人工的な座標 x_0 をつぎのように導入する。

$$\frac{dx_0}{dt} = f_0(x, u) \quad (6)$$

このとき $(n+1)$ 次元状態ベクトルを $X = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$ とおき、また $F = (f_0, f_1, f_2, \dots, f_n)$ とおくと、 $(n+1)$ 次元ベクトル方程式は

$$\frac{dX}{dt} = F(x, u) \quad (7)$$

となる。これに呼応して $(n+1)$ 次元補助ベクトル $\phi = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n)$ を導入し、かつつぎのスカラー関数を定義する。

$$H = (\phi, F) = \sum_{i=0}^n \phi_i f_i \quad (8)$$

上式の右辺の f_i に u を含むので、 H は u の値によつて変化する。また

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \phi_i} \quad (i=0, \dots, n) \quad (9)$$

$$\frac{d\phi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (i=0, \dots, n) \quad (10)$$

このとき最大原理はつぎのように要約できる。 u が最適操作量るとき、 H は u に関し最大値(極大値)をとり、その値は $t_0 \leq t \leq t_1$ の任意の時間において、時間未定のときは0である。すなわち

$$H = M_{ax} H(u) = 0 \quad (11)$$

終端時間指定のときは

$$H = M_{ax} H(u) = \text{一定} \quad (12)$$

である。

なお、以上は状態変数が拘束条件の内部にある場合についてである。

3 最適制御の型

ポントリャーギンの最大原理によれば、最適制御は図2に示すような3つの型になる。すなわちバンバン制御 (bang-bang), 零つきバンバン制御 (bang-bang with zero), および連続制御 (continuous) である⁽⁶⁾。状態変数に拘束条件がある場合も、零つきバンバンになり得ることが示されている⁽⁸⁾。

船の操舵で舵角を δ , 舵角速度を u とし、操作変数として舵角速度 u を用いた場合、舵角には最大30度あるいは35度という制限がつくので、状態変数 δ に $|\delta| \leq \delta_{\max}$ なる拘束条件がつくことになる。したがってこの場合の最適制御は零つきバンバンになる。

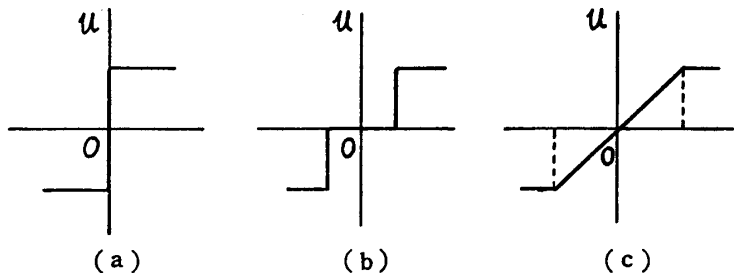


図2 (a)バンバン制御, (b)零つきバンバン制御, (c)連続制御, 線形系の最適制御の型

4 船の運動方程式

船の旋回運動はつぎの式に示すように1次系に近似できる⁽⁷⁾。

$$T \frac{d\dot{\psi}}{dt} + \dot{\psi} = K\delta \quad (13)$$

ここに ψ は船の旋回角, δ は実際の舵角, T は進路安定性を表わす定数, K は旋回性能を表わす定数である。

いま船の旋回角速度を ω とし、かつ舵角および舵角速度に制限があるとし、それぞれの最大値を $\delta_{\max}$, $u_{\max}$ とすれば、船の旋回運動系の方程式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi} &= \omega \\ T\dot{\omega} + \omega &= K\delta \\ \dot{\delta} &= u \\ |\delta| &\leq \delta_{\max} \\ |u| &\leq u_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここでつぎのような変数変換を行なう。

$$\left. \begin{aligned} \psi &= KT^2 u_{\max} \xi \\ \omega &= KT u_{\max} \eta \\ \delta &= T u_{\max} \zeta \\ u &= u_{\max} v \\ t &= T\tau \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

したがって(14)式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \eta \\ \eta' + \eta &= \zeta \\ \zeta' &= v \\ |\zeta| &\leq D = \frac{\delta_{\max}}{T u_{\max}} \\ |v| &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

なお記号 $\cdot$ は $\frac{d}{dt}$ を表わし、記号 $'$ は $\frac{d}{d\tau}$ を表わす。

5 応答の形

舵を一定角速度で動かしている間は、船はRamp入力をうけていると考えられる。(16)式の $\eta' + \eta = \zeta$ で ζ

$=\tau$ なる Ramp 応答は、つぎのようになる。

$$\eta(\tau) = \tau + e^{-\tau} - 1 \quad (17)$$

あて舵に切りかえたのち舵角 $\zeta(\tau)$ に対する旋回角速度 $\eta(\tau)$ の関係は、図3の a, b, c のように3つの場合が考えられる。 a の場合は応答の速い船で回頭が速く、舵が $-D$ 一杯まで切り終る前に旋回角速度が零になり、

切り終った頃には、すでに船は逆回頭を始めていることになる。 b の場合は切り終ったとき、ちょうど旋回角速度が零になっていることを意味し、 c の場合はまだ旋回の途中で、これは応答のおそい船であることを示している。

そこで a の場合は当然舵を $-D$ まで切ることはできなく、 $-D$ の途中で舵をもどさなくてはならない。また b の場合も $-D$ 一杯まで舵をとつたら、この舵をもどすとき、わずかながら船が逆回頭する可能性があり、この場合も a の場合と同様 $-D$ の途中で、もどさなくてはならない。

したがって a, b の場合は図4のようになる。 c の場合は

あて舵一杯 $-D$ までとつて、そのままある時間 L_2 だけ保持してから舵中央にもどすことになるから、図5のようになる。図4の場合を応答の速い船、図5の場合を応答のおそい船と呼ぶことにする。

図3の a, b の場合はつぎの式が成り立つ。等号は b 、不等号は a の場合である。

$$\eta(2D) = 2D - 1 + e^{-2D} \geq D \quad (18)$$

$$\text{すなわち} \quad D \geq 1 - e^{-2D} \quad (19)$$

この (19) 式が成り立つかどうか、あらかじめ検討しておき、成り立てばその系は図4の応答の速い船の場合であり、成り立たなければ図5の応答のおそい船の場合となる。

応答の速い船の系について、可能な最適制御入力 v と、それに対応する応答の形をスケッチすると、図4から

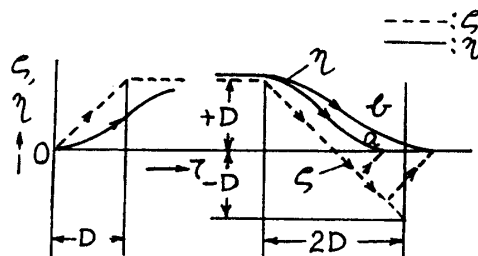


図4 応答の速い場合

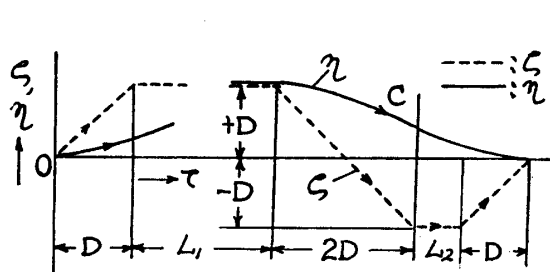


図5 応答のおそい場合

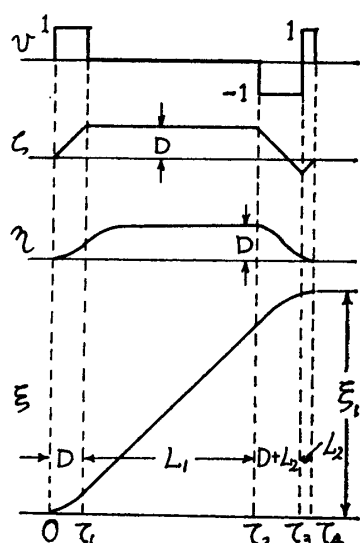


図6 入力 v に対する状態変数の形 (応答の速い船)

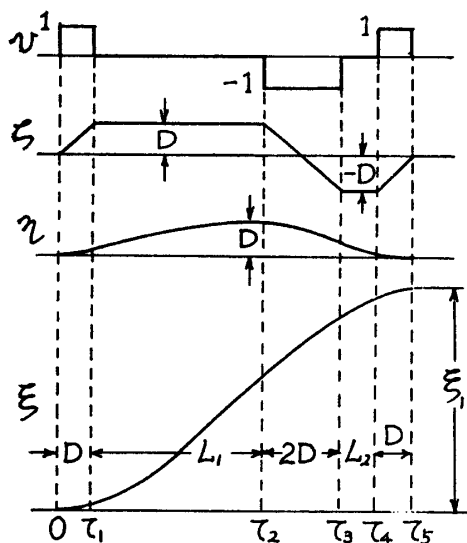


図7 入力 v に対する状態変数の形 (応答のおそい船)

明らかなように図6のようになる。また応答のおそい船の系については、図5から明らかなように図7のようになる。最適制御の問題は、初期条件 $\zeta=\eta=\xi=0$ 、終端条件 $\zeta=\eta=0$ 、 $\xi=\xi_1$ を満たすように、入力 v の切替時刻 $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ あるいは τ_5 を求めることである。

はじめに $v=+1$ で駆動すると、 $\tau_1=D$ にて ζ が拘束条件 $|\zeta| \leq D$ の境界 $\zeta=D$ になるので、ここで $v=0$ にする必要がある。そうすると、 $\zeta=D$ を保持し、 η は少しおくれで $\eta=D$ になり、 ξ はほぼ直線的に増加してゆく。つぎに適当な時間経つて、 τ_2 で船の回頭に制動をかける。すなわち $v=-1$ とすると ζ は -1 の速度で減少し、 η もそれを追いかける。 ξ は増加のしかたが弱まる。ちようどうまく終端条件を満たすためには、図6では ζ が少し負になるところまで行なつてから $v=+1$ に切り換えて、 η と ξ がなめらかにとまるようにしてやる。図7では ξ を $-D$ までもつてゆき、 L_2 時間 $\zeta=-D$ に保持してから $v=+1$ に切り換え、 η と ξ がなめらかにとまるようにしてやる。このような過程で D は既知であるから、 L_1, L_2 を未知として応答曲線を解く。これを解くのにラプラス変換を用いる。

拘束条件 $|\zeta| \leq D$ のうち $|\zeta| < D$ を満たす場合を内部と表わし、 $\zeta=\pm D$ を満たす場合を境界と表わすことにする。

5.1 内 部

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \eta \\ \eta' + \eta &= \zeta \\ \zeta' &= v \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(20) 式をラプラス変換するとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} sX &= Y + \xi_0 \\ sY + Y &= Z + \eta_0 \\ sZ &= V + \zeta_0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし ξ_0, η_0, ζ_0 は初期条件によつて定まる定数である。したがつて

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{s} Y + \frac{1}{s} \xi_0 = \frac{1}{s^2(s+1)} V + \frac{1}{s} \xi_0 + \frac{1}{s(s+1)} \eta_0 + \frac{1}{s^2(s+1)} \zeta_0 \\ Y &= \frac{1}{s+1} Z + \frac{1}{s+1} \eta_0 = \frac{1}{s(s+1)} V + \frac{1}{s+1} \eta_0 + \frac{1}{s(s+1)} \zeta_0 \\ Z &= \frac{1}{s} V + \frac{1}{s} \zeta_0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

しかるに入力 $V = \pm \frac{1}{s}$ であるから

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{\pm 1}{s^3(s+1)} + \frac{1}{s} \xi_0 + \frac{1}{s(s+1)} \eta_0 + \frac{1}{s^2(s+1)} \zeta_0 \\ Y &= \frac{\pm 1}{s^2(s+1)} + \frac{1}{s+1} \eta_0 + \frac{1}{s(s+1)} \zeta_0 \\ Z &= \frac{\pm 1}{s^2} + \frac{1}{s} \zeta_0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

(23) 式をラプラス逆変換するとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \pm \left(\frac{1}{2} t^2 - t + 1 - e^{-t} \right) + \xi_0 + \eta_0 (1 - e^{-t}) + \zeta_0 (t - 1 + e^{-t}) \\ \eta &= \pm (t - 1 + e^{-t}) + \eta_0 e^{-t} + \zeta_0 (1 - e^{-t}) \\ \zeta &= \pm t + \zeta_0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

5.2 境 界

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \eta \\ \eta' + \eta &= \zeta \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

(25) 式をラプラス変換するとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} sX &= Y + \xi_0 \\ sY + Y &= Z + \eta_0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

したがつて

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{s}Y + \frac{1}{s}\xi_0 = \frac{1}{s(s+1)}Z + \frac{1}{s}\xi_0 + \frac{1}{s(s+1)}\eta_0 \\ Y &= \frac{1}{s+1}Z + \frac{1}{s+1}\eta_0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

しかるに $Z = \pm \frac{1}{s}D$ であるから

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{\pm 1}{s^2(s+1)}D + \frac{1}{s}\xi_0 + \frac{1}{s(s+1)}\eta_0 \\ Y &= \frac{\pm 1}{s(s+1)}D + \frac{1}{s+1}\eta_0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

(28) 式をラプラス逆変換するとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \pm D(t-1+e^{-t}) + \xi_0 + \eta_0(1-e^{-t}) \\ \eta &= \pm D(1-e^{-t}) + \eta_0 e^{-t} \\ \zeta &= \pm D \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

6 解

(24) 式および (29) 式から解を求めてみる。

6.1 応答の速い船

図6の $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ における解はつぎのようになる。

$t = \tau_1 = D$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= D \\ \eta &= D-1+e^{-D} \\ \xi &= \frac{1}{2}D^2 - D + 1 - e^{-D} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$t = \tau_2 = L_1 + D$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= D \\ \eta &= D - e^{-L_1} + e^{-D-L_1} \\ \xi &= DL_1 - D + \frac{1}{2}D^2 + e^{-L_1} - e^{-D-L_1} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$t = \tau_3 = L_1 + 2D + L_2$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= -L_2 \\ \eta &= -L_2 + 1 - e^{-D-L_2} - e^{-L_1-D-L_2} + e^{-L_1-2D-L_2} \\ \xi &= D^2 + DL_1 - \frac{1}{2}L_2^2 + L_2 - 1 + e^{-D-L_2} + e^{-L_1-D-L_2} - e^{-2D-L_1-L_2} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$t = \tau_4 = L_1 + 2D + 2L_2$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= 0 \\ \eta &= -1 + 2e^{-L_2} - e^{-D-2L_2} - e^{-L_1-D-2L_2} + e^{-L_1-2D-2L_2} \equiv 0 \\ \xi &= -L_2^2 + D^2 + DL_1 + 1 - 2e^{-L_2} + e^{-D-2L_2} + e^{-L_1-D-2L_2} - e^{-L_1-2D-2L_2} \equiv \xi_1 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

図6に示すように $t = \tau_4$ では $\zeta = 0, \eta = 0, \xi = \xi_1$ にならなければならない。よつて (33) 式から

$$\left. \begin{aligned} -1 + 2e^{-L_2} - e^{-D-2L_2} - e^{-L_1-D-2L_2} + e^{-L_1-2D-2L_2} &= 0 \\ D^2 + DL_1 - L_2^2 &= \xi_1 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

となる。(34) 式はまたつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} 1 + \sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-\frac{L_2^2+\xi_1}{D}})} &= e^{L_2} \\ 1 + \sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-L_1-D})} &= e^{\sqrt{D(L_1+D)-\xi_1}} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

D, ξ_1 を与えれば (35) 式から L_1 および L_2 , したがつて $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ を求めることができる。 D, ξ_1 は $\delta_{\max}, u_{\max}, K, T$ および旋回しようとする角 ψ_1 を指定すれば定まる。さらに $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ が定まれば, $t = T\tau$ によつて最適切替時刻 t_1, t_2, t_3, t_4 を求めることができる。

6.2 応答のおそい船

図7の $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$ における解はつぎのようになる。

$t = \tau_1 = D$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= D \\ \eta &= D - 1 + e^{-D} \\ \xi &= \frac{1}{2}D^2 - D + 1 - e^{-D} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$t = \tau_2 = L_1 + D$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= D \\ \eta &= D - e^{-L_1} + e^{-D-L_1} \\ \xi &= DL_1 - D + \frac{1}{2}D^2 + e^{-L_1} - e^{-D-L_1} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$t = \tau_3 = L_1 + 3D$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= -D \\ \eta &= -D + 1 - e^{-2D} - e^{-L_1-2D} + e^{-L_1-3D} \\ \xi &= -1 + e^{-2D} + DL_1 + \frac{1}{2}D^2 + D + e^{-L_1-2D} - e^{-L_1-3D} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$t = \tau_4 = L_1 + 3D + L_2$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= -D \\ \eta &= -D + e^{-L_2} - e^{-L_2-2D} - e^{-L_1-L_2-2D} + e^{-L_1-L_2-3D} \\ \xi &= -DL_2 + D + DL_1 + \frac{1}{2}D^2 - e^{-L_2} + e^{-L_2-2D} + e^{-L_1-L_2-2D} - e^{-L_1-L_2-3D} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$t = \tau_5 = L_1 + L_2 + 4D$ にて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= 0 \\ \eta &= e^{-D} - 1 + e^{-L_2-D}(1 - e^{-2D}) - e^{-L_1-L_2-3D}(1 - e^{-D}) \equiv 0 \\ \xi &= (1 - e^{-D})(1 + e^{-L_1-L_2-3D}) - e^{-L_2-D}(1 - e^{-2D}) + D(L_1 - L_2) \equiv \xi_1 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

図7に示すように $t = \tau_5$ では $\zeta = 0, \eta = 0, \xi = \xi_1$ にならなければならない。したがって (40) 式から

$$\left. \begin{aligned} (1 - e^{-D})(1 + e^{-L_1-L_2-3D}) &= (1 - e^{-2D})e^{-L_2-D} \\ D(L_1 - L_2) &= \xi_1 \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

あるいは

$$\left. \begin{aligned} (1 - e^{-D})(1 + e^{-3D} \cdot e^{-(L_1+L_2)}) &= (1 - e^{-2D})e^{-D} \cdot e^{-L_2} \\ L_1 - L_2 &= \xi_1/D \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

応答の速い船の場合 (35) 式から求めたと同様、応答のおそい船の場合は (42) 式から L_1, L_2 をもとめ、したがって $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$ を定め、さらに最適切換時刻 t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 を求めることができる。

7 数 値 計 算

応答の速い船およびおそい船について計算した結果はつぎの通りである。

7.1 応 答 の 速 い 船

一例として、海上保安大学校練習船「こじま」につき計算してみた。「こじま」の要目はつぎの通りである。

排水量：1,193.2ton, 喫水線長：66m, 水中側面積 (A_m)：215.7m², 舵面積 (A)：6.23m², $A/A_m = 1/34.62$

この船は、 $\delta_{\max}$ の値にもよるが、(19) 式で検討してみると図6の応答の速い船に属する。最高 16.9kt の船であるが、13.2kt における $\delta = 15$ 度および 25 度の Z 操船の結果から求めた操縦性指数 T, K の値はつぎのとおりである。

$\delta = 15$ 度のとき $T = 8.31$ s, $K = 0.1047$ 1/s $\delta = 25$ 度のとき $T = 5.7$ s, $K = 0.0806$ 1/s

この指数を用い、船が 13.2kt で直進中、 $\phi = 90$ 度回頭し、新コースに最短時間で入るための操舵切りかえ点の時間とその時の旋回角 ψ を計算し、示したのが図8である。ただし図8の——は $\delta_{\max} = 15$ 度, $u_{\max} = 15^\circ/7.2$ s, ———は $\delta_{\max} = 25$ 度, $u_{\max} = 25^\circ/9.2$ s の場合のものである。

図9の——および——は、舵輪角に対する実際舵角のおくれを考慮に入れた操舵号令発令時刻、ならびにその時の旋回角の値を示したものである。

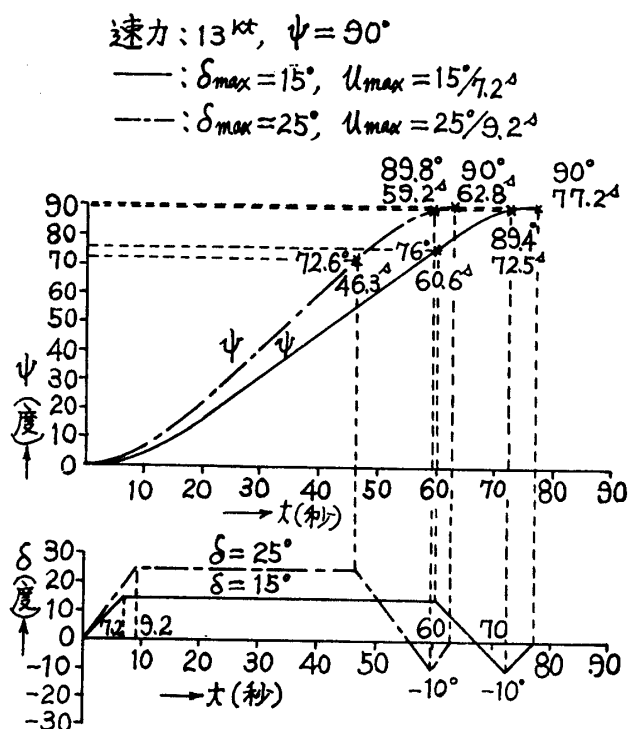


図8 最適切換点の計算値 (応答の速い船)

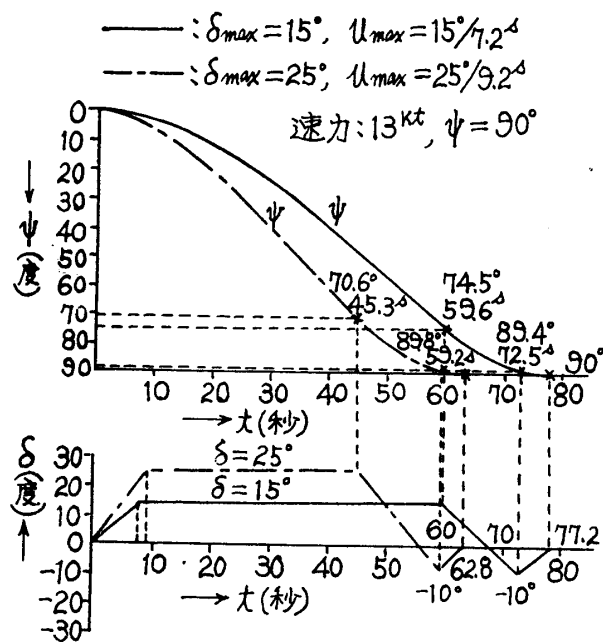


図9 実際の操舵号令発令時の舵角と旋回角 (応答の速い船)

ずかではあるが大きくなっている。しかし右旋回のときも左旋回のときも、 ψ がほとんど1~2度範囲内の誤差で90度旋回していることは、十分満足すべきものと思う。これらわずかの差の原因は、風だけではなく他にもあるものと考えられる。手動操舵では実際の舵角を計算のとき用いた値に正確に一致させてとることは不可能である以上、この程度の誤差はやむをえないものと考えられる。

9 結 言

ポントリャーギンの最大原理による船の最適操舵法は、位相面による方法⁽¹⁾に比べ、はるかに精度の高いこと

7.2 応答のおそい船

満載貨物船⁽⁸⁾について計算してみた。この船の要目はつぎの通りである。

$$L \times B \times D = 150 \times 20.5 \times 12.9,$$

$$A \times d_m = 19,000 \times 9.23$$

$$V_{kt} = 18, \quad A/L^2 d = 0.089,$$

$$K' = 1.25, \quad T' = 1.55$$

18 kt のとき平均速力 V は 9.25 m/s であるから

$$K = \frac{V}{L} K' = 0.077 \text{ 1/s},$$

$$T = \frac{L}{V} T' = 24.3 \text{ s}$$

となる。この船で使用舵角 $\delta_{\max} = 10^\circ$ 、使用舵角速度 $u_{\max} = 10^\circ/5 \text{ s}$ とし、旋回角 $\psi = 90^\circ$ の場合の最適操舵を計算してみる。

$$\xi_1 = \frac{\psi}{K T^2 u_{\max}} = 1.013$$

$$D = \frac{\delta_{\max}}{T u_{\max}} = 0.2055$$

となるので、(19)式で検討してみると、図7の応答のおそい船になる。この場合の最適操舵の計算結果を示したのが図10である。

8 実船実験の結果

8.1 結 果

応答の速い船の例として、前記計算の「こじま」を実際に操船し、つぎに述べる4種の操舵法を試みた。試験場所は安芸灘、風向115度、風力3 m/s、主機毎分回転数236、速力約13 kt この状況のもとで右廻りおよび左廻りに $\psi = 90^\circ$ 旋回するため、 $|\delta| \leq \delta_{\max} = 15^\circ$ および $|\delta| \leq \delta_{\max} = 25^\circ$ の操舵試験を行なった。結果は図11~14に示す通りである。図の---は計算値、—は実測値である。

8.2 誤差の原因

図11, 12に見るように、 $\delta_{\max} = 15^\circ$ の操舵では、計算値と実測値はきわめてよく一致している。このわずかの差は、風の影響と考えられる。

図13, 14の $\delta_{\max} = 25^\circ$ のときは計算値と実測値の時間差が、 $\delta_{\max} = 15^\circ$ のときに比べ、わ

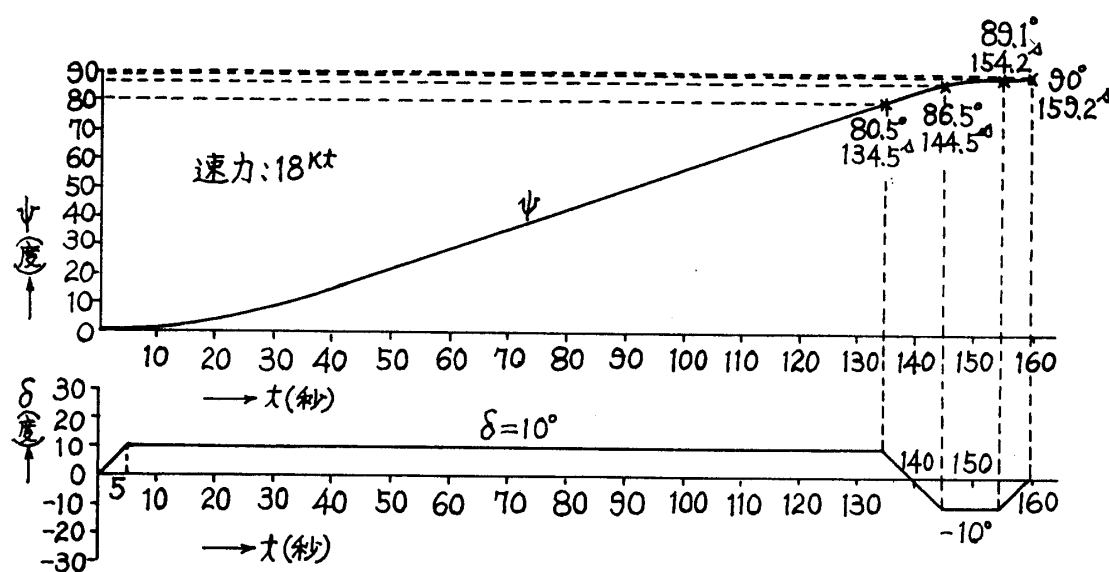


図 10 最適切換点の計算値 (応答のおそい船)

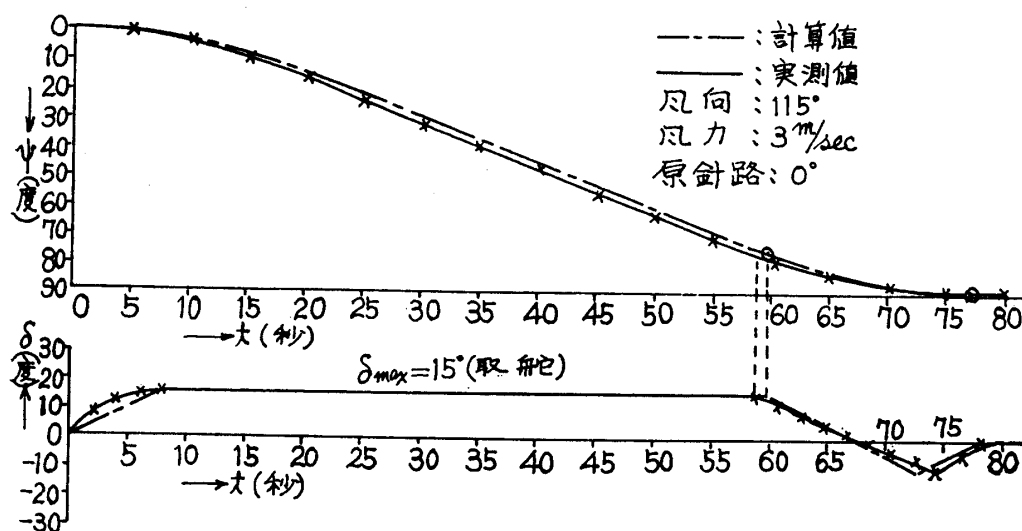


図 11 計算値と実測値の比較 (取舵 15 度)

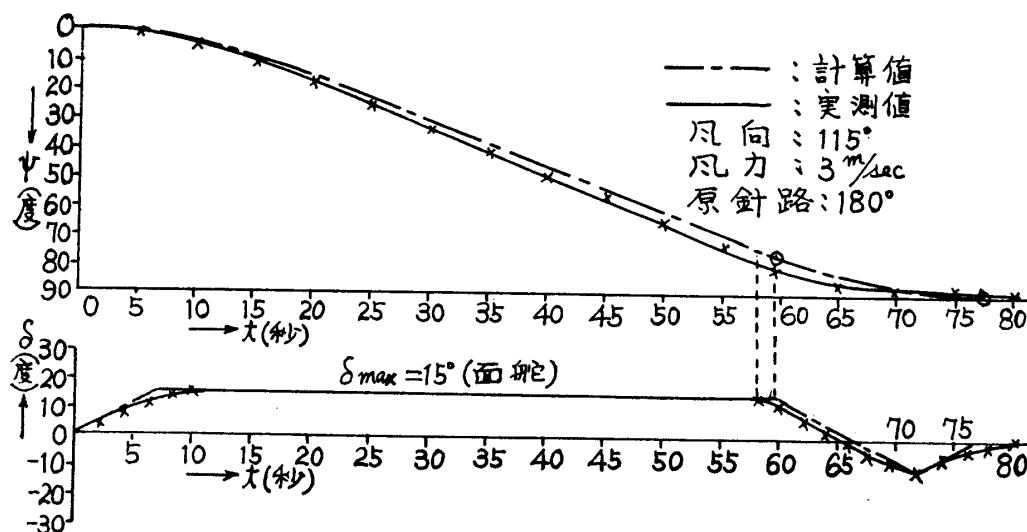


図 12 計算値と実測値の比較 (面舵 15 度)

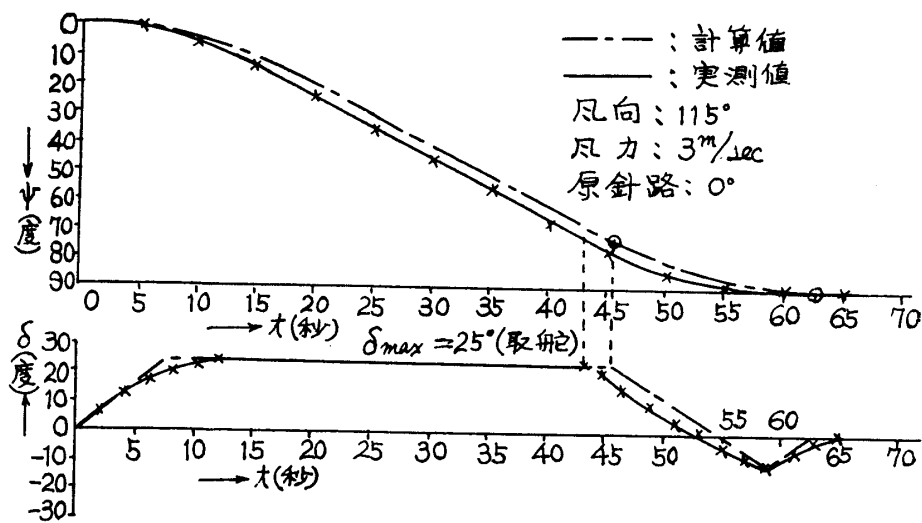


図 13 計算値と実測値の比較 (取舵 25 度)

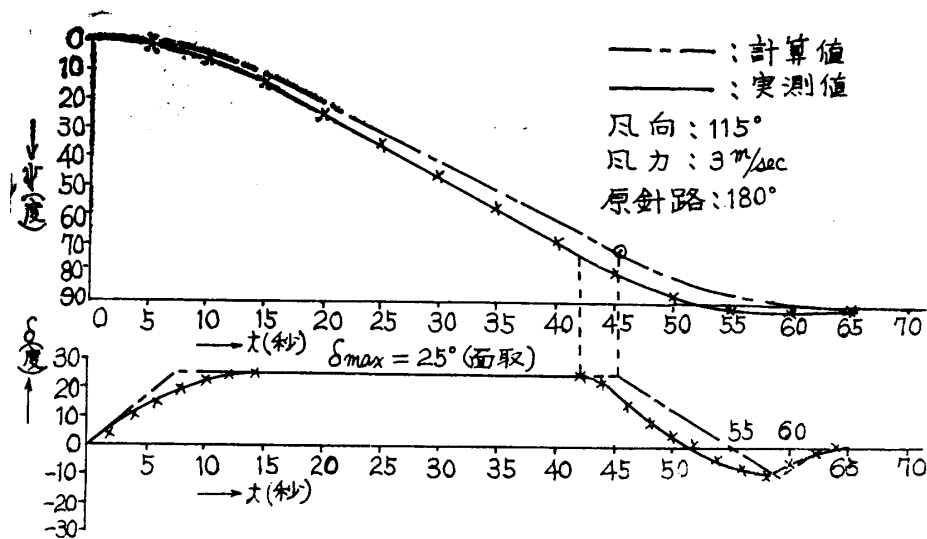


図 14 計算値と実測値の比較 (面舵 25 度)

が確められた。それは位相面法が、実際の梯形舵法を矩形舵法に近似して取り扱わざるをえなかったため誤差が生じたのに反し、最大原理による方法は忠実に矩形舵法で理論計算を進めたものであるため、その誤差が生じないからである。

理論計算値と実験値とは、 $\delta_{max} = 15^\circ$ のときには正確に、 $\delta_{max} = 25^\circ$ の大舵角のときもきわめてわずかの差で一致することが確められた。この方法によれば、キャッチャーボートや巡視船のような速い応答の要求される船でも、また応答のおそい巨大船でも、最適操舵が実現できるのである。

最後にこの研究に関し、終始懇篤なるご指導を賜わった大阪大学工学部造船工学科野本助教授、ならびに最大原理、最適制御につき懇篤なるご指導を賜わった東京大学工学部計数工学科北森助教授に対し、深甚なる感謝の意を表す。また有益な助言を賜わった東京大学工学部船舶工学科元良教授、ならびに東京工業大学制御工学科寺野教授に対し、厚くお礼申し上げる。なお、実船実験につき、海上保安大学校練習船「こじま」乗組員各位に対し、深く謝意を表す。

参 考 文 献

- (1) 山本平弥：船の最適操舵法について，日本航海学会誌，第 30 号，昭和 38 年
- (2) R. Bellman : Dynamic Programming, Princeton Univ. Press., 1957.
- (3) L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko 著, K. N. Trirogoff 訳 :

The Mathematical Theory of Optimal Processes, J, Wiley 1962.

- (4) 高橋安人：最大原理による最適制御論，計測と制御，3，1，1964.
 - (5) 坂和愛幸：最適制御理論におけるポントリャーギンの最大原理，計測と制御，1，4，1962.
 - (6) 高橋安人はか：ポントリャーギン最大原理の応用若干，計測と制御，2，5，1963.
 - (7) 野本謙作はか：船の操縦性について(Ⅱ)，造船協会論文集，101号，1956.
 - (8) 野本謙作：船の操縦性，造船協会誌，第424号，昭和39年11月
-