

(昭和 42 年 5 月造船協会春季講演会において講演)

波形解析による造波抵抗の算定

正員 池 畑 光 尚*

正員 野 沢 和 男**

Determination of Wave-Making Resistance of a Ship by the Method of Wave Analysis

By Mitsuhsa Ikehata, *Member*Kazuo Nozawa, *Member*

Summary

Several methods were recently proposed for the purpose of direct determination of wave-making resistance from the measured wave pattern. Among them, the method based on the Fourier transform of the wave profile at the longitudinal cut seems to be very excellent. The authors applied this method to the measured wave profiles of two models of the simple shapes and computed their wave-making resistance. The comparison of the above results with those of towing test showed a good agreement. It is also discussed in the present paper how to estimate the unavoidable error due to the measurement at a finite distance sideways from the ship, since this method of wave analysis is derived from the asymptotic expression of the wave pattern at an infinite distance from the ship.

1 緒 言

従来、船の造波抵抗を論じる場合、直接船型との対応関係でとらえることが多かつた。現在でもその面の研究は理論的にも実験的にも活発である。しかし船型と造波抵抗の間に必ず介在する船の波自身に注目することは比較的少なかつた。最近理論の精度向上や船体抵抗成分の分離法の研究が進むにつれて、船型と船の波、あるいは船の波と造波抵抗というような形式で、船の波が造波抵抗理論の舞台で脚光を浴びるようになってきた。現在このように船の波を中心とした研究方法を波形解析又は波形分析 (Wave Analysis) と総称しているようである。

この論文では船型と船の波の問題はさておき、船の波と造波抵抗の問題を扱うことにする。船が造つた波を測定して造波抵抗を直接算定するための方法はすでに幾つかの研究が発表されているし、それらのうちにはすでに有効な方法との評価をうけているものもある。実験装置が簡単で、測定が容易で誤差が少く、計算もできるだけ複雑でなく精度の高い方法が望ましいのは当然であろう。現在もつとも簡単に精度よく得られる波の測定は、船が航走するとき、水面の一点に固定された波高計によつてその点を通過する波の高さを測る事であろう。このようにして得られた波の記録は船の造つた波紋のうち、船の進行方向と平行な調査面内に生じた波形を表わしている。この種の波形記録を用いて造波抵抗を求める方法には、Pien の方法¹⁾と Newman-Sharma の方法^{2), 3)}がある。Pien の方法は素成波の概念に基づいて、測定波形から求められた素成波の振幅関数を用いて造波抵抗積分を行なう方法で、計算が相当めんどうである。谷口はこの方法を適用して、良好な結果を得たことを報告している⁴⁾。もう一つの Newman-Sharma の方法は、波形のフーリエ変換を利用する方法で、Newman と Sharma は各々独立に 1963 年のミシガン大学におけるセミナーでその方法を発表した。この方法を試験水槽のように幅の制限された水面で測定した波形に適用する場合には問題が二つある。一つは壁による反射波が波形を乱すことである。もう一つは、理論によると船から十分横に離れたところで計測する必要があるのに、測定位置が十分船から離れたところにとれないために起こる誤差の問題である。前者については、Newman は、後方の乱れた波形の記録を打切つてしまつて、その代り、近似波形を考えて修正する方法を考案している。しかし、後者の問題

原稿受付 昭和 42 年 1 月 10 日

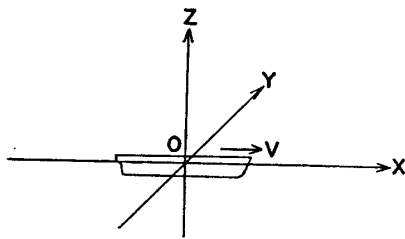
* 横浜国立大学工学部

** 横浜国立大学大学院工学研究科

については何も行なっていない。同じセミナーで発表された Shor の論文はこの問題に関する研究を含んでいる⁵⁾。しかし彼は、船の後続自由波を船首波と船尾波の合成波の形で扱ったため、かえって複雑になつて疑問を残す結果になつてしまった。したがって、この問題はその後にも解決されていない。著者等は、本論文にてこの問題を調べるために、まず等価特異点分布に関する形で表わされた船の後続自由波を出発点として、そのフーリエ変換を求める。つぎに、その結果から Newman-Sharma の造波抵抗積分における有限 y (波高測定位置から船体中心線までの距離を y とする) の影響による誤差を評価する方法を導く。さらに、Newman-Sharma の波形解析法を応用した例を示し、条件さえそろえば、かなり良好な造波抵抗の直接算定ができることを明らかにする。

2 船の波のフーリエ変換と造波抵抗

船が航走するときに水面に与える攪乱すなわち造波は、船体に付随して移動する局部攪乱波と船体後方に従う



第1図 座標系

後続自由波とから構成されていることはよく知られていることである。前者は船体のごく近傍だけに存在し、エネルギーの伝播すなわち造波抵抗には関与せず、後者だけが造波抵抗を支配することにもまたよく知られている。そこで、船の造つた波そのものでなく、造波抵抗との関連で波を考える場合には、この後続自由波だけを考えればよい。

座標軸を第1図のようにとると、後続自由波は造波抵抗理論によりつぎのように与えられる。

$y - \eta > 0$ のとき

$$\zeta(x, y) = \frac{K_0}{\pi V} \int_S m(\xi, \eta, \zeta) dS \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2} + \theta(x - \xi, y - \eta)} \exp(K_0 \zeta \sec^2 \theta) \sec^3 \theta \cos[K_0 \sec^2 \theta \{(x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta\}] d\theta \quad (1)$$

ただし、 V は船の前進速度、 $K_0 = g/V^2$ 、 (ξ, η, ζ) は船体表面上の任意の点、 $m(\xi, \eta, \zeta)$ はその点における吹出分布密度、 $\int_S dS$ は船体表面全体にわたる積分を表わす。なお $\theta(x - \xi, y - \eta)$ はつぎのように $0 \sim \pi$ の間で定義された角度を表わす。

$$0 \leq \theta(x - \xi, y - \eta) = \tan^{-1} \frac{y - \eta}{x - \xi} \leq \pi \quad (2)$$

さて、緒言に述べたように、船の進行方向と平行な線上で計測された波高から造波抵抗を求めるために、Newman 等にならつて $\zeta(x, y)$ の x に関するフーリエ変換を求めてみる。ここで $\lambda > 0$ として考える。

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{i\lambda x} dx \\ &= \frac{K_0}{\pi V} \int_S m(\xi, \eta, \zeta) dS \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda x} dx \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2} + \theta} \exp(K_0 \zeta \sec^2 \theta) \sec^3 \theta \cos[K_0 \sec^2 \theta \{(x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta\}] d\theta \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式における x と θ に関する二重積分の領域は第2図に示す斜線部である。積分順序を変更すると、

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{i\lambda x} dx \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{K_0}{\pi V} \int_S m(\xi, \eta, \zeta) dS \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2} + \theta(-M - \xi, y - \eta)} \exp(K_0 \zeta \sec^2 \theta) \sec^3 \theta d\theta \int_{-M}^{x - (y - \eta) \tan \theta} e^{i\lambda x} \\ & \quad \times \cos[K_0 \sec^2 \theta \{(x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta\}] dx \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{K_0}{\pi V} \int_S m(\xi, \eta, \zeta) dS \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2} + \theta(-M - \xi, y - \eta)} \exp(K_0 \zeta \sec^2 \theta) \sec^3 \theta \\ & \quad \times \left[\cos \omega(\theta) \left\{ \frac{e^{i\omega(\theta)}}{2i(\lambda + K_0 \sec \theta)} \{e^{i(\lambda + K_0 \sec \theta)\beta(\theta)} - e^{-i(\lambda + K_0 \sec \theta)M}\} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{e^{-i\omega(\theta)}}{2i(\lambda - K_0 \sec \theta)} \{e^{i(\lambda - K_0 \sec \theta)\beta(\theta)} - e^{-i(\lambda - K_0 \sec \theta)M}\} \right\} \right. \\ & \quad \left. + \sin \omega(\theta) \left\{ -\frac{e^{i\omega(\theta)}}{2(\lambda + K_0 \sec \theta)} \{e^{i(\lambda + K_0 \sec \theta)\beta(\theta)} - e^{-i(\lambda + K_0 \sec \theta)M}\} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{e^{-i\omega(\theta)}}{2(\lambda - K_0 \sec \theta)} \{e^{i(\lambda - K_0 \sec \theta)\beta(\theta)} - e^{-i(\lambda - K_0 \sec \theta)M}\} \right\} \right] d\theta \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ただし

$$\omega(\theta) = K_0 \sec^2 \theta (\xi \cos \theta + \eta \sin \theta) \quad (5)$$

$$\alpha(\theta) = K_0 y \tan \theta \sec \theta \quad (6)$$

$$\beta(\theta) = \xi - (y - \eta) \tan \theta \quad (7)$$

とおく。これらの間には

$$\alpha(\theta) + (\lambda + K_0 \sec \theta) \beta(\theta) = \lambda \beta(\theta) + \omega(\theta) \quad (8)$$

$$-\alpha(\theta) + (\lambda - K_0 \sec \theta) \beta(\theta) = \lambda \beta(\theta) - \omega(\theta) \quad (9)$$

の関係があることは容易に分る。また、つぎのような積分公式が知られている。

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \int_a^b F(x) \frac{\sin \{Mg(x)\}}{g(x)} dx = \begin{cases} \frac{\pi F(x_0)}{|g'(x_0)|}, & a < x_0 < b \\ 0, & x_0 < a \text{ 又は } b < x_0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \int_a^b F(x) \frac{\cos \{Mg(x)\}}{g(x)} dx = 0 \quad (11)$$

ただし、 x_0 は $g(x) = 0$ の根であつて、 $g'(x)$ は $g(x)$ の微係数を表わす。なお当然

$$g'(x_0) \neq 0 \quad (12)$$

が必要である。これらの関係式を用いて (4) 式を変形する。

$$0 < \theta_0 = \cos^{-1} \frac{K_0}{\lambda} < \frac{\pi}{2} \quad (13)$$

とおき、さらに船の左右対称性を考慮すると結局

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta_0} dx &= \frac{\cos \alpha(\theta_0)}{V \cos \theta_0 \sin \theta_0} \{P(\theta_0) + iQ(\theta_0)\} \\ &+ \frac{\sec \theta_0}{i\pi V} \int_S m(\xi, \eta, \zeta) \exp(iK_0 \xi \sec \theta_0) dS \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^3 \theta}{\sec^2 \theta_0 - \sec^2 \theta} \exp\{K_0 \zeta \sec^2 \theta + iK_0 \sec \theta_0 (\eta - y) \tan \theta\} d\theta \end{aligned} \quad (14)$$

となる。

$$\text{ただし} \quad P(\theta) + iQ(\theta) = \int_S m(\xi, \eta, \zeta) \exp[K_0 \sec^2 \theta \{\zeta + i(\xi \cos \theta + \eta \sin \theta)\}] dS \quad (15)$$

言うまでもなく、この結果は (12) の条件を満足しない場合には成立たないのであるから、 θ_0 の変域は $0 \sim \frac{\pi}{2}$ のうち零の近傍を除いて考えなければいけない。

ここに定義した $P(\theta) + iQ(\theta)$ は、船からでる波を 1 点の波源（この場合座標の原点）に集約した場合の振幅関数あるいは造波のスペクトルに対応する関数であつて、造波抵抗と密接な関連がある。

さて (14) の右辺第 2 項をさらに簡単にしよう。 θ に関する積分をとりだして $\tan \theta = t$ とおくと、

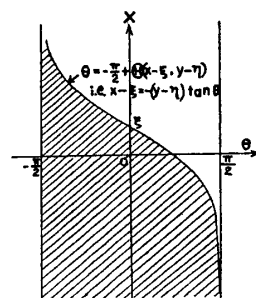
$$\begin{aligned} &\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^3 \theta}{\sec^2 \theta_0 - \sec^2 \theta} \exp\{K_0 \zeta \sec^2 \theta + iK_0 (\eta - y) \sec \theta_0 \tan \theta\} d\theta \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{1+t^2}}{\tan^2 \theta_0 - t^2} \exp\{K_0 \zeta (1+t^2) + iK_0 (\eta - y) \sec \theta_0 t\} dt \\ &+ \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{1+t^2}}{\tan^2 \theta_0 - t^2} \exp\{K_0 \zeta (1+t^2) - iK_0 (\eta - y) \sec \theta_0 t\} dt \end{aligned} \quad (16)$$

第 3 図に示すような積分路に沿った複素積分を考えると、(16) 式の右辺の各項は次のように求められる。

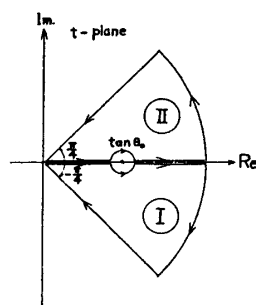
①の積分路を用いて

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{1+t^2}}{\tan^2 \theta_0 - t^2} \exp\{K_0 \zeta (1+t^2) + iK_0 (\eta - y) \sec \theta_0 t\} dt &= i \frac{\pi \sec \theta_0}{2 \tan \theta_0} \exp\{K_0 \zeta \sec^2 \theta_0 + iK_0 (\eta - y) \sec \theta_0 \tan \theta_0\} \\ &+ \int_0^{\infty} \frac{(1-in^2)^{\frac{1}{2}}}{\tan^2 \theta_0 + in^2} \exp\{K_0 \zeta (1-in^2) + iK_0 (\eta - y) \sec \theta_0 e^{-\frac{\pi}{4}t} n\} e^{-\frac{\pi}{4}t} dn \end{aligned} \quad (17)$$

②の積分路を用いて



第 2 図



第 3 図

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{1+t^2}}{\tan^2 \theta_0 - t^2} \exp\{K_0 \zeta (1+t^2) - iK_0(\eta-y) \sec \theta_0 t\} dt = -i \frac{\pi \sec \theta_0}{2 \tan \theta_0} \exp\{K_0 \zeta \sec^2 \theta_0 - iK_0(\eta-y) \sec \theta_0 \tan \theta_0\} \\ + \int_0^\infty \frac{(1+in^2)^{\frac{1}{2}}}{\tan^2 \theta_0 - in^2} \exp\{K_0 \zeta (1+in^2) - iK_0(\eta-y) \sec \theta_0 e^{\frac{\pi}{4} i} n\} e^{\frac{\pi}{4} i} dn \quad (18)$$

(17), (18) の両式を辺々加え合わせて (16) つづいて (14) に代入すると求めるフーリエ変換形が求まる。それを $P(\theta) + iQ(\theta)$ の形になおして書くと

$$P(\theta) + iQ(\theta) = V \cos \theta \sin \theta \exp(iK_0 y \tan \theta \sec \theta) \int_{-\infty}^\infty \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \\ + i \frac{2 \sin \theta}{\pi} \exp(iK_0 y \tan \theta \sec \theta) \int_S m(\xi, \eta, \zeta) \exp(K_0 \zeta + iK_0 \xi \sec \theta) dS \int_0^\infty \frac{\sqrt{1+n^4}}{\sqrt{\tan^4 \theta + n^4}} \exp\left\{\frac{K_0}{\sqrt{2}}(\eta-y) \sec \theta n\right\} \\ \times \cos\left\{-K_0 \zeta n^2 + \frac{K_0}{\sqrt{2}}(\eta-y) \sec \theta n - \tan^{-1}(n^2 \cot^2 \theta) - \frac{1}{2} \tan^{-1} n^2 - \frac{\pi}{4}\right\} dn \quad (19)$$

となる。このとき、左右対称の船型について成立つところの

$$P(\theta) + iQ(\theta) = P(-\theta) + iQ(-\theta) \quad (20)$$

を考えに入れている。 $y \rightarrow \infty$ のとき (19) の式の右辺第 2 項は消滅して

$$P(\theta) + iQ(\theta) = V \cos \theta \sin \theta \exp(iK_0 y \tan \theta \sec \theta) \int_{-\infty}^\infty \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \quad (21)$$

となる。この関係式は Newman が導いたものに一致している (Newman の与えた表示式とは θ の符号が異なっているが本質的には差異はない)。したがって、船の側方遙か離れた位置で波を計測した場合には (21) 式を使用できるが、それ以外のときには (19) 式のように y の影響の含まれた関係式を用いるべきであることは当然である。しかし、 y 有限の場合の補正項を表わす (19) 式右辺第 2 項は相当めんどろな計算式である。そこで、この補正項は y がどの程度大きくなれば無視しうるものかという事を調べておけば、(21) 式を一般的に使用できるであろう。したがって簡単な誤差の評価方法が必要である。

いま、等価吹出分布面を船体中心線面にとつて考えると、(19) 式において $\eta=0$ とできるので、つぎのような誤差評価の式が得られる。

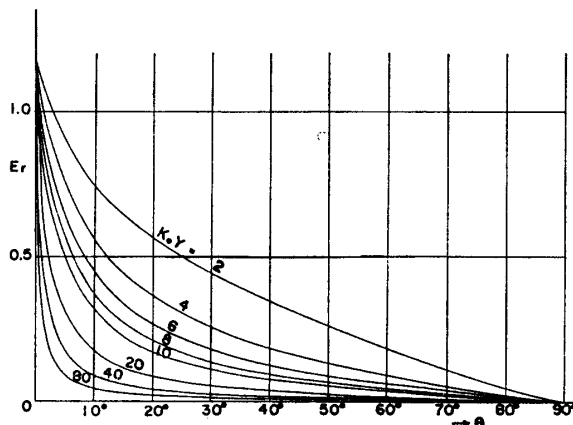
$$\left| V \cos \theta \sin \theta \exp(iK_0 y \tan \theta \sec \theta) \int_{-\infty}^\infty \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx - \{P(\theta) + iQ(\theta)\} \right| \\ \leq |P(\theta) + iQ(\theta)| \frac{\left| \int_{-L}^L \int_{-d}^0 m(\xi, 0, \zeta) \exp(K_0 \zeta + iK_0 \xi \sec \theta) d\zeta d\xi \right|}{\left| \int_{-L}^L \int_{-d}^0 m(\xi, 0, \zeta) \exp(K_0 \zeta \sec^2 \theta + iK_0 \xi \sec \theta) d\zeta d\xi \right|} \\ \times \left\{ \frac{2 \sin \theta}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sqrt{1+n^4}}{\sqrt{\tan^4 \theta + n^4}} \exp\left(-\frac{K_0 y}{\sqrt{2}} n \sec \theta\right) dn \right\} \quad (22)$$

ここで、 $m(\xi, 0, \zeta)$ が ζ に無関係であると仮定すると、

$$(22) \text{ の右辺 } \div |P(\theta) + iQ(\theta)| \cdot \frac{2 \sin \theta}{\pi \cos^2 \theta} \int_0^\infty \frac{\sqrt{1+n^4}}{\sqrt{\tan^4 \theta + n^4}} \exp\left(-\frac{K_0 y}{\sqrt{2}} n \sec \theta\right) dn \quad (23)$$

となる。これは吹出分布が喫水方向に一樣と仮定して得た近似式ではあるが、誤差の概算には使えるだろう。すなわち

$$E_r = \frac{2 \sin \theta}{\pi \cos^2 \theta} \int_0^\infty \frac{\sqrt{1+n^4}}{\sqrt{\tan^4 \theta + n^4}} \exp\left(-\frac{K_0 y}{\sqrt{2}} n \sec \theta\right) dn \quad (24)$$



第 4 図 測定位置による $P+iQ$ の相対誤差

と定義された E_r が補正項の相対誤差の限界を大略与えているとみてよいであろう。 E_r は $K_0 y$ と θ の関数である。これを計算して図示したものが第 4 図である。この図をみると、 $K_0 y$ が大きくなるほど E_r は低くなっているが、 θ が零に近いところはどの $K_0 y$, に対しても E_r が大きい。もつとも θ が零に近いところでは、以上の推論の大部分が成立しないことは前にことわつたとおりだから、 E_r もここでは無意味である。今仮りに、最高速度がフルード数で 0.32 ($K_0 L \approx 10$) 位の船を考へて、それに対する E_r を第 4 図の $K_0 y=20$ の曲線以下に押さえたいとすると、 y は船の長さの 2 倍以上にとらなければならない。すなわち、

船の中心線から船の長さの2倍以上離れた位置で波を測る必要があるということになる。

さて、つぎに造波抵抗について述べよう。(15)式で定義された $P(\theta)$ と $Q(\theta)$ を用いると、造波抵抗理論によつて、造波抵抗 R_W はつぎのように与えられる。

$$R_W = \frac{\rho K_0^2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (25)$$

$K_0 y$ は十分大きいと考えると、(21)式が使えて上式はつぎのように $\zeta(x, y)$ に関する形で表わされる。

$$R_W = \frac{\rho g K_0}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \right|^2 \sin \theta \tan \theta d\theta \quad (26)$$

この積分は Newman ならびに Sharma が別々に導いたものである(この積分を Newman-Sharma の積分と呼ぼう)。船から十分離れた位置で測定した $\zeta(x, y)$ を用いれば、(26)の積分を遂行する事によつて直ちに造波抵抗が計算できるが、幅の限られた水槽のような所では不可能な場合が多い。それ故、 y の有限値に対する補正を行なう必要がある。それには、(19)式を(25)式に代入しさえすれば、形式的には求められる。しかし、ただ複雑になるだけで有効ではない。とすれば、 $P(\theta) + iQ(\theta)$ の場合と同様に、Newman-Sharma の積分の誤差を評価できれば十分であろう。(22), (23), (24) からつぎのような二つの不等式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} & \left| V \cos \theta \sin \theta \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \right| - |P(\theta) + iQ(\theta)| \leq |P(\theta) + iQ(\theta)| \cdot E_r \\ & |P(\theta) + iQ(\theta)| - V \cos \theta \sin \theta \left| \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \right| \leq |P(\theta) + iQ(\theta)| \cdot E_r \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$0 \leq E_r \leq 1$ であることを考慮し、 E_r の自乗の項を省略するとつぎのような関係式を得る。

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\rho g K_0}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{iK_0 x \sec \theta} dx \right|^2 \sin \theta \tan \theta d\theta - \frac{\rho K_0^2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \right| \\ & \leq \frac{2\rho K_0^2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta E_r d\theta \end{aligned} \quad (28)$$

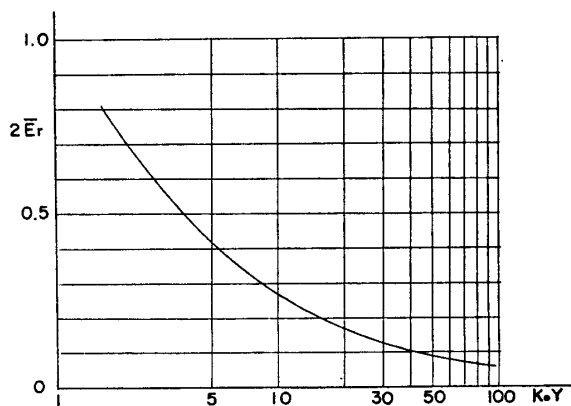
よつて、(26)の誤差の限界 δR_W は

$$\delta R_W \approx \frac{2\rho K_0^2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta E_r d\theta \quad (29)$$

で与えられ、相対誤差は

$$\frac{\delta R_W}{R_W} = \frac{2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta E_r d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} |P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta} = 2 E_{r\theta=\bar{\theta}} \quad (30)$$

のように $0 \sim \frac{\pi}{2}$ の間のある角度 $\bar{\theta}$ における E_r の2倍で与えられることが示される。しかしこの $\bar{\theta}$ は平均値の定理でその存在は保証されているが、容易に決定することはできない。すなわち $|P(\theta) + iQ(\theta)|$ は船型と速度の関数であるため、たとえ一つの船型に対しても速度が違えば $\bar{\theta}$ は各々異つた値をとる。しかし概略の推定をすることを目的にすれば、 $E_{r\theta=\bar{\theta}}$ の代りに E_r の平均値 $\bar{E}_r$ を用いる事で用が足りると思われる。このことは、 $|P(\theta) + iQ(\theta)|^2 \sec^3 \theta$ が θ に関して一定であつてその高さが速度によつて変ずるだけであると仮定することに相当している。第4図に示した E_r から数値計算して求められた $2\bar{E}_r$ を第5図に示す。この図からみて、 $2\bar{E}_r$ が0.1以下すなわち相対誤差が略々10%以下になるのは $K_0 y \geq 40$ の範囲である。このことは前に掲げた例の最高速度フルード数0.32 ($K_0 L \div 10$)の船についていえば、 y を船の長さの4倍以上にする必要があるという事になる。もし前述のように y を船の長さの2倍にとつたときは、予想される Newman-Sharma の積分の誤差は最高速度で20%弱となり、速度が低くなるほど精度は上つてフルード数0.22 ($K_0 L$



第5図 測定位置による Newman-Sharma の積分の相対誤差

≒20) では 10% 位になることがわかる。このようにして Newman-Sharma の積分における有限 y の影響による誤差を大略把握できる。

緒言で述べた Shor の論文は、本論文と類似の考え方に基づく研究であるが、その結果は今回のものとも又 Newman のそれとも違っている。この点に関してここで少し触れておく。彼の与えた造波抵抗算式は次のような式である。

$$R_W \approx \frac{\rho g K_0}{\pi} \int_0^{\tan^{-1} \frac{x_c - L}{y}} \left| \int_{-\infty}^{-x_c} \zeta(x, y) e^{i K_0 x \sec \theta} dx \right|^2 \frac{\sin \theta \tan \theta}{\cos^2(K_0 y \sec \theta \tan \theta)} d\theta$$

ただし、 L は船の長さ、 x_c は $x_c - L \gg y > 0$ を満足するように選んだ定数である。一方、この式と類似のものが (14) 式の右辺第 2 項を無視した場合に得られる。すなわち

$$R_W \approx \frac{\rho g K_0}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) e^{i K_0 x \sec \theta} dx \right|^2 \frac{\sin \theta \tan \theta}{\cos^2(K_0 y \sec \theta \tan \theta)} d\theta$$

である。Shor の式と積分の限界が異つてゐるが、これは Shor が船の波を船首波と船尾波の合成波で考えたために生じた事で本質的な相違ではない。注意すべきは、これらの積分の中に $\cos^2(K_0 y \sec \theta \tan \theta)$ が入っている事であつて、この点は Shor 自身が Newman の論文に対する討論の中で強張している。しかし、この要素は、

(14) 式の右辺第 2 項に相当する部分が無視したために入つてきたのであるから、 y の影響を代表しているものとは言えないだろう。事実、Shor の論文において、波のフーリエ変換を求めたさいに、(14) 式の右辺第 2 項に相当する部分が落ちてゐる。この点、彼の結果には疑問がある。

3 Newman-Sharma の積分による造波抵抗の数値計算

3.1 Newman の打切修正法

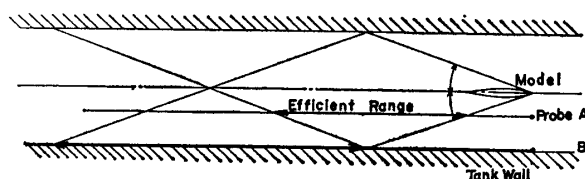
(26) 式で与えられた Newman-Sharma の積分を書きなおすと

$$R_W = \frac{\rho g K_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y) \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\xi, y) K\{K_0(x-\xi)\} d\xi dx \quad (31)$$

ただし

$$K(u) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(u \sec \theta) \sin \theta \tan \theta d\theta \quad (32)$$

となる。Newman はこの $K(u)$ 関数の級数展開式や漸近展開式を与えた上、 $u=0 \sim 30$ にわたる詳しい数表を準備した。この造波抵抗積分を遂行するには $-\infty < x < \infty$ にわたる波高が必要である。ところが、船の前方は直ちに $\zeta(x, y)=0$ となるからそれより前方は必要ない。しかし、船の後方では波が減衰消滅するよりも以前



第 6 図 波形計測における反射波の影響

に水槽側壁で反射された波が返つてきて波形を乱すので、計算に使用できる波形はそれより以前のものだけである。以上の様子を図に示すと第 6 図のようになる。Probe B は水槽壁にごく近いところに置かれてゐるので、この波高計によつて計測される波高は鏡像の原理によつて壁のない場合の 2 倍（完全反射として）になり、その有効な計測長さは対壁からの反射波が到達するまでの長さである。

このように後方に続く波をまだ十分微小とみなせるまで減衰していないうちに打切つてしまう事は計算の精度を落すことになる。Newman はこの後方の打切に対する修正方法を巧妙な近似計算で導いた。その詳細は彼の論文に譲つて、ここではその仮定と最終結果のみを記しておく。

波高の計測を打切つた位置を $-M$ とすると、(31) の積分は $(-\infty, -M)$ と $(-M, \infty)$ との二つの領域に分けられる。そこで、 $(-\infty, -M)$ の範囲における波高の計測は得られないのだから、 $M \gg 1$ ならば、この部分における波形が

$$\zeta(x, y) = \zeta_0 \frac{\cos(K_0 x - \varepsilon)}{\sqrt{|x|}} \quad (33)$$

で近似できると仮定する。このことは後続自由波の漸近的性質から納得できる事であろう。この式の ζ_0 と ε は、打切つた位置で波形が滑らかにつながるように決める定数である。この仮定に基づいて積分を変形し、 M に関し

て M^{-1} 次以下の微小量を省略して次のような近似式を Newman は与えた。

$$R_w \simeq \frac{\rho g K_0}{\pi} \left[\int_{-M}^{\infty} \zeta(x, y) \int_{-M}^{\infty} \zeta(\xi, y) K\{K_0(x-\xi)\} d\xi dx \right. \\ \left. + \frac{\zeta_0}{K_0 M} \sqrt{\frac{2\pi}{K_0}} \int_{-M}^{\infty} \zeta(x, y) \sin\left(K_0 x - \varepsilon + \frac{\pi}{4}\right) \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{x}{M}}}{\frac{x}{M} \sqrt{1 + \frac{x}{M}}} dx + \frac{\zeta_0^2}{K_0} \sqrt{\frac{\pi}{K_0 M}} \right] \quad (34)$$

第2, 第3項が打切を行なつたための修正項である。これらが第1項にくらべてかなり小さくないと精度が劣る事は明らかであろう。

3.2 応 用 例

横浜国大水槽では, 先に2次式水線の数学模型を用いて, Newman-Sharma の波形解析法を適用してみた⁶⁾。その結果の概要はすでに第11回 ITTC に報告されている⁷⁾。ここにもう少し詳しく述べる。その供試模型はつぎのような要目のものである。

$$L=2.0\text{ m}, \quad B=0.25\text{ m}, \quad T(\text{draft})=0.125\text{ m}, \quad S=0.678\text{ m}^2$$

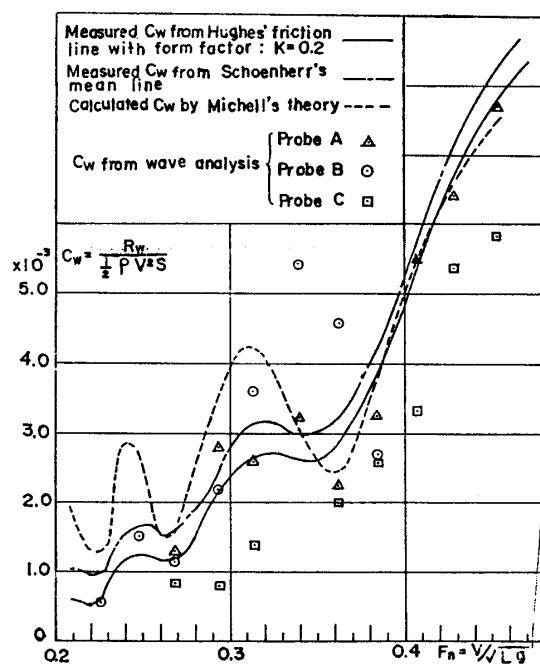
$$\text{水線形状 } y = \frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{z}{T} \right)^4 \right]$$

水槽半幅 (1.8m) の間に波高計を3本置いて, 同時に3ヶ所の波高を連続記録した。それら波形解析に関するデータは第1表に示すとうりである。また, 数値計算の結果は第7図に示す。数値計算は(34)式をシンプソン法則で数値積分する事とし, 核関数 $K(u)$ は Newman の数表を用いて, 足りない部分は級数展開式と漸近展開式で補充した。計算には日本電気製電子計算機 NEAC 2230 を使用した。この計算にて, Simpson 法則適用のための間隔 h は, 低速においては $V/20$, 高速では $V/10$ に採つた。計算の精度をあげるためにはなるべく間隔は小さくすべきであるが, 読取とデータ・パンチのミスを考えるとやたらに小さくもできない。後に示すもう一つの例と比較して $V/20$ 程度の間隔が適当で, $V/10$ は少し粗らすぎたようである ($V/20$ の場合, 波形の一山に対して低速では4分割, 高速では8分割程度になる。フルード数が0.2より低いときは更に細かくする必要がある)。なお, (34)の被積分関数には $\xi=x$ と $x=-M$ とで特異性を有する部分があるので, その近傍の計算には特別の注意が必要である。第7図に示された結果をみると, 波高計 A, B によるものはほとんどオーダーをあたる程度にしか使用できず, 波高計 C によるものだけが抵抗試験の解析結果と比較できるぐらいである。しかし, これも高速ほど精度が悪いものと思われる。これらの事実は, 第1表に示されているように, $K_0 y$ が小さいため $2\bar{E}_r$ が相当大きくなっている事と波形測定有効距離の不足 (波高計 B について) とからも当然考えられる。とはいえ, 波高計 C の結果は, Hughes の方法で得られた造波抵抗曲線と傾向的によく一致していて, 全体的に正しい値を示している。したがって高々この程度の $2\bar{E}_r$ に押さえる必要がありそうだと云えよう。

そこで, この例の結果は水槽の幅にくらべて模型が大きすぎたために精度が落ちた事を考えて, 今回もう少し長さの短い供試模型を使つた実験を試みた⁸⁾。その模型は著者の一人が以前に深吃水用模型船として用いたもの

第1表

波高計	A	B	C
y	0.537 m	1.135 m	1.785 m (壁際/5mm)
y/L	0.269	0.568	0.893
有効計測長	約7 m	約4 m	約10 m
速度	フルード数 0.22 ~ 0.45 ($K_0 L = 2.0 \sim 5$)		
$K_0 y$	7.5 ~ 1.3	11.4 ~ 2.9	17.8 ~ 4.5
$2\bar{E}_r$	0.32 ~ 0.9	0.25 ~ 0.58	0.18 ~ 0.45



第7図 応用例1

である⁹⁾(参考論文中で WM-3 という模型番号を付した)。その要目は下記の通りである。

$$L=1.2\text{ m}, \quad B=0.12\text{ m}, \quad T=0.60\text{ m}$$

$$\text{水線形状 } y = \frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] \quad (\text{喫水方向一様})$$

波形測定に関するデータは第2表に示すとおりである。この表からわかるように、船に近い方の波高計Aでさえも、前例の場合のCと同じくらいの $2\bar{E}_r$ に押えられている。波高計Bの方はAの約半分の誤差である。また、数値計算上のシン

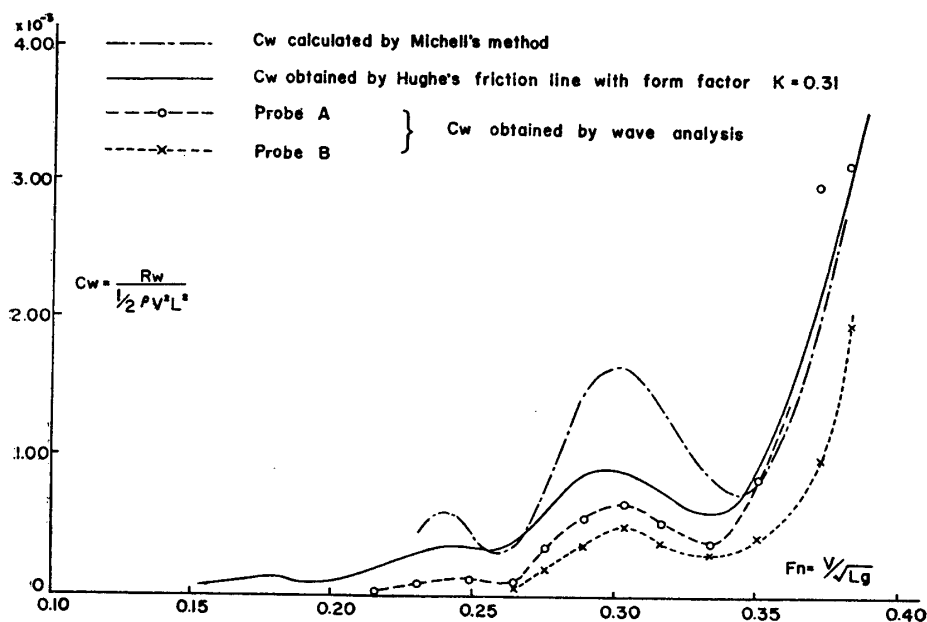
第2表

波高計	A	B
y	0.844 m	1.798 m (壁際 2 mm)
y/L	0.703	1.5
有効計測長	約 5.5 m	約 10 m
速度	フルード数 0.22~0.33 ($K_L \approx 20 \sim 7$)	
K_y	14~5	30~11
$2\bar{E}_r$	0.21~0.42	0.12~0.25

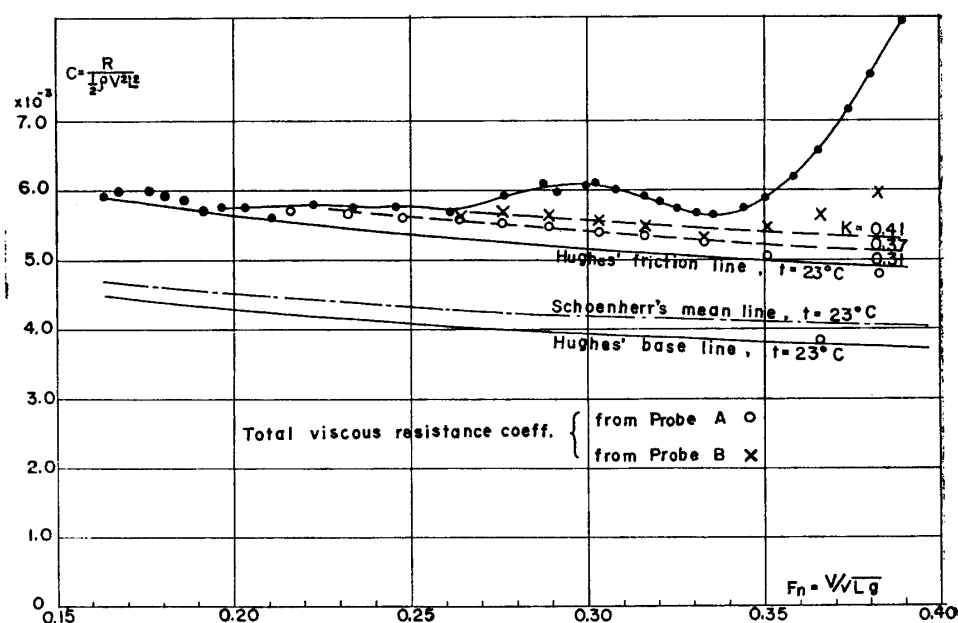
プソンの間隔は $V/20$ に統一した。波形解析の結果と抵抗試験から Hughes の方法で得られた造波抵抗曲線の比較は第8図に示す。計算機の使用時間の関係上、波高計Bについては低速の3点が計算できなかったが、フルード数 0.26 付近でAの計算値とはほぼ一致している事から考えて、この速度以下ではAの値とはほぼ同一になるものと思われる。Aについてはフルード数 0.33 以下、Bについてはフルード数 0.35 以下で、各々一本の曲線にのる程度の精度が見られる。これらの曲線は、抵抗試験から Hughes の方法で求められた造波抵抗曲線と傾向的に非常に一致を示して

いるが、全般的に抵抗試験の結果よりも低く、波高計Bの結果では大体半分ぐらいのオーダーである。この波高計は壁際に置かれているので、測定された波形は鏡像効果で完全に2倍されると考えたため、造波抵抗になおすと若干低目に見積るおそれはある。しかし、壁による波の反射が完全反射かどうかは反射率を調べてみなければわからないけれども、それに近い反射が行なわれている事はまず間違いないと思う。

もし、第8図に示された波形解析の結果がほぼ正しい造波抵抗成分を与えるものと考え、Hughes の解析法から得られた造波抵抗成分にも剰余抵抗的部分が相当量残っている事になる。そこで、波形解析によつて得られた造波抵抗を用いて、全抵抗を造波抵抗と全粘性抵抗とに分離すると第9図のようになる。このようにして求められた全粘性抵抗は多少のパラッキはあるが、大体 Hughes の Base Line に平行的な変化を示している(高速における偏差は絶対誤差の増大によるので考慮外とする)。この傾向は、風洞実験や伴流計測法等を駆使して行なわれたところの Lackenby の研究結果¹⁰⁾と合っている点で興味深い。このようにして求めた全粘性抵抗曲線に対応する摩擦抵抗曲線を形状影響係数を考慮しながらひいてみると、それらの傾向をよく代表している。波高計Aの結果からは $K=0.37$ 、波高計Bについては $K=0.41$ になる。しかし、この形状影響係数は限られた速度範囲(フルード数で 0.23~0.35)における結果から決めたものであるから、通常の決定法に従つて決められた $K=0.31$ との間に生じた差違が必ずしもどちらかの過りに帰せられるものではないと思う。フルード数によつ



第8図 模型船 WM-3 の造波抵抗曲線



第9図 模型船 WM-3 の全抵抗曲線と全粘性抵抗

て形状影響係数も変化するもので、この場合極低速で 0.31 ぐらいであつたものが、0.37~0.41 ぐらいに変化したと考えるのが妥当かもしれない。もしも、形状影響係数がフルード数だけの関数であつて、レイノルズ数には無関係であれば、なお存在の意義はあるが、両者の関数ということになるとはや別の解析方法を考えなくてはならないだろう。この点を明らかにするには、数隻の相似模型船を用いて同様の実験および解析を試みて調べる事が必要である。

4 結 言

試験水槽のように制限された水面上に造られる船の波紋について Newman-Sharma の波形解析を適用する場合に要求される制約のうち、反射波の影響の問題はすでに Newman 自身によつて解決されている。此論文では主として測定位置による誤差の問題を採り上げてその概算法を示すことができた。また、応用例によつて Newman-Sharma の方法の有効なことを示した。波形解析によつて正確な造波抵抗が得られる事になれば、抵抗成分の分離方法も変つてくるし、ひいては馬力推定の精度が向上する。のみならず、船型計画法も相当変わるものと思う。今回の応用例で見られるように、波形解析によつて得られた造波抵抗曲線が抵抗試験から得られたそれと傾向的によく一致することは分つたが、それが真の造波抵抗曲線にどの程度近いのか全然確かめられていない。何らかの方法で、その意味の精度を調べる事が今後の当面の課題であろう。

本論文の終りにあつて、著者等がこの研究を示唆下され終始懇切にご指導下さつた丸尾孟教授に心からお礼申上ります。また、数値計算の面で笠原和子助手、実験では田草川善助、宮川清両助手に多大の御協力を頂くと同時に、吉田英樹・荻原誠功・田中重文の三工学士には卒業研究として本論文の応用例の大部分を御担当いただきました。ここに深甚な謝意を表する次第です。なお、電子計算機の使用に際して種々のご便宜を賜りました横浜国立大学電子計算機室の関係各位に対しまして御礼申上ります。

参 考 文 献

- 1) Pien, P.C. and Moore, W.L. : Theoretical and Experimental Study of Wave Making Resistance, International Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann Arbor, Michigan (1963)
- 2) Newman, J.N. : The Determination of Wave Resistance from Wave Measurements along a Parallel Cut, International Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann Arbor, Michigan (1963)
- 3) Sharma, S.D. : A Comparison of the Calculated and Measured Free-Wave Spectrum of an Inuid in Steady Motion, International Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann Arbor, Michigan (1963)
- 4) 谷口 中 : 造波抵抗の測定, 造波抵抗シンポジウム (昭和 40 年), 造船協会誌第 436 号 (昭和 40 年 11 月)

- 月)
- 5) Shor, S.W.W. : A Fourier Transform Method for Calculating Wave-Making Resistance from Wave Height on a Line Parallel to a Ship's Track, International Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann arbor, Michigan (1963)
 - 6) 野沢和男・吉田英樹：波形解析による造波抵抗算定，横浜国立大学工学部造船工学科卒業論文（昭和 41 年 3 月）
 - 7) Maruo, H. : Determination of Wave Resistance from the Wave Pattern Measured along a Longitudinal Section, the 11th I.T.T.C. (1966)
 - 8) 荻原誠功・田中重文：船の造波抵抗の直接算定について，横浜国立大学工学部造船工学科卒業論文（昭和 41 年 10 月）
 - 9) 池畑光尚：The Second Order Theory of Wave-Making Resistance, 造船協会論文集第 117 号（昭和 40 年）
 - 10) Lackenby, H. : An Investigation into the Nature and Interdependence of the Components of Ship Resistance, Trans. R.I.N.A. Vol.107 (1965)
-