

(昭和 42 年 5 月造船協会春季講演会において講演)

船体水平・捩れ振動の研究 (その1)

正員 大高勝夫^{*)} 正員 熊井豊二^{**}
正員 牛島正夫^{***)}

A Study of Horizontal and Torsional Vibration of Ships (1st Report)

Katsuo Ohtaka, *Member*, Toyoji Kumai, *Member*
Masao Ushijima, *Member*

Summary

The numerical solution technique was applied to the equations of the coupled torsion-horizontal vibration of a beam, and the computing program by means of a digital computer was made.

Using the above-mentioned program, preliminary calculations were made for the uniform beams, the main result of which is that, in almost of all the case of the uniform beam, the horizontal and the torsional modes of coupled vibration have the same number of nodes. Another result is that the corresponding horizontal and torsional modes can have different number of nodes if the distance between centre of mass and of torsion varies along the length of the beam. The calculation were also made for 4 actual ships and the results were compared with measured ones. For the ships in the present calculation the effect of coupling on the frequency is small and can be neglected for the calculation of lower modes such as excited by reciprocating machinery. Although the errors between computed and measured frequencies are about 10%, the improvement of computing accuracy can be expected by further study on the virtual mass of the water and on the rigidity and the centre of twist of the ship with hatch openings.

緒 言

船体の左右振動と捩れ振動の間には、理論的に連成作用のあることは、すでに著者の1人が検討した通り¹⁾であるが、設計上の立場からは、連成振動を考慮しなければならない場合と、それぞれ水平・捩れ単独振動として取扱つてよい場合との区別がつけられることが望ましい。また、それぞれの振動の計算に際して、剛性、附加水質量などの推定法は、いかなる方法が実用的であるかを検討することも必要であると考えられる。

かかる複雑な計算は、電子計算機による数値計算でのみ定量的な議論ができるが、すでに米国では McGoldrick²⁾、Leibowitz³⁾ 等が、階差方程式を電子計算機で計算する方法を発表しており、これを用いて実船の計算を行なつた例も発表されている⁴⁾⁵⁾⁶⁾が、何れも個々の船についての計算であり、定性的一般的な議論がなされておらず、且つ計算結果についての討論も余り行われていない。

本研究は、上記の問題点解明のための研究の一部で、主として次の点の検討を行なつた。

- (1) 一様断面梁の場合の連成現象の検討
- (2) 実船における計算値と計測値との比較

計算に際して、Ship Parametre すなわち剛性、質量などの推定法の詳細は今後検討することとし、今回は、従来発表された方法を用いて推定し、計測値と比較して、今後検討を要すべき点を示すにとどめた。

原稿受付 昭和 42 年 1 月 10 日

- * 三菱重工業株式会社技術本部長崎研究所
- ** 九州大学応用力学研究所
- *** 三菱重工業株式会社長崎造船所

1 計算方法

つぎの仮定のもとに水平・捩れ振動の方程式を導いた。

a) 船体は変断面直梁とする。

b) 曲げ捩み, 剪断捩み, 曲げの回転慣性を考慮する。しかるとき, Appendix 1 に示すように, 振動方程式および境界条件は次のようになる。(記号は Appendix 1 参照)

$$\left. \begin{aligned} \frac{w}{g} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + s \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k'GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \zeta \right) \right\} &= 0 \\ \frac{I_m}{g} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - k'GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \zeta \right) &= 0 \\ \frac{w}{g} s \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + s \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(GJ \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{I_p}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

$x=0$ および L において

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= 0 \\ k'GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \zeta \right) &= 0 \\ GJ \frac{\partial \phi}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

以下, 固有値問題として取扱うので $y = ye^{i\omega t}$, $\zeta = \zeta e^{i\omega t}$ および $\phi = \phi e^{i\omega t}$ において変数分離すると (1.1) および (1.2) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{w\omega^2}{g} (y + s\phi) + \frac{d}{dx} \left\{ k'GA \left(\frac{dy}{dx} - \zeta \right) \right\} &= 0 \\ \frac{I_m}{g} \omega^2 \zeta + \frac{d}{dx} \left(EI \frac{d\zeta}{dx} \right) + k'GA \left(\frac{dy}{dx} - \zeta \right) &= 0 \\ \frac{w}{g} \omega^2 s (y + s\phi) + \frac{d}{dx} \left(GJ \frac{d\phi}{dx} \right) + \frac{I_p}{g} \omega^2 \phi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

$x=0, L$ において

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{d\zeta}{dx} &= 0 \\ k'GA \left(\frac{dy}{dx} - \zeta \right) &= 0 \\ GJ \frac{d\phi}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

(1.3) および (1.4) は, 任意の変断面両端自由梁に対して成立つが, 以下の計算においては船体を長さ方向に細分し各区間内においては EI , $k'GA$, GJ , w , I_m , I_p および s などの値は一定であるとする。然るとき

$$y = Y, \quad \zeta = U, \quad EI \frac{d\zeta}{dx} = V, \quad k'GA \left(\frac{dy}{dx} - \zeta \right) = W \quad \text{および} \quad GJ \frac{d\phi}{dx} = Z \quad (1.5)$$

とおけば, (1.3) は次の形となる。

$$\frac{dX}{dx} = AX \quad (1.6)$$

ここに

$X = \{\phi, Y, U, V, W, Z\}$ (列ベクトル)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{GJ} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{k'GA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{I_m \omega^2}{g} & 0 & -1 & 0 \\ -\frac{w}{g} \omega^2 s & -\frac{w}{g} \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\omega^2}{g} (I_p + ws^2) & -\frac{ws}{g} \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

いま, i 番目の区間における諸量に suffix i をつけて表わし, i 番目の区間の長さを l_i , 区間の左端の位置を x_{i-1} , その位置における X の値を X_{i-1} とし, 右端の値をそれぞれ x_i および X_i とすると (1.6) の解は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} X_i &= H_i X_{i-1} \\ H_i &= I + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l_i^n}{n!} A_i^n \\ I; & \text{ 6 行 6 列の単位行列} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

(1.8) は区間の左端における X の値から右端における X の値を求める変換式である。したがって, 最左端 (全区間の始点) における初期ベクトル X_0 が求められれば (1.8) を反覆使用して任意の位置の X を求められる。

初期ベクトル X_0 の成分のうち, V, W および Z は境界条件 (1.4) から 0 であるが, ϕ, Y および U は未知であるからこれらの初期値 ϕ_0, U_0 および V_0 を未知数にとると, 初期ベクトルは次式で与えられる。

$$X_0 = U_0 \begin{bmatrix} \phi_0 \\ Y_0 \\ U_0 \end{bmatrix} \quad U_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

したがって, (1.8) 式により, X_i は次の如く表わされる。

$$\left. \begin{aligned} X_i &= U_i X_0 = U_i U_0 \begin{bmatrix} \phi_0 \\ Y_0 \\ U_0 \end{bmatrix} \\ \text{ここに } U_i &= \prod_{k=i}^{i-1} H_k \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

終点 (最右端) を $x=x_n$ とすると, そこで X は $V=W=Z=0$ の境界条件を満足せねばならないから

$$\left. \begin{aligned} U_{n+1} X_n &= O \\ \text{ここに} \\ U_{n+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ O &= \{0 \ 0 \ 0\} \text{ (列ベクトル)} \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

(1.10), (1.11) から

$$U_{n+1} U_n U_0 \begin{bmatrix} \phi_0 \\ Y_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

これは ϕ_0, Y_0 および U_0 に関する連立方程式である。 ϕ_0, Y_0 および U_0 の少くとも一つは 0 でない値に対してこの式が成立するためには係数行列式が 0 でなければならないから

$$\det |U_{n+1} U_n U_0| = 0 \quad (1.13)$$

U_n は振動数 ω を含んでいるから (1.13) が固有値決定式である。求めた固有値に対するモードを求めるには, ϕ_0, Y_0 および U_0 のうちの任意の一つ, たとえば Y_0 を既知と考へて連立方程式 (1.12) のうちの 2 式から ϕ_0 および U_0 を求め, この値を (1.10) に代入すれば任意の位置の ϕ, Y, U, V, W 及び Z を求められる。

上式を電子計算機 IBM 7040 にプログラムして数値計算法を作成したが, その際 (1.8) の Taylor 展開は 6 項まで取り, モードは左端の deflection Y_0 を 1 に Normalize した。また, 計算に際して分割数は 64 分割まで不等分割に任意に分割できる。

Table 2.1 連成振動に及ぼす σ の影響

非連成		$\sigma=0.203$				$\sigma=0.405$				備考	
モード	振動数 Nocpm	モード	振動数 N_1	N_1/N_0	振幅比 rad/m	モード	振動数 N_1	N_1/N_0	振幅比 rad/m		
2-	104.9	②-2	104.55	0.996	0.003	⑥-2	103.54	0.986	0.005	$\sigma=0.405$ のときのモードを Fig. 2.2 に示す	
-1	137.5	1-①	140.38	1.020	0.38	1-①	150.08	1.091	0.185		同上
3-	223.3	③-3	221.63	0.993	0.010	③-3	217.34	0.973	0.025		同上
-2	275.1	2-②	281.45	1.021	0.260	2-②	301.25	1.094	0.105		同上
4-	344.8	④-4	341.03	0.988	0.020	④-2	334.1	0.968	0.081		同上
-3	412.6	5-⑤	423.44	1.026	0.180	3-③	470.05	1.140	0.350		同上
5-	461.3	⑤-5	455.62	0.988	0.04	⑥-3	432.9	0.938	0.013		同上
-4	550.1	6-⑥	574.01	1.033	0.30	4-④	630.9	1.150	0.175		
6-	573.3	⑥-4	560.08	0.977	0.046	⑥-6	541.0	0.945	0.018		
7-	685.0	⑦-7	672.52	0.982	0.004	⑦-7	644.4	0.941	0.030		
-5	685.0	5-⑤	714.2	1.042	0.412	5-⑤	792.7	1.158	0.130		
8-	796.7	⑧-8	780.25	0.980	0.014	⑧-8	746.33	0.936	0.040		
-6	825.2	6-⑥	858.12	1.047	0.283	6-⑥	961.5	1.166	0.39		
9-	905.2	⑨-9	886.16	0.980	0.020	⑨-9	847.27	0.936	0.05	$\sigma=0.405$ のときのモードを Fig. 2.2 に示す	
10-⑩	1013.4	⑩-10	991.62	0.979	0.027	⑩-6	942.1	0.929	0.025		

*) 2-, 3-等は水平 2 節, 水平 3 節等を -1, -2 等は揺れ 1 節, 揺れ 2 節等を示す
 **) ②-2 等は水平 2 節, 揺れ 2 節のモードで, 水平振動が主体ということを示す
 ***) end における水平変位 1 m に対する揺れ角 (rad) の量を示す

2 一様断面梁における連成の性質の検討

船体程度の proportion の梁では, 振動に及ぼす回転慣性の影響は小さいので⁷⁾省略して考える。Appendix 2 の (A2.7) の第 3 項および (A2.6) の第 4, 5 項が連成項であるが, これからわかるように, 連成の影響は非連成の水平および揺れ振動数, 剪断撓みの影響 α および $\sigma=s/k$ (s は揺れ中心と重心との距離, k は揺れ中心に関する慣性半径) できる。したがって, これらの parametre が連成にどのように影響するかを見るために, 以下, 種々の一様断面梁に対して計算を行なった。計算に際しては前節でのべたプログラムを用い, 梁の長さは 21 分割とした。

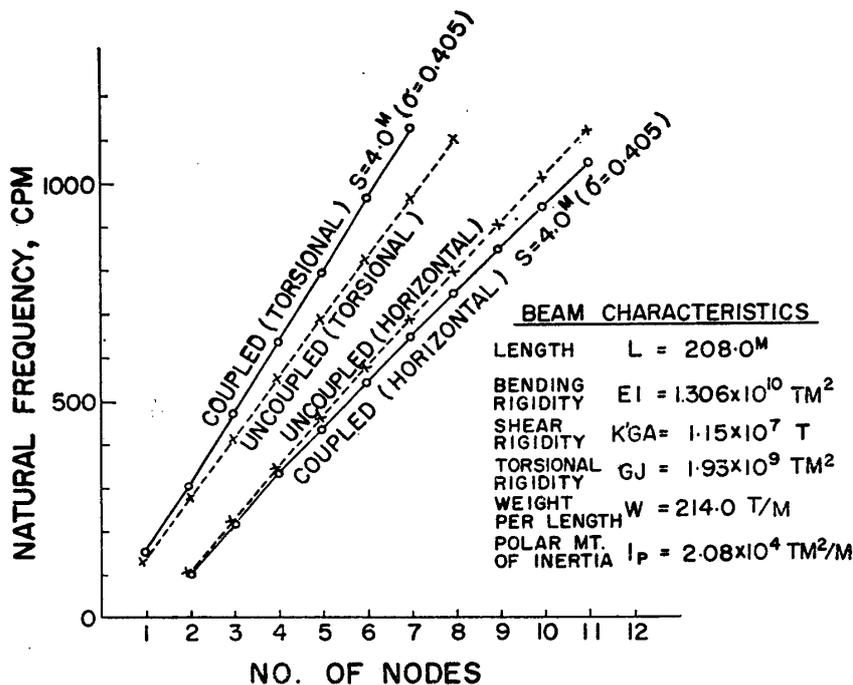
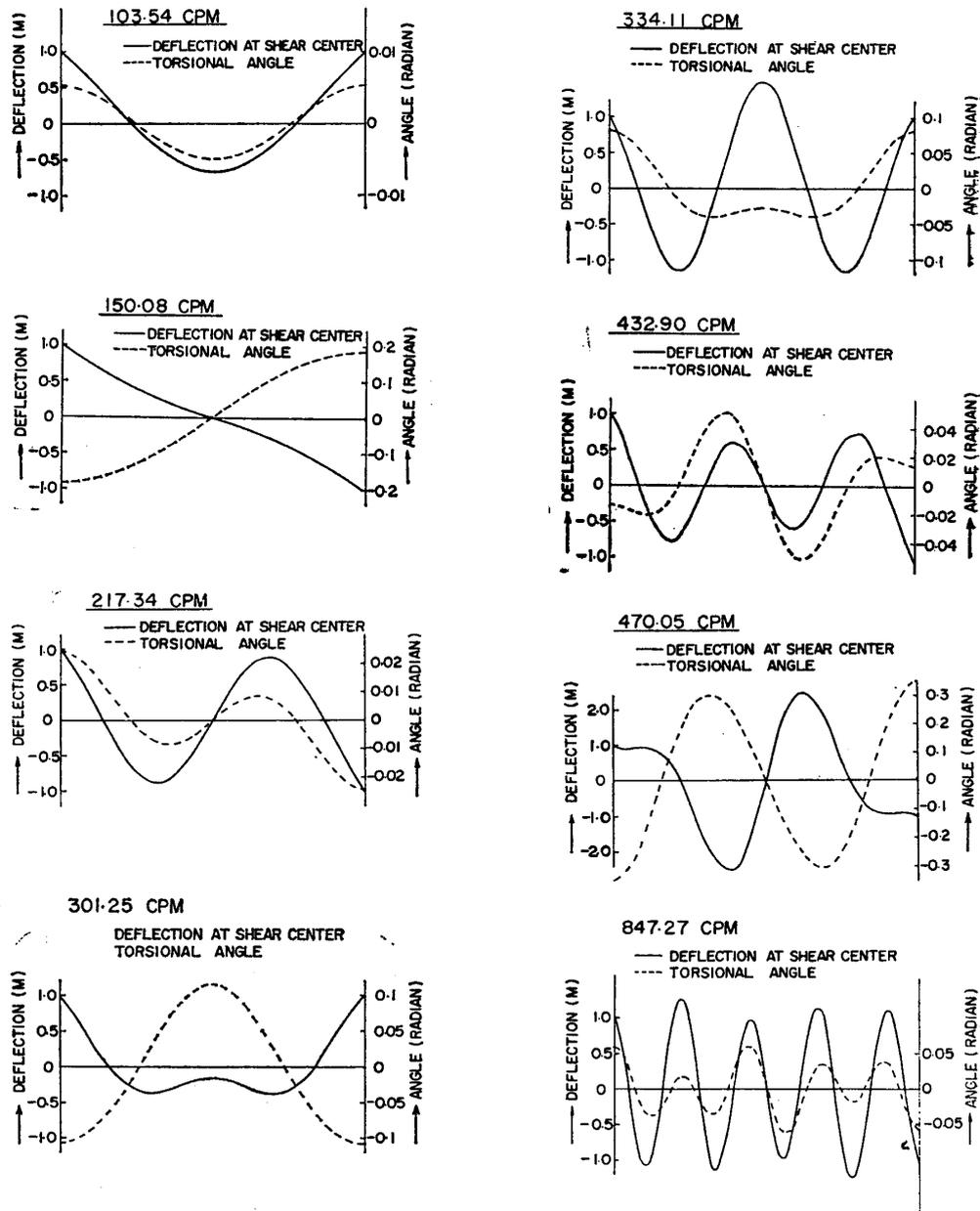


Fig. 2.1 連成影響による振動数変化 (BEAM A, $\sigma=0.405$, $\alpha=0.0174$)

Fig. 2.2 BEAM A のモード曲線 ($\sigma=0.405$, $\alpha=0.0174$)

まず, §3 で述べる A 船の Ⅱ における剛性, 極慣性モーメントと略々等しい剛性および極慣性モーメントを持ち, 長さも重さも A 船に等しい一様断面梁 (以下 BEAM A と名付ける) において, $\sigma=0.203$ の場合と $\sigma=0.405$ の場合について計算を行なった。Table 2.1 は, その結果を示す。また $\sigma=0.405$ の場合の節数と振動数との関係を Fig. 2.1 に, モードを Fig. 2.2 に示す。これから次のことがわかる。

(a) 連成振動によつて生ずるモードは, ほとんどの場合, 水平 2 節と振れ 2 節, 水平 3 節と振れ 3 節などのように, 同節同志のモードの組合せが出現する。見かけ上同節同志でない場合 (たとえば $\sigma=0.405$ のときの 334.1cpm および 432.9cpm のモード) でも, モードをみると Fig. 2.2 に示すように, 同節の成分を含んでいる。これは剛性を変化させた後述の Beam C, D などでも同様の傾向であり一様断面梁の場合に言えることと思われる。

(b) 端部における振れ角と水平振幅との比をみると, モードによりかなり大小がある。大きいものは振れを主体とする連成振動であり, 小さいものは水平を主体とする連成振動である。そこで水平主体のものは水平振動として, 振れ主体のものは振れ振動として節数をベースにプロットすると, Fig. 2.1 に示す関係になる。これをみると, 連成による振動数変化は極めて規則的であつて, 節数と共に増大する。

Table 2.2 σ が長さ方向に変化する
場合の連成振動 (BEAM B)

非連成		連成			
モード	振動数 N_0	モード	振動数 N_1	N_1/N_0	振幅比 $^*)$
2-	104.9	②-0	107.7	1.03	0.012
-1	137.5	1-①	138.9	1.01	0.951
3-	223.3	③-1	226.8	1.02	0.0167
-2	275.1	4-②	274.8	0.99	0.693
4-	344.8	④-2	359.8	1.04	0.036
-3	412.6	5-③	403.1	0.97	0.360
5-	461.3	⑤-3	483.5	1.05	0.0477
-4	550.1	6-④	525.6	0.95	0.176
6-	573.3	⑥-4	619.0	1.08	0.067
-5	685.0	⑦-5	642.9	0.93	0.126

$^*)$ Table 2.1 の注参照

前述のように、連成によつて生ずるモードが同節同志であるというのは、実船の場合⁴⁾⁵⁾⁶⁾とはかなり異つた傾向である。実船の場合は一様断面でないため複雑な影響が混在すると思われるが、 σ が長さ方向に一定でないことも、その一因であろう。そこで他の常数は BEAM A と同一にして σ だけを長さ方向に変化させた場合 (以下 BEAM B と称する) の計算を行なつた。 σ の変化のさせ方は、 σ で $\sigma=0.405$ とし、両端に向かって直線的に減少し両端で $\sigma=-0.405$ になるようにした。その結果は Table 2.2 に示す。これによると次のことがわかる。

(c) BEAM A と異なり同節の連成ではない。特に注意すべきことは、この計算結果では、(a) と異なり、同節モードの成分も認められない。すなわち、完全に異つた節数同志の連成になつている。この理由は次のように説明できる。

Fig. 2.3 に示すように、BEAM A では $\sigma = \text{const.}$ であるが、BEAM B では σ に関して対称に変化している。いま、水平3節振動が生じたとすると、これにより各断面は、Fig. 2.3 に示す慣性力を受け、この力の振れ

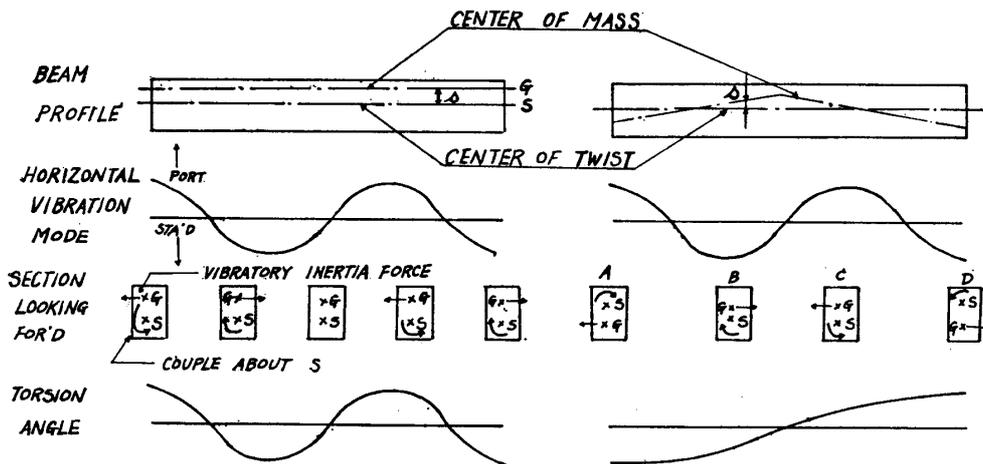


Fig. 2.3 連成モードの説明図

中心まわりのモーメント (振れモーメント) が図示の如くなり、その結果、最下行のような振れモードとなる。(BEAM B では、断面 A~B 間および C~D 間でもう一度振れモーメントの反転する個所があるが、この附近は水平振動の節の近傍のため慣性力が小さく、且つ s も小さいのでモーメントが小さく、振れ角に影響するほどにはなり得ない)。

他のモードについても同様の考察を行うことにより、BEAM A では同節同志 BEAM B では異なる節同志の連成が生ずることを定性的に説明できる。したがつて、次の結論を得る。

(d) 連成振動に於て、対応する水平振動と振れ振動のモードは、 σ の長さ方向の分布の仕方により変化する。

上述の計算においては、非連成の振れ及び水平振動数相互間が、かなり離れていた。実船の場合も、§3 で述べるように、大体このような関係であるが、振れ振動数と水平振動数とが更に接近した場合の影響を調べるために次のような一様断面梁について計算を行なつた。

BEAM C; BEAM A に於て振れ剛性を低下させて非連成振れ1節振動数を非連成水平2節振動数に一致させたもの。

BEAM D; BEAM A において、上記と同じ方法で非連成振れ1節振動数を非連成水平3節振動数に一致させたもの。

計算結果は Fig. 2.4~Fig. 2.5 および Table 2.3 に示す。これらの図から、次のことがわかる。

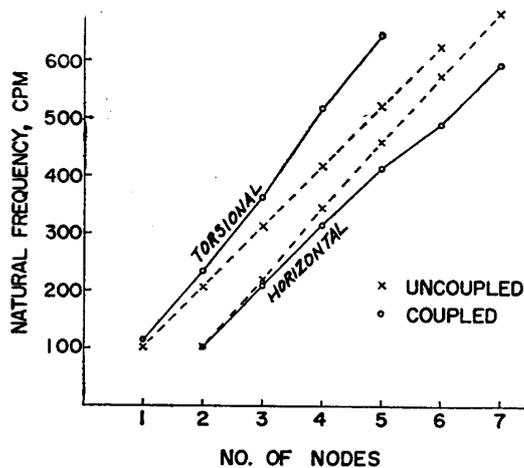


Fig. 2.4 連成影響による振動数変化 (BEAM C, $\sigma=0.405$, $\alpha=0.0174$)

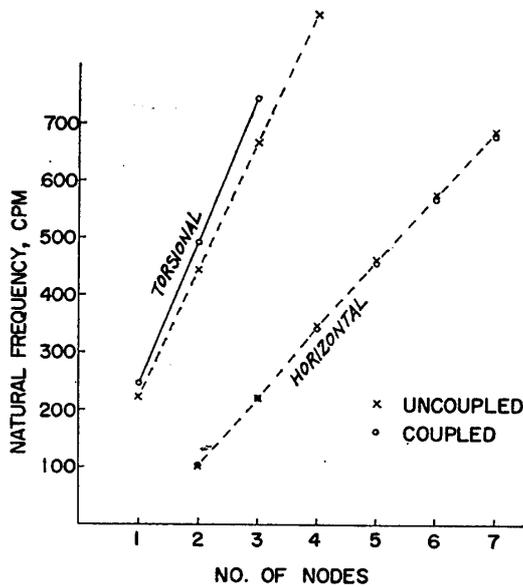


Fig. 2.5 連成影響による振動数変化 (BEAM D, $\sigma=0.405$, $\alpha=0.0174$)

Table 2.3 連成振動数とモード (BEAM C, D)

BEAM C		BEAM D	
振動数	モード*)	振動数	モード*)
102.4	③-2	104.4	②-2
114.5	1-①	219.9	③-1***)
210.6	③-3	245.7	1-①
234.2	2-②	339.6	④-4
315.6	④-4	453.7	⑤-5
362.8	3-③	491.4	2-③
414.6	⑤-5	565.6	⑥-6
492.2	⑥-4**)	673.2	⑦-5****)
517.4	4-④	741.5	3-③
594.9	⑦-7		
646.4	5-⑤		

*) Table 2.1 の注参照
 **) 振れ 6 節のモードも混在
 ***) 振れ 3 節のモードも混在
 ****) 振れ 7 節のモードも混在

(e) 一様断面梁の場合、同節同志の非連成振動数が近づくほど連成による振動数変化は大になる。(Fig. 2.4) これに対して異なる節数の振動数が近接していても、必ずしも連成により振動数が大きく変化することはない。また、連成によつて生ずるモードは、同節同志が、主体であることは、前の結論 (a) と同様である。

上記の考察から、一様断面梁においては連成により特異モードは出現しないことおよび、連成影響は同節同志の水平、振れ振動数が近づくほど著しく現れることがわかつた。次に、 σ の大きさが連成に及ぼす影響を考える。

(f) Table 2.1 でわかるように、連成による振動数変化は σ が大きくなると加速度的に大きくなる。これは、2 自由度系などからも当然類推されることである。したがつて、 σ の大きな船では、非連成の水平、振れ振動数が互に隔つていても、連成影響による振動

数の変化が大きい場合もあり得る。特に、高次振動においては、連成影響が大きいようである。

3 実 船 計 算

実船計算は Table 3.1 に示す各船について行なつた。計算にあつて所要の ship parametre (剛性、質量および慣性モーメント) の計算法は次の如くした。

(1) 船体重量分布

Main Hull の重量は Biles の方法に従つて分布させ、上部構造はその占有長さに等分布、主機補機の重量は機関室長さに等分布、積装品重量は船長に等分布させた。

(2) 貨物重量分布

当該 Tank または Hold に等分布させたが、特に自由表面を有する液体貨物の場合は水平および振れ振動に対しては全部が有効には効かないことは、すでに著者の 1 人の研究⁸⁾によつて明らかであり、本研究においても、その結果に従つて有効重量を算出した。

(3) 附加水質量分布

Landweber and Macagno¹⁴⁾ の 2 次元計算値を用いた。本来は 3 次元修正を行うべきであるが、水平振動の

Table 3.1 実船要目

SHIP NAME	A	B	C	D
KIND	ORE & OIL	ORE CARRIER	TANKER	CARGO SHIP
D/W ton	53,613	55,880	40,600	11,746
$L_{pp} \times B_{mid} \times D_{mid}$ (m)	208.0 × 32.2 × 16.4	210.0 × 32.2 × 17.8	204.4 × 28.8 × 14.7	145.0 × 19.5 × 12.3
Δ_{FULL} (ton)	67,484	67,000	52,280	17,610
d_{FULL} (m)	12.14	12.0	10.83	9.00
$\Delta_{AT TEST}$ (ton)	40,640	38,896	52,210	8,110
$d_A AT TEST$ (m)	9.436	8.19	10.77	5.968
$d_F AT TEST$ (m)	5.778	6.24	10.76	3.23
$d_M AT TEST$ (m)	7.607	7.22	10.765	4.599
$\alpha_{\text{真}} = EI_{\text{真}}/k'GA_{\text{真}}L^2$	0.0263	0.0300	0.0138	0.0161

附加水質量の3次元修正値については J.L. Taylor⁹⁾ および著者の1人¹⁰⁾ が研究を行なっているが、水平振動の附加水質量は上下振動に比して余り大きくないので、3次元修正値については次報以後に検討することとし、本報告では、2次元値そのままを用いた。

(4) 船体部極慣性モーメント分布

Main Hull の α における極慣性モーメントは longitudinal member の極慣性モーメントと transverse member のそれとの和を求め、midship 以外の部分に対しては、簡便のため midship の値に、longitudinal member だけの極慣性モーメントの比を乗じて求めた。また、上部構造物は別に計算を行なつて上記の値に附加した。

(5) 貨物の極慣性モーメント分布

自由表面を有する液体貨物の場合に (2) と同様に有効慣性モーメントを求めた以外は、通常の計算を行なつた。

(6) 附加水慣性モーメント分布

著者の一人が研究した方法¹¹⁾にしたがって計算した。

(7) 曲げ剛性分布

通常の計算法に従つた。

(8) 剪断剛性分布

剪断剛性は、著者の1人が上下振動の計算に際して用いた¹²⁾と同じエネルギー法を用いた。ここで、貨物船やオアキャリアの如く甲板上的大開口のある船では、開口部をいわゆる open section と考えると剪断剛性は著し

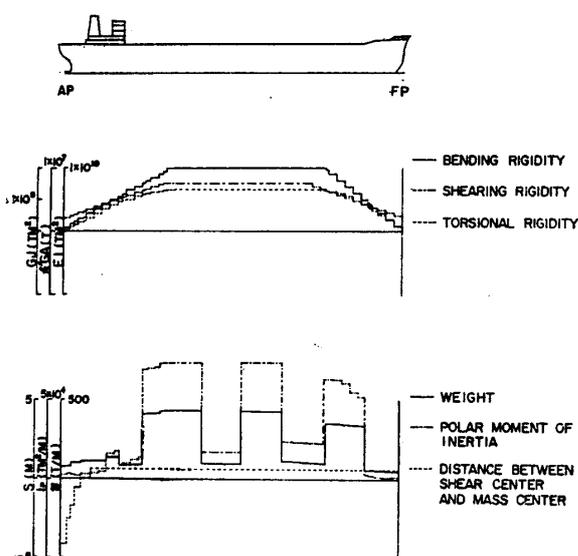


Fig. 3.1 B 船 Ship Parameter

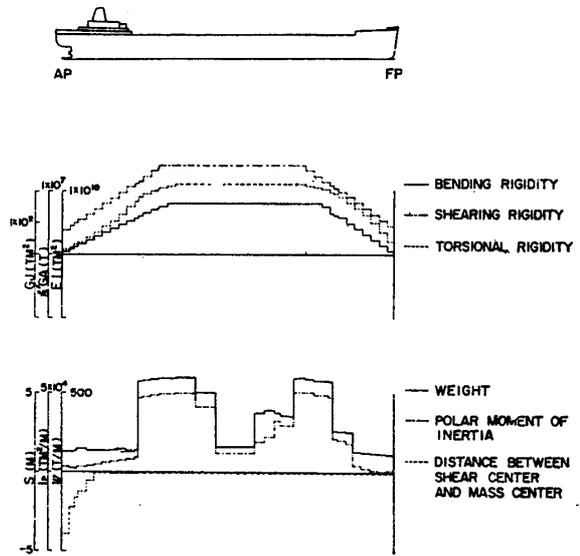


Fig. 3.2 C 船 Ship Parameter

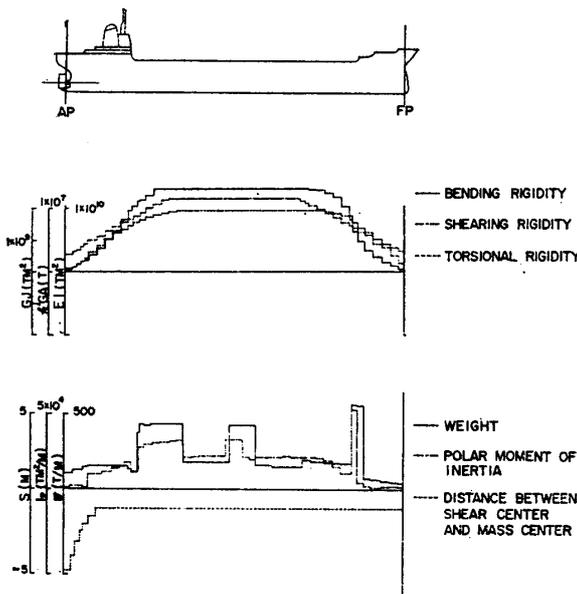


Fig. 3.3 A 船 Ship Parameter

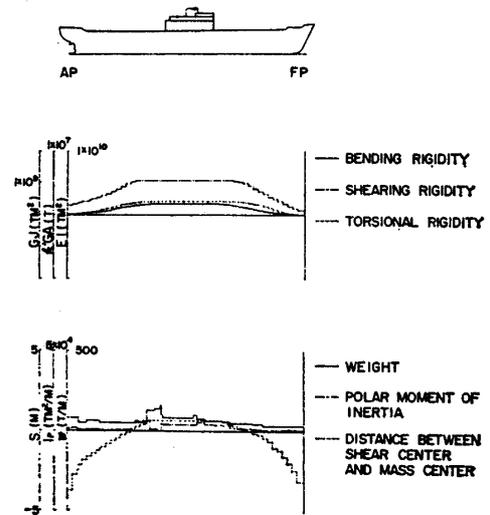


Fig. 3.4 D 船 Ship Parameter

く低下するので、本計算においては、著者の1人が振れ剛性の計算において用いた¹⁸⁾ reduced thickness の方法を用いた。

(9) 振れ剛性分布

各断面に対し通常の材料力学の計算で求めたが、前項と同じく大きな開口のある船に対しては reduced thickness の方法¹⁸⁾を用いた。

(10) 振れ中心位置と重心位置との距離

タンカーの如く甲板開口のない船では振れ中心位置は断面の longitudinal member の面積中心位置と略々等しいが、開口のある船では、開口部の振れ中心位置は面積中心とは異なつて来る。この場合、開口部が船長全体にわたつていればいわゆる end warping が拘束されないので振れ中心位置の検討は比較的容易であるが、実船では、hatch 間の甲板がこの end warping を拘束するので問題が複雑となつて来る。このような開口のある場合の詳細検討は次報以下で行なうこととし、本計算では、一応 reduced thickness を用いた剛性計算で求められる面積中心を振れ中心と考えた。

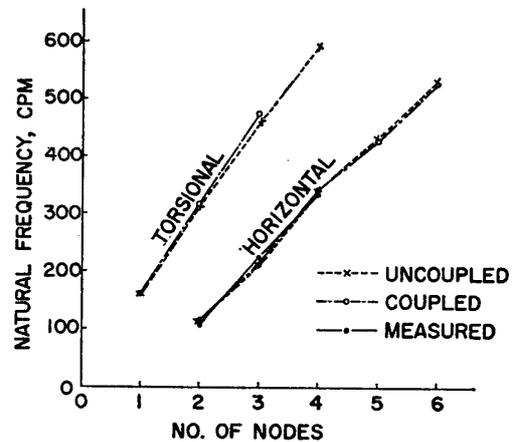


Fig. 3.5 A 船 振動数と節数との関係

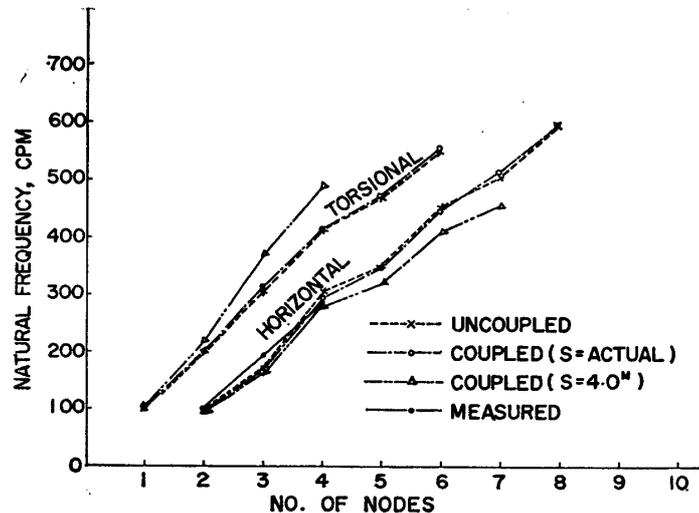


Fig. 3.6 B 船 振動数と節数との関係

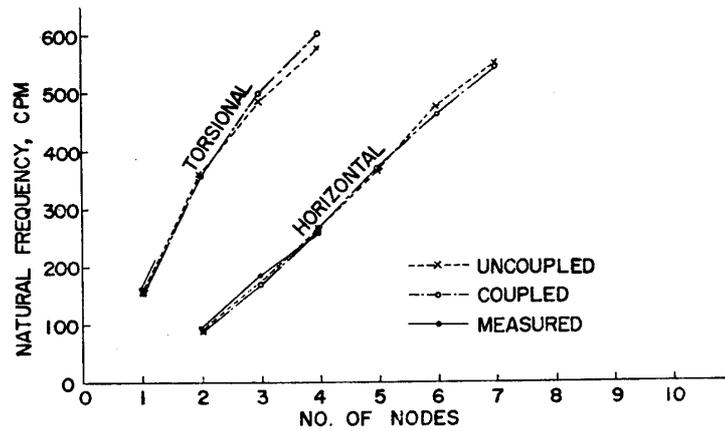


Fig. 3.7 C船 振動数と節数との関係

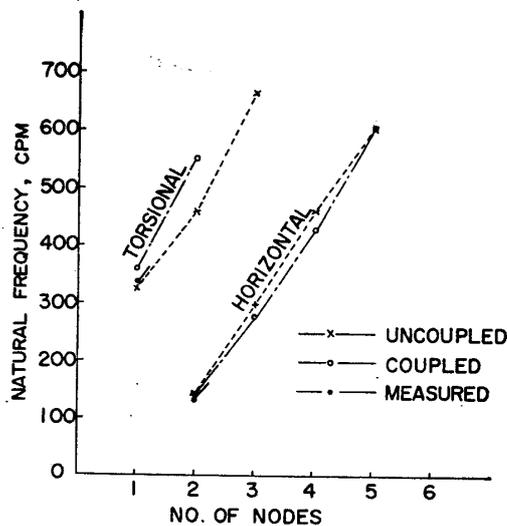


Fig. 3.9 D船 振動数と節数との関係

つぎに、重心位置の計算は、船体、貨物に対しては特別の問題はないが、振動時にはこれに附加水質量の重心（水圧中心）を考慮しなければならない。附加水質量の中心は Appendix 3 に示すように簡単な検討をした結果、水面から略々喫水の 1/2 の距離にあることがわかつたので、これを採用した。

計算された ship parametre すなわち重量分布、極慣性モーメント分布、曲げ剛性分布、剪断剛性分布、捩れ剛性分布および捩れ中心、質量中心間距離を Fig. 3.1 ~ Fig. 3.4 に示す。

計算は §1. に述べた電子計算プログラムを用い、船の全長を 50~60 分割して計算した。計算結果は Fig. 3.5~Fig. 3.9 および Table 3.2 に示している。

Table 3.2 振動数計算値と計測値との比較

A 船				B 船				C 船				D 船			
モード*)	計算振動数	計測振動数	計測振動数/計算振動数												
③-1	115.6	112	0.969	③-1	98.4	102	1.037	②-1	90.7	94	1.037	②-1	145.0	140	0.966
1-③	165.4	—	—	1-①	99.7	—	—	3-④	155.7	158	1.015	③-1	279.3	—	—
③-2	216.0	227	1.051	③-2	171.7	196	1.142	③-2	170.4	184	1.080	3-④	358.9	336	0.936
2-③	322.4	—	—	3-③	199.4	—	—	④-2	269.3	265	0.984	④-2	428.3	—	—
④-4	344.1	337	0.979	④-4	294.7	286	0.971	5-③	356.6	—	—	4-③	551.1	—	—
⑥-3	430.2	—	—	④-3	314.5	—	—	⑥-2	369.0	—	—	⑥-2	606.6	—	—
5-③	478.6	—	—	⑥-4	351.8	—	—	⑥-3	463.7	—	—				
⑥-4	533.4	—	—	6-④	412.5	—	—	6-③	498.4	—	—				
				⑥-5	447.0	—	—	⑦-4	544.9	—	—				
				6-⑥	473.1	—	—	7-④	601.2	—	—				
				⑦-5	515.6	—	—	⑧-4	649.0	—	—				

*) ③-1 等は、水平 2 節、捩れ 1 節のモードで水平主体であることを示す

4 計算結果の考察

前記の計算結果と実測値とから、次のことがわかる。

(a) 一様断面梁の場合と異なり、実船では水平モードと捩れモードと必ずしも同節同志が対応しない。4 隻

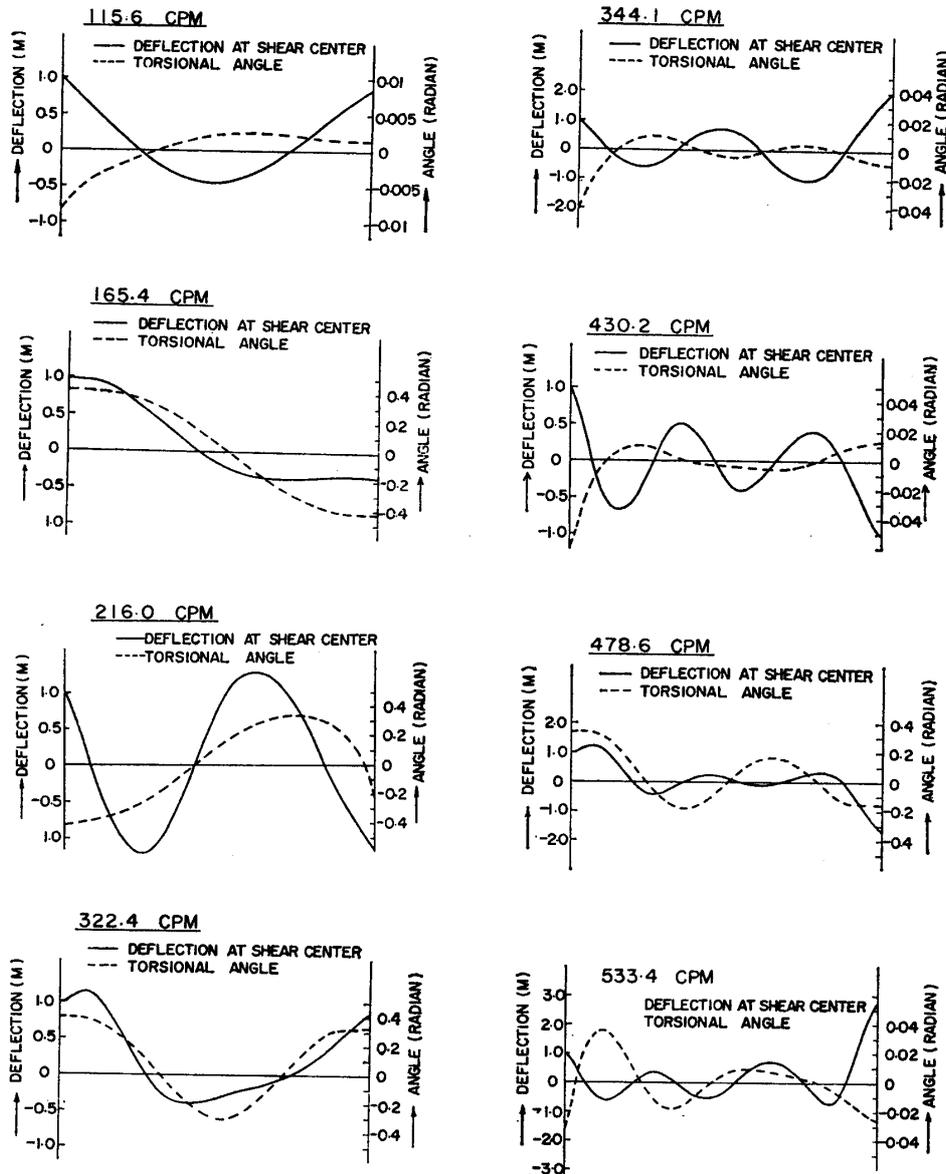


Fig. 3.9 A 船モードカーブの例

のうち、A船の場合は同節同志の対応が多いが、他の場合は同節同志の対応はほとんどない。これは、実船では、剛性や質量などが長さ方向に複雑な分布をするためであると思われる。

(b) 連成による振動数変化はD船の場合を除くと余り著しくない。これは、 s の値が比較的小さいためである。試みにB船において s を4mに取った計算(FIG. 3.6)では、振動数の変化はかなり大きい。また、D船では船の大きさの割に s が大きいので $\sigma = s/\kappa$ (κ は振れに対する慣性半径)が大きく、このため振動数の変化が大きくなったものである。このように、実船において連成に最も影響するのは σ であるから、 σ をできるだけ正確に求める必要がある。

(c) 計測値と計算値とは、略々 $\pm 10\%$ 程度の誤差で一致しているが、船により誤差の傾向が一定でなく、C船の場合が最も精度が良いようである。これは、C船はタンカーであるため、開口が剛性や振れ中心に及ぼす影響が小さく、比較的均一な値を持っている故であろうと考えられる。

(d) 上下振動の場合は、計測値の方が計算値よりも低くなる場合が多い⁷⁾¹²⁾が、本計算では必ずしもそうでない。これは、本計算では附加水質量および附加慣性モーメントの3次元修正を行なわなかったために、計算値が下つたためであると考えられる。

5 結 言

両端自由梁の水平、捩れ連成振動の計算を電子計算機で行なうプログラムを作成し、これを用いて、一様断面梁において若干の計算を行ない、定性的性質を調べた。また、4隻の実船について計算を行い、実測値と比較した。主な結論は次の通りである。

(a) 一様断面梁においては、連成によつて生ずる水平および捩れのモードは、大体において同節同志が対応する。ただし、長さ方向に s (捩れ中心と質量中心との距離) が変化する場合は、異なつた節数のモードが対応することもある。また、 s の大きさが、連成による振動数変化に大きく影響する。特に高次振動において著しい。

(b) 同じく一様断面梁の場合は、異なつた節数同志の水平、捩れ振動数が近付いても連成に余り影響しないが、同節同志の振動数が近付くと、影響が大きい。

(c) 実船の場合は、断面が長さ方向に変化するので、連成により生ずる水平、捩れのモードは必ずしも同節ではなく、複雑な形状を呈する。しかし、必ずしも振動数が近接したモードが出現するとは限らない。

(d) 実船においては、同節同志では一般に捩れ振動数の方が曲げ振動数よりも高く、且つ s の値が余り大きくないので、少くともディーゼル主機の不平衡によつて誘起される程度の低次振動においては、連成影響は考えなくてよい。

(e) 現在の計算法で、計算値は略々 $\pm 10\%$ の誤差で計測値と一致する。

なお、今後、つぎのような点について検討を進めて行きたい。

(a) 附加水質量および附加水慣性モーメントの3次元修正値について。

(b) 開口のある船の剛性および剪断中心位置の計算法について。

終りにのぞみ、種々討論を賜つた九州大学山越道郎教授および計算プログラム作成に協力された現三菱重工名古屋航空機製作所大路正倫技師(当時長崎研究所計装研究課)に感謝申上げる。

参 考 文 献

- 1) 熊井豊二：“船体の水平曲げ、捩れ連成振動について”造船協会論文集 100号 (1957)
- 2) McGoldrick, R. T., “Recent Development in the Theory of Ship Vibration”.
- 3) Leibowitz, R. C. and Kennerd, E. H., “Theory of Freely Vibrating Nonuniform Beams, Including Methods of Solution and Application to Ships”. Report of David W. Taylor Model Basin, No. 1317, (1961)
- 4) McGoldrick, R. T. and Russo, V. L., “Hull Vibration Investigation on SS. Gopher Mariner”. Trans. SNAME, (1955)
- 5) Robinson, D. C., “Calculated Natural Frequencies and Normal Modes of Vibration of The USS Okinawa”. Report of D. W. T. M. B. No. 1766, (1963)
- 6) Robinson, D. C., “Calculated Natural Frequencies and Normal Modes of The Guided Missile Cruiser USS Long Beach”. Report of D. W. T. M. B. No. 2100, (1966)
- 7) Ohtaka, K., Ohji, M. and Hibino, F., “A Study of Vertical Vibration of Ships (2nd Report)”. 造船協会論文集 119号 (1966)
- 8) 熊井豊二：“荷油の有効振動質量について”造船協会論文集 117号 (1965)
- 9) Taylor, J. L.: “Vibration in Ships”. T. I. N. A. (1930)
- 10) 熊井豊二：“船体水平振動の附加慣性質量に対する二、三の修正について”. 造船協会論文集 108号 (1960)
- 11) 熊井豊二：“船体捩れ振動における附加慣性力率について”造船協会論文集 104号 (1959)
- 12) Ohtaka, K., Hibino, F. and Ohji, M.: “A Study of Vertical Vibration of Ships (1st Report)”. 造船協会論文集 116号 (1964)
- 13) 熊井豊二：“船体捩れ固有振動数の一計算法”西部造船会々報 11号 (1951)
- 14) Landweber, L. and Macagno, M. C.: “Added Mass of Two-Dimensional Forms Oscillating in a Free-Surface”. Journal of Ship Research, Vol. 1, No. 3 (1957)
- 15) Wendel, K.: Hydrodynamische Massen und Hydrodynamische Massenträgheitsmomente”. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, (1950)

Appendix 1 連成振動の方程式

つぎの記号を用いる。

x ; 船の長さ方向の座標 (前方を正にする)

y ; 振れ中心の左右方向撓み (左舷向を正とする)

ζ ; 振れ中心の曲げ撓 (たわみ) みの傾斜

ϕ ; 振れ角度 (左舷 heel を正とする)

w ; 単位長の重量 (含附加水質量)

I_m ; 曲げに対する回転慣性

I_p ; 振れに対する極慣性モーメント (含附加水慣性モーメント)

EI ; 曲げ剛性

$k'GA$; 剪断剛性

GJ ; 振れ剛性

s ; 剪断中心, 質量中心間距離 (質量中心が上にあるときを正とする。Fig. A 1.1 参照)

L ; 船体全長

わかるとき, 振動中のポテンシャルエネルギーは

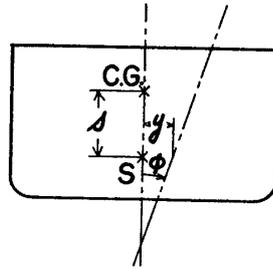


FIG. A 1.1

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L k'GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \zeta \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L GJ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{A 1.1})$$

運動エネルギーは

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{w}{g} \left(\frac{\partial y}{\partial t} + s \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L \frac{I_m}{g} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L \frac{I_p}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 dx \quad (\text{A 1.2})$$

これを Hamilton の原理

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (T - U) dt = 0 \quad (\text{A 1.3})$$

に代入すると (1.1) (1.2) に示す方程式と境界条件を得る。

Appendix 2 一様断面梁の式

簡単のために回転慣性を無視した一様断面梁を考えると式 (1.1) は, 次のようになる。

$$\frac{w}{g} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + s \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - k'GA \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A 2.1})$$

$$EI \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + k'GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \zeta \right) = 0 \quad (\text{A 2.2})$$

$$\frac{ws}{g} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + s \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{I_p}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A 2.3})$$

(A 2.1) (A 2.2) から ζ を消去すると

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{EIw}{k'GA g} \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{EIws}{k'GA g} \frac{\partial^4 \phi}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{ws}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A 2.4})$$

$$y = \kappa \eta, \quad x = L\xi$$

$$\left. \begin{array}{l} \kappa \text{ は剪断中心に関する慣性半径} \\ L \text{ は梁の長さ} \end{array} \right\} \quad (\text{A 2.5})$$

とにおいて、(A 2.3) および (A 2.4) に代入すると、次式を得る。

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} - \frac{\lambda^2}{\omega_f^2} \frac{\alpha}{1-\alpha\lambda^2} \frac{\partial^4 \eta}{\partial t^2 \partial \xi^2} + \frac{\lambda^4}{\omega_f^2} \frac{1}{1-\alpha\lambda^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\lambda^4}{\omega_f^2} \frac{\alpha}{1-\alpha\lambda^2} \sigma \frac{\partial^4 \phi}{\partial t^2 \partial \xi^2} + \frac{\lambda^4}{\omega_f^2} \frac{\sigma}{1-\alpha\lambda^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (A 2.6)$$

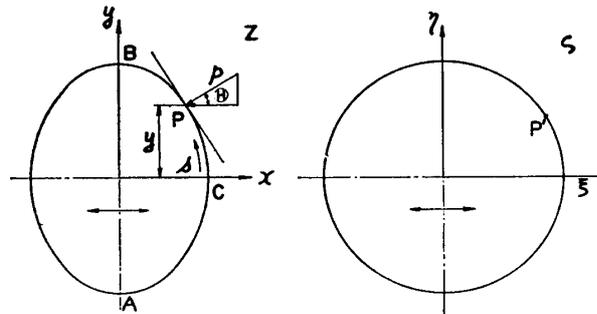
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} - \left(\frac{\pi}{\omega_t}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \left(\frac{\pi}{\omega_t}\right)^2 \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 \quad (A 2.7)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{EI}{k'GAL^2} ; \text{ 剪断撓みの影響} \\ \omega_f &= \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EIg}{w(1-\alpha\lambda^2)}} ; \text{ 非連成水平 2 節円振動数} \\ \lambda ; \alpha &\text{ の値により定まる無次元数} \\ \omega_t &= \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{GJg}{I_p + ws^2}} ; \text{ 捩れ中心まわりの非連成捩れ 1 節円振動数} \end{aligned} \right\} \quad (A 2.8)$$

Appendix 3 附加水質量の中心位置の検討

附加水質量は、船体表面に加わる水圧を積分したものであるから、その中心を求めるには、水圧中心を求めればよい。その計算は、船が振動するとき、周囲の水の持つ速度ポテンシャルを求めて水圧を計算し、その水平成分の作用中心を求めればよい。



(a) OSCILLATING SECTION (b) TRANSFORMED CIRCLE
FIG. A 3.1

Fig. A 3.1 (a) に示すように、任意の物体が水中で水平振動しているときその表面上の水圧 p と表面の垂線が水平線となす角度 θ とがわかれば、水圧中心位置 y_0 は次式で計算できる。

$$y_0 = \frac{\int p y \cos \theta ds}{\int p \cos \theta ds} \quad (A 3.1)$$

積分範囲は船の如く左右対称な断面では、AB 間で行えばよい。Lewis Form や Prohaska Form の如く船体の横断面を表わす方式を用いて上式の計算を行えばよいが、ここでは定性的検討に便利な Wendel Form¹⁶⁾ を用いた。

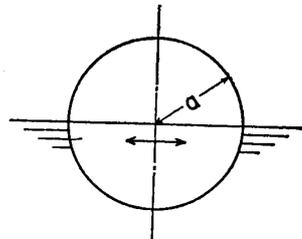


FIG. A 3.2

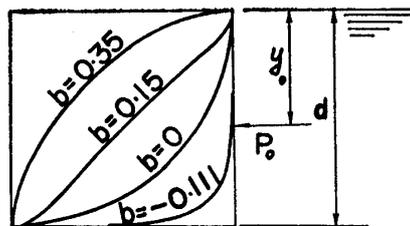


FIG. A 3.3

半径 a の円が Fig. A 3.2 に示す如く自由表面を有する水中に半没して水平振動しているときの速度ポテンシャルは、次のように与えられる。

$$\phi = -\frac{4Ua}{\pi} \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sin n\theta \quad (A 3.2)$$

ここに U は Velocity, $\zeta = re^{i\theta}$

一方 Wendel の求めた次の変換式で, 単位円は Fig. A 3.3 に示す図形に変換される。

$$z = \zeta + \frac{b}{\zeta^3} \quad (\text{A 3.3})$$

Fig. A 3.3 に示すように, $b=0$ は円となり $b=-0.111$ で π section に似た形状, $b=+0.35$ では Fore-section に似た形状である。(A 3.2) と (A 3.3) の変換式とから Wendel Form の水平振動に対する表面の Velocity Potential は次のようになる。

$$\phi = -Ua \left(\frac{b}{a^4} \cos 3\theta + \frac{4}{\pi} \sum_{2,4,6,\dots} \frac{1}{n^2-1} \sin n\theta \right) \quad (\text{A 3.4})$$

したがって表面の水圧は

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho a \frac{dU}{dt} \left(\frac{b}{a^4} \cos 3\theta + \frac{4}{\pi} \sum_{2,4,6,\dots} \frac{1}{n^2-1} \sin n\theta \right) \quad (\text{A 3.5})$$

また (A 3.1) の y は (A 3.3) から次のようになる。

$$y = \sin \theta - b \sin 3\theta \quad (\text{A 3.6})$$

つぎに Θ を計算する。Fig. 3.1 で P, P' を写像の対応点とする。P 点における法線方向の z の増分を δz とすると

$$\tan \Theta = \frac{I_m(\delta z)}{R_e(\delta z)} \quad (\text{A 3.7})$$

したがって

$$\cos \Theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \left\{ \frac{I_m(\delta z)}{R_e(\delta z)} \right\}^2}} \quad (\text{A 3.8})$$

しかるに等角写像の性質より, δz に対応する ζ の増分 $\delta \zeta$ は, P' 点における法線方向である。

$$\therefore \delta z = \frac{dz}{d\zeta} \delta \zeta = \frac{dz}{d\zeta} e^{i\theta} d\zeta \quad (\text{A 3.9})$$

これを (A 3.8) に代入すると

$$\cos \Theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \left\{ \frac{I_m\left(\frac{dz}{d\zeta} e^{i\theta}\right)}{R_e\left(\frac{dz}{d\zeta} e^{i\theta}\right)} \right\}^2}} \quad (\text{A 3.10})$$

つぎに, s の原点を Fig. A 3.1 の C 点にとると

$$ds = \left/ \frac{dz}{d\zeta} e^{i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} \right/ d\theta \quad (\text{A 3.11})$$

(A 3.5), (A 3.6), (A 3.10) および (A 3.11) を (A 3.1) に入れると水圧中心が求まる。

計算結果は次の通り。(d は Fig. A 3.3 参照)

b	y_0
-0.1	0.495 d
0	0.547 d
0.15	0.630 d
0.35	0.667 d