

Bemerkungen zu A. Shigemitsu: Skin friction resistance and law of comparison.

Dr. F. GEBERS.

I. Seite 1 "inexplicable points".

- 1.) Die Methode für den Wasserdurchfluß in Rohren auf die Oberflächereibung der Platten anzuwenden, halte ich für verfrüht, aus Gründen, die später angegeben werden. Meine Methode beruht auf den Gesetzen der Aehnlichkeitsmechanik und ist also auch wohl begründet.
- 2.) 3.) und 4.) Die Rauhigkeit einzuführen, hatte ich keine Veranlassung, da es sich zunächst um Flächen größter herstellbarer Glätte handelte; aber ich habe bereits in meinem Aufsatz in den "Mitteilungen des Technischen Versuchsanstes". Wien, IX. Jahrgang 1920, Heft 2-4, zum Schluß unter den Ueberschriften des weiteren Versuchsprogrammes genannt unter 1): "Das Aehnlichkeitsgesetz für rauhe Flächen und andere Flächenformen". Es war beabsichtigt, die Platten durch Aufheftung von Körperchen ähnlicher Größe in Bezug auf die Rauhigkeit ähnlich zu machen und zu untersuchen. Vorläufig handelte es sich um glatte Flächen, bei denen die Rauhigkeit, wie gesagt, nicht in Betracht kam.
- 5.) Das Bestreben meiner Formel, die für *turbulente Reibung* gelten sollte, für geringe Geschwindigkeiten etwa zu große, für hohe Geschwindigkeiten etwas zu niedrige Werte gegenüber den gemessenen zu geben, ist sehr wohl in der Versuchstechnik begründet. Bei geringen Geschwindigkeiten wird am Vorderende der Platte auf eine weite Strecke mehr oder weniger noch laminare Reibung, die geringer ist als turbulente, vorhanden sein. Man wird also zu kleine Gesamtwiderstände für turbulente Reibung messen. Bei den größeren Geschwindigkeiten aber werden leicht die gemessenen Werte zu groß, weil es unmöglich ist, die Platten ganz erschütterungsfrei während der Fahrt zu halten.

II. Seite 2. "On the wake current".

Die Messungen von Calvert und noch mehr die von Dr. Kempf sind nicht richtig, weil beide die statische Druckdifferenz bei der Messung mit den von ihnen angewendeten einfachen Pitotdüsen nicht ausschalteten.

Ich will hier etwasweiter ausholen :

Beim Schleppen eines Körpers an der Wasseroberfläche entsteht vom Bug zum Heck eine Umlaufbewegung des Wassers, hervorgerufen durch ein statisches Druckgefälle.

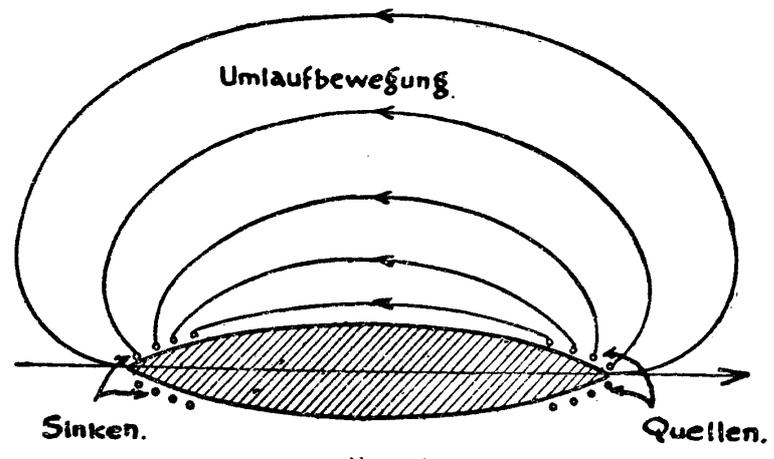


Fig. 1.

Wir können uns denken, daß wir am Bug eine Reihe von Quellen, am Heck eine Reihe von Sinken hätten, zwischen denen das Wasser (Fig. 1) überströmt. Da die Quellen und die Sinken sich gleichmäßig mit der Fahrgeschwindigkeit und in gleicher

Richtung fortbewegen, kommt es nicht zu einer Umlaufbewegung, die sich seitlich bis in die Unendlichkeit erstreckt, sondern dieser Rücklauf des Wassers wird schon bald, wie zahlreiche Messungen, die ich angestellt habe über die Größe der Umlaufbewegung seitlich von Schiffsmodellen, beweisen, unmeßbar. Infolge dessen ist

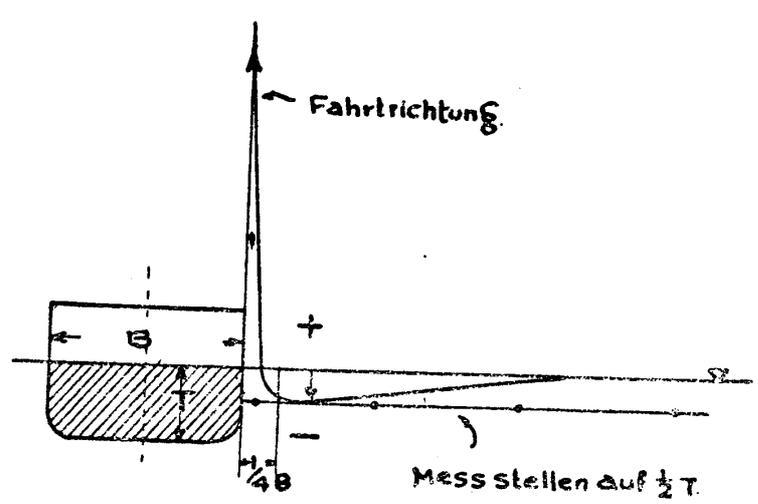


Fig. 2.

die Wasserbewegung, wie Fig. 2 zeigt, nahe an der Schiffswand infolge der Oberflächenreibung eine starke in der Richtung der Fahrt mitlaufende, aber schon sehr bald auf nur geringen Abstand eine der Fahrtrichtung infolge der Umlaufbewegung entgegen-

gesetzte, die auf der Normalen fortschreitend allmählich auf Null abnimmt. Diese Umlaufbewegung, bedingt durch ein Spiegelgefälle, kann von einfachen Pitotdüsen nicht gemessen werden, da das statische Druckgefälle gleich dem hydrodynamischen Druck ist, aber Düsen, die die statische Druckmessung ausschalten wie die meinen, geben sofort das obige Bild.

Nun haben wir auch bei einer geschleppten Planke das gleiche Bild (Fig. 3),

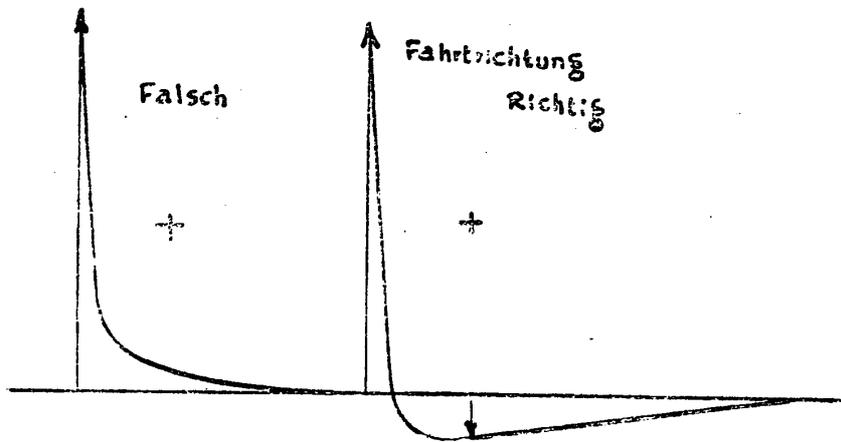


Fig. 3.

selbst wenn diese unendlich dünn wird. Das mitgerissene Wasser bildet auch in gewisser Hinsicht einen Körper. Deshalb ist genau, wie die Gumbel'sche Meinung, auch die in der Gleichung

(1) wiedergegebene unrichtig, und wir können aus diesem Grunde auf keinen Fall so vorgehen, wie bei der Reibung in Rohren. Die Schwierigkeiten, diese Umlaufbewegung mit in einer Formel zu fassen, hat mich nach vielen Ueberlegungen, die man an die angegebene Tatsache anknüpfen kann und muß, von einer Formulierung des Wasserstromes seitlich einer geschleppten Fläche abgeschreckt.

Diese Umlaufbewegung aber muß sicherlich die Folge haben, daß die Reibung einer Oberfläche im unbegrenzten Wasser eine größere sein wird, als die Formeln für die Reibung im Rohr angeben.

Diese hier genannten Schwierigkeiten haben mich auch veranlaßt, nur die Gesetze der Aehnlichkeitsmechanik heranzuziehen.

In dieser Umlaufbewegung des Wassers, die für *begrenzt*es Wasser sich sehr ändert, und sich auch ändert mit der *Form* der Körper und der Geschwindigkeit, liegt die Hauptschwierigkeit für die Formulierung der Oberflächenreibung der Körper.

Es fehlt mir leider die Zeit, auf die weiteren geistreichen Ausführungen der so fleißigen und geschickten vorliegenden Arbeit des Herrn Shigemitsu einzugehen. Erwähnen möchte ich nur noch, daß Th. von Kármán in seiner neuesten Arbeit "Ueber laminare und turbulente Reibung" (Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Band 1, 1921) sagt: "*G e b e r s gelangt zu etwashöheren Exponenten. Ich vermute, dass beim Schleppen sehr langer Platten Erzitterungen nicht zu vermeiden sind, was den Widerstand rascher wachsen lässt*". Kármán geht auch von einem unrichtigen Bilde über die seitliche Wasserbewegung aus, weil er die Umlaufbewegung nicht gekannt hat. Es besteht also bei solcher Meinungsverschiedenheit der verschiedenen Bearbeiter des vorliegenden Problems einstweilen kein Grund für mich, meine Formel für glatte Platten einer Verbesserung zu unterziehen. Ueber den Einfluß ähnlicher Rauigkeit hoffe ich, noch einen Beitrag später, wenn mir die Ausführung längst beabsichtigter Versuche möglich gewesen ist, zu liefern.

Aus den vorliegenden Ausführungen Shigemitsu's aber können wir viel lernen und beim Durchlesen seiner so klaren Ausführungen immer wieder helle Freude empfinden, daß wir ihm dankbar sein müssen für das, was er uns in der vorliegenden Arbeit zu sagen gewußt hat.

Wien, den 8. Februar 1924.

Gebers 博士の討論に對して

○重 光 簇君(三月廿五日) 先きに講演材料として記述したるものを維納試験所の F. Gebers 博士に送附し置きました所御多忙にも拘らず同博士から上掲の如き討論を得ましたことを謝します。

此の御討論に對して一言致しますに當り前以て御斷り致して置きたいのは私が論文を發表してから既に相當の時日を経過しました爲其の間に論文中に不備の點あることを發見致しました、即ち (11) 式及 (12) 式は正確なる理論を以てしては共に誤謬であると云ふことでもあります、正しき式を定めると云ふことは非常の難事であつて種々試みて居りますが今日の所未だ決定的の結果に達して居りませぬ、然し乍ら論文に記載した如き解析は Blasious 氏の式を使用しても又は別に比較的正確であろうと思はれる式を使用しても出来るのであつて此の如きは全體より見れば枝葉の問題であろうと思ふ、論文の根本觀念たる板の抵抗の主たる部分は表面に極小寸法の凹凸が無數に存在する爲に生ずるのであると云ふ點は變化するものではありません。

扱て第一に Gebers 博士は「實驗板は出來得る限り平滑なるものを使用したから此の如き平滑板に付ては Roughness と云ふことは考へなくても宜しい」と云ふて居られますが此の點が大なる問題であると思ふ Schellack の表面が平滑なりとは比較的の語であつて決して絶對的のものではない、此の如き表面を有する二個の Solids 間の摩擦に付て考へて見ても其の表面が Smooth であると云ふ結果にならないことは明瞭である、況んや其の表面と水の Small Particle 間の friction を論ずる場合に之を平滑なりと初めより假定することは非常な間違ではありますまいか。

第二には Analysis の方法であります、即ち博士は Blasious 氏の方法に従つたので若し Surface が全然 Smooth であれば之にて差支はなかろうと思ひますが此の場合に於ても實驗結果は理論的結論に一致しなければならない、理論的結論として今日迄知られて居るのは論文中の (12) 式であります之は Blasious 氏自身も實驗結果に一致しないことを認て居る (Über laminare und turbulente Reibung-v. Kärman; Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 1921)更に Blasious 氏は管内の水流に就きて Empirical formula を作つて居る而して Kärman 氏は此の Empirical formula と Gebers' formula とを比較して Gebers 氏が上掲の討論中に記載せられた様な意見を述べて居ります、然

し乍ら後段に於て Kármán 氏は Blasius 氏の Empirical formula と雖 Extreme Case には事實に一致しないことを述べ結局 Relative Rauigkeitgrad の觀念を採用する事を提案して居ります、氏の提案に従へば Roughness を示すものは $\frac{1}{L}$ の function でありますが此は私が論文中に記載した所と偶然に一致して居ります、然し乍ら氏は何所迄も Resistance を $(VL)^n$ の形で示さんとして居る、此の點は Prandtl, Blasius, Kármán 氏等の一致したる論法でありまして Gebers 博士の所謂 Aehnlichkeitsmechanik の法則であります、然し乍ら既に理論的結論が實際に一致しないことが明瞭であるならば吾々は宜しく其の原因に就て考察しなければならぬ、私は此の不一致の原因は Surface を smooth と爲したる假定に在るものと思ふ、若し表面に無数の凹凸が存在するならば其の寸法は極小であつても其の各個に對し所謂 Formwiderstand を生ずる、此の Formwiderstand は Weight を neglect し得る場合には $(VL)^2$ に比例するけれども然らざる場合には大體に於て Froude's law に従ふ別の形となる筈である、少くとも此く考へなければ Gebers 氏が Übigau Tank で行つた板の横實驗の結果は説明が出来ない。然らば Surface の Rough なる爲に生ずる此の如き Resistance を説明するに所謂 'A' hnlichkeitsmechanik を離れて Froude の Law of comparison に依ることが寧ろ當然であらうと思ふ、此くして初めて板の實驗結果と R. E. Froude's formula とを連結することか出来るのである、Froude's formula は勿論絶對的に正しいものでは無いけれども Greyhound Experiment 及 plate experiment より定めた Empirical formula であるからして實驗の Cover して居る範圍に於ては大體の見當は間違ては居ないと見て差支あるまい、又實際に於ても殆んど總ての Experimental Tank で實際に使用せられて居り且つ無理をして使用しない限り Tank experiment の結果は實際に大體一致して居る様に思はれる、然るに若し所謂 'A' hnlichkeitsmechanik で推し通せば其の間に大分相違が生ずるのであります。

第三には Gebers' formula で計算した結果が實驗の結果に low speed 及 high speed に於て一致しない點に關する Gebesr 博士の説明に關して一言し様と思ふ、博士は Gebers' formula は turbulente Reibung に對して適用せらるべきものであるからして laminar state に在ると思はるゝ low speed に對しては一致しないのは當然であると云はれて居る、私は Gebers' formula が turbulente Reibung に對して作られたものであると云ふ博士の主張と Surface を Smooth と斷定せられた博士の主張との間には不可解な點がある様に思ふ Turbulent flow となる原因は Surface が平滑でないからでは無いでしょうか、私は極少寸法の凸凹各個から vortex が生じて其が集合して turbulent flow となる

ものと思ふて居る。

更に low speed の場合には Laminar flow であるとのことでありますが Laminar flow とは果して何を指すのであるか、Pipe の場合に於ては water particle の速度が總て axial direction を有するときを laminar flow と云ふ様であります、若し然りとせば plate の場合には此の如く Water particle が foreand aft direction の velocity のみを有することは理論上不可能であると思はれる、即ち Plate の場合には如何なる low speed に於ても laminar state の flow は起らない様に思はれます。

high speed に對する Measured Resistance が式にて算定したるものより大なるは板の Vibration の爲であると思ふ説明は實驗上の事柄であるからして或は左様でありましよう、然し乍ら Gebers 博士が表に掲げた Measured Resistance は high speed に對しては實際測定したる抵抗中の最低のものに依り定めたるものであると思ふことを注意するを要すると思ふ Measured Resistance は此の如く定めたるものであるに拘らず上記の相違は算式が悪いのでなしに實驗結果が悪いと斷定するのは果して如何でありましようか、實驗結果と算式との間に存する此の如き相違は一見些細なる事柄の如きも式を實際に使用する側から見れば極めて重大なる事柄で輕々しく斷定し去ることは出来ない様に考へます。

第四に論文中に掲げた (11) 式が誤謬であることを實際的方面より注意せられたることを深く謝します、水の speed が板より離れた箇處で Negative になると云ふ博士の實驗的斷定は私の特に悦ぶ事柄であつて理論的にも左様でなければならぬことは、既に私の氣付きたる點であります。

終りに臨みて博士の御好意を謝し且つ博士が目下著手して居られる實驗結果に依り再び御高説を伺ひ得るの日を期待して居る次第であります。

○小野 正三君 此の間は先生の論文 Skin Friction Resistance and Law of Comparison を御送り下さいまして誠に難有拜見しました、唯私が只今は京都に參て居りますので十一日に先生から直接に種々教へて戴くことが出来なかつたのが残念で御座います。

拜見致しまして次の二三の事柄が少し解り兼ました、何卒之に付て教へて戴けば結構で御座います。

(一) 第一頁の Dr. Gebers' の解析に對する御批評の中で (2) と (5) と及第五頁の (1) から (5) 迄に就て

表面の Roughness が此迄の實驗では Geometrically Similar になつて居なかつた、之を此度からは考に入れなければならぬと説かれたのは誠に同感であります、唯先生が

説かるゝ様に Roughness が流體の粘性と獨立であるか又は左様考へて宜しいかが問題では無いでしょうか、勿論此の結論が如何あつても此の論文の結果にはたいした障りは無かろうと存じます、唯謂ねば枝葉のことを云ふ丈でありますが流體の速さが Critical な所を超せば其の分子（もつと細さい部分）が壁の面を滑て行くものか如何かが問題で Dr. Stanton 等は實驗的に随分調べて居る様であります、若し其等の實驗を信用するならば我々は流體の分子は何の場合でも壁の表面を滑るものでは無いとせねばなりません。

此の Critical な移り變りの有様と上の Dr. Stanton の結果を一致させ様とする様に見るのは Prof. Prandtl や Prof. Kármán の Grenzschichttheorie であつて Laminaire Grenzschicht から turbulente Grenzschicht に移ることで之を説明し様と致して居ります Dr. Gebers も其の考で有るらしく今 dimensional theory で得た基本の式で R を總て流體の摩擦が原で起る抵抗とすれば

$$R = c \rho^{1-n} V^{2-n} L^{2-n} \mu^n$$

茲に c は或る單なる係數

ρ は流體の密度

V は速さ

L は寸法

μ は流體の摩擦係數

ν は Kinematic viscosity

とすとすれば (1) は又

$$R = c \rho V^2 L^2 \left(\frac{VL}{\nu} \right)^{-n} \dots \dots \dots (1)$$

とも書けます、此所で n は indeterminate でありますから一般に

$$R = \rho V^2 L^2 \left\{ A_0 + A_1 \left(\frac{VL}{\nu} \right)^{n_1} + A_2 \left(\frac{VL}{\nu} \right)^{n_2} + \dots \dots \dots \right\} \dots \dots \dots (2)$$

で表すことが出来ましょう、波の抵抗を除いた外の抵抗は總て (2) の一般の形で表されるものであり其の間に何も理論から見て誤は有るまいと存じます、例へば $A_0 = 0, A_2 = \dots \dots \dots = 0$ と置き $n = -0.125$ と置けば Gebers の結果になり表面の状態が A_1 の値が影響されるものでありましょう、此の級數を一つの項を採ただけでは或る現象の説明が出来ないときは更に幾何でも採てよいので又 n の値も任意で其につれて夫れは解析をする人の自由でありますを得られた最後の答に就ては唯便利不便と丈云へるので正しい間違とは云へないと存じます。

(二) 第五頁の(七)

Eddy の抵抗が Froude の法則に従ふものでしょうか、Eddy と云ふものは其の最後の性質が如何に見え様と其は流體の粘性に依るもので有るから寧ろ前の (1) の形の法則に従ふべきもので正しい意味では Froude の法則とは關係はないと云た方が宜いので有りますまいか。

若し左様であれば{若し (1) の形の法則を探るならば}抵抗が l^2 で變ると云ふことを探るなら従つて其は l^2 に依つて變つて來なければなりません、従つて其からの解析は少しづつ形か變つて參る筈であります。

此丈のことに就て教を願へれば難有いと思ひます。

小野正三君の討論に對して

○重 光 簇君(三月廿五日) 私の貧弱なる論文に對して小野正三君より有益なる御批評を辱したことを謝します、實は私は本問題に付て廣く從來の論文を調査した次第ではありませぬ、特に航空關係の論文に至りては不充分であつたのであります。依りて此の方面に従事して居られる人々に其の方面の御經驗から批評して戴きたい爲めに前以て御願して置いた次第であります。御討論の内容に對して申述すべき點は大體 Gebers 博士の討論に對して述べたる所で盡きて居ると考へますので重ねて記述することを避けます。唯御示になつた式は Gebers 氏の所謂 „Ähnlichkeits Mechanik” の法則であると云ふ點と water particle が板の面を滑るか否かは俄に斷定し難き難問題であります。滑でないも考へても説明が出来る様に思はれることを附記して置きます。

小野君の御好意を重ねて謝する次第であります。