

(昭和18年11月7日 造船協會講演會に於て講演)

# 船體撓振動の固有振動數を求める簡易計算法

正員 工學士 吉 識 雅 夫\*

## I 緒 言

船體に起る諸種の振動の内、2節の上下撓振動はその固有振動數が主機回轉數に近く、萬一主機の不平衡力と共振を起したとするとそれを除去することは非常な困難を伴うのが普通である。従つて艦船設計の初期に於て船體固有振動數を知り、共振を避ける様にする事は艦船計畫上重要な一要素である。

この様な理由により船體撓振動の固有振動數を算定する方法は1894年のO. Schlick<sup>1)</sup>以來多くの著者により諸種の方法が發表せられている<sup>2)</sup>。而して2節上下撓振動の固有振動數は主機回轉數に近い爲出来るだけ正確に求める必要がある。その爲には固有振動數に關係のある各種要素を詳細に取り入れて算定すればそれだけ正確を期し得る。併し斯様にすれば手數は面倒になると共に、設計初期には所要の資料が得られず、資料の揃う時機になると譬え共振を起すことが明かになつてもそれを避ける爲には根本的の設計變更を要しその實行は困難となる。故に簡單で且設計初期に得られる資料のみで出来る限り正確な値を與える方法が望まれる次第である。本論文は以上の様な要望に適い、設計初期に得られる資料のみを用いて出来るだけ簡単に振動數を推定する方法の一試験案に就いて述べんとするものである。尙本法を利用すれば商船に於ける載貨物の變動、軍艦の砲塔位置の變動等の如き重量物の大きさ並びに載荷位置の變動による振動數の變化をも求めることが出来る。以下の適用例の内A船のTobin法による計算は東京帝國大學第一工學部船舶工學科學生の卒業論文に扱われた資料によるものであり、C船及びD船の實測値は海軍技術研究所に於て數年前に行われた實驗結果によるものである。

## II 船體撓振動の固有振動數の簡易計算法

### 1) 假想柱狀船の設定

撓振動の固有振動數は船體の重量並びにその分布状態、船の長さ、船體横截面の断面二次モーメント並びにその分布、船體振動につれて共に動く周圍の水の重量並びにその分布等に大なる關係を有することは既に知られている通りである。これ等の要素の内、断面二次モーメントの分布曲線は、梯形又は拋物線的に分布すると考えられている船殼及艦裝重量の分布曲線と相似た曲線をなしている。従つてこの兩者の關係に注目すると、振動時に荷重となるべき船殼及艦裝重量の小なる前後部に於ては、曲げに對する復原力を與える断面二次モーメントも小であり、且この兩者の分布が略々等しいものとすれば兩者の影響は相殺し、その振動數は一樣な柱狀體の値に略々等しくなるものと見做すことが出来る。(嚴密には兩者が比例しても一樣な柱狀體の振動數には等しくない筈である。C. E. Inglis<sup>3)</sup>は重量及び断面二次モーメントが特殊な分布をなす場合に就き振動數を計算し、一樣な柱狀體の値と比較している。)

それで先ず中央横截面の断面二次モーメント  $I$ 、及び船殼及艦裝重量を Biles 法により梯形的に分布せしめた場合の中央部に於ける單位長さ當りの重量  $w_m$  を採り、断面二次モーメント  $I_m$  及び重量分布  $w_m$  の一樣な柱狀體を考え、これを假想柱狀船と稱することとし、その振動數を求める。これ等の値は設計初期に直ちに判るものである。(尙船殼及艦裝重量は Thomas 法により拋物線的に分布させた方が適當と考えられる場合はその方を採れば良い)。次に今考えた梯形(又は拋物線形)分布以外の重量はそれぞれの重量がその重心位置に集中的に存在するものとして、それ等の影響による補正を行うのである。但しこれ等の集中的に存在すると考えた重量は必ずしも正確な値を求める必要はないのであつて、概略の配置圖等より推定した値を用いて十分である。又機關及び艙の載貨重量等の如く相當廣範圍に分布しているものも、その重量がその重心位置に集中して存在するものとして計算を行つてよい。特に長大な艙等は細分して2箇以上の集中荷重として取扱えば更に正確さを期し得る。

\* 東京帝國大學(第一工學部)助教授

## 2) 集中荷重に対する補正法 その一

一様な断面及び重量分布を有する仮想柱状船に対する集中重量の補正は次の様にして行う。即ち先ず、一様な両端自由梁に集中荷重が唯1箇存在する場合の振動数を理論計算によつて求める。(附録第一参照) 集中荷重が數箇存在する場合には、それ等の荷重が1箇宛存在するものとして各荷重に対して理論値  $N_i$  を求める。數箇の集中荷重が同時に存在する場合の振動数  $N$  は次の如くに求める。即ち

$N_0 = I_m$  及び  $w_m$  の一様な仮想柱状船の振動数

$N_i =$  柱状船に集中荷重  $W_i$  が唯1箇存在する場合の振動数, ( $i=1, 2, \dots, k$ ,  $k$  は集中荷重の總數)

$n_i =$  柱状船は質量はなく、曲げ剛性のみがあるものと假定し、それに  $W_i$  1箇が作用する場合の振動数とすると、Dunkerley<sup>4)</sup>の考えを適用して

$$\frac{1}{N_i^2} = \frac{1}{N_0^2} + \frac{1}{n_i^2}$$

$W_1, W_2, \dots, W_k$  が同時に存在する場合の振動数  $N$  は

$$\begin{aligned} \frac{1}{N^2} &= \frac{1}{N_0^2} + \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i^2} \quad (i=1, 2, \dots, k) \\ &= \sum_{i=1}^k \frac{1}{N_i^2} - (k-1) \frac{1}{N_0^2} \end{aligned}$$

而して  $N_0$  は次式で與えられる。

$$N_0 = \frac{(ml)_0^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_m g}{w_m}}$$

但し  $(ml)_0$  は

$$\cos ml \cosh ml - 1 = 0$$

の根で、両端自由2節振動の場合は 4.730 である。

尙

$l =$  船の長さ

$E =$  船體構造の弾性係數

$g =$  重力の加速度

$I_m =$  仮想柱状船の断面二次モーメント

$w_m =$  同上の單位長さ當りの重量

である。又

$$N_i = \frac{(ml)_i^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_m g}{w_m}}$$

で  $(ml)_i$  は  $W_i$  の大きさ及びその作用位置の函數で第1圖及第2圖に示す値となる。従つて上式により數箇の集中荷重の存在する場合の振動数が求められることになる。上式は次の様に書き改めて使用しても良い。

$$N = N_0 \left[ \sum_{i=1}^k \frac{(ml)_0^4}{(ml)_i^4} - (k-1) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

## 3) 集中荷重に対する補正法 その二

一様な仮想柱状船の断面二次モーメントを  $I_m$ 、單位長さの重量を  $w_m$  とし、 $x_m$  の點に集中荷重  $W$  が存在するものとする。此の振動系の運動エネルギーを  $T$ 、ポテンシャル・エネルギーを  $V$  とすると、それ等はそれぞれ次の如く表わされる。

$$T = \frac{1}{2} \frac{w_m}{g} \int_0^l \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \frac{W_i}{g} \left( \frac{\partial y_i}{\partial t} \right)^2$$

$$V = \frac{1}{2} EI_m \int_0^l \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx.$$

但し  $y$  は振動の撓みを示し、 $y_i$  はその  $x_i$  に於ける値である。

振動の圓振動数を  $p$  とすると

$$y = u(x) \cos(pt + \epsilon)$$

と書くことが出来る。故にエネルギー法則を適用すれば、

$$p^2 = \frac{EI_m \int_0^l \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)^2 dx}{\frac{w_m}{g} \int_0^l u^2 dx + \sum_i \frac{W_i}{g} u_i^2}$$

此處で  $u$  に就いて近似的の取扱いをして一様な両端自由梁のノルマル函數を用いることとする。即ち

$$u = (\cos ml - \cosh ml)(\cos mx + \cosh mx) + (\sin ml + \sinh ml)(\sin mx + \sinh mx)$$

但し

$$m^4 = \frac{w_m}{gEI_m} p_0^2, \quad \frac{p_0}{2\pi} = N_0.$$

従つて

$$\int_0^l u^2 dx = \frac{l}{4} u_0^2$$

$$\int_0^l \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{l}{4} m^4 u_0^4.$$

但し

$$u_0 = 2(\cos ml - \cosh ml)$$

故に假想柱狀船の振動週期を  $T_0, W_1, W_2, \dots, W_k$  の存在する場合の週期を  $T$  とすれば,

$$T_0 = \frac{2\pi}{p_0}, \quad T = \frac{2\pi}{p}$$

であるから,

$$T^2 = \frac{4\pi^2 w_m}{EI_m g} \frac{\int_0^l u^2 dx}{\int_0^l \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)^2 dx} + \frac{4\pi^2}{EI_m g} \frac{\sum_i W_i u_i^2}{\int_0^l \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)^2 dx}$$

$$= T_0^2 \left[ 1 + 4 \sum_{i=1}^k r_i \left( \frac{u_i}{u_0} \right)^2 \right].$$

但し

$$r_i = W_i / w_m l \quad (\text{集中荷重と柱狀船の重量比})$$

故に

$$T = T_0 \left[ 1 + 4 \sum_{i=1}^k r_i \left( \frac{u_i}{u_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

振動數  $N$  は

$$N = N_0 \left[ 1 + 4 \sum_{i=1}^k r_i \left( \frac{u_i}{u_0} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

即ち集中荷重の假想柱狀船に対する重量比  $r$  と、その作用位置に於けるノルマル函數の値と船の前後端に於ける値との比  $(u_i/u_0)$  を知れば、上式によつて任意の集中荷重が存在する場合の振動數が求められる。 $(u_i/u_0)^2$  の値を第3圖に曲線で示す。同圖に於ては船の中央を坐標原點に採り、前後端を  $0.5l$  としてある。

### III 解法の適用例

#### 1) A 船

次の如き重要寸法を有する三島型貨物船に就いて、諸種の載貨状態に對して本法を應用して振動數を計算し、Tobin<sup>5)</sup>法による計算値と比較した。

$$\begin{array}{llll} L_{pp} & 400'-0'' & B & 53'-0'' & D & 32'-0'' \\ \text{満載吃水} & 25'-7.8'' & & & & \end{array}$$

本船の斷面二次モーメントは計算の結果第4圖の○印の値を得た。船樓端に於ける非有効性等を考慮し、同圖の實線の如き分布と假定した。重量分布に就いては、船殼及艙裝重量 2895.0 ton を Biles の梯形法則で分布し、各艙その他の重量は夫々の位置に累加することとした。但し便宜上二重底内載貨重量 1048.6 ton は假想柱狀船の重量に加え、 $w_m = 11.12 \text{ ton/ft}$  とした。

$$\left( w_m = \frac{2895.0}{400} \times 1.174 + \frac{1048.6}{400} = 11.12 \text{ ton/ft} \right)$$

尙斷面二次モーメントは  $I_m = 3322 \text{ ft}^4$  である。

各部分の重量其他は第1表に示す。

本船に對する假想柱狀船の振動數  $N_0$  は次の如くである。

$$N_0 = \frac{4.730^2 \times 60}{2\pi \times 400^2} \sqrt{\frac{13500 \times 3322 \times 144}{11.12}} = 183 \text{ }^1/\text{min}$$

次の五種の狀態に對して計算を行う。(第5圖參照)

- A 狀態； 燃料槽，石炭庫及豫備給水槽滿載
- B 狀態； A 狀態の上に船首水艙，船尾水艙及深水艙滿載
- C 狀態； A 狀態の上に第一番艙及甲板間，第三番艙及第四番甲板間に貨物積載
- D 狀態； A 狀態の上に第二番艙及甲板間，第三番甲板間及び深水槽に貨物積載
- E 狀態； 滿載狀態

以上の各狀態に對し，第一法及第二法を適用して計算した値及び Tobin 法によるものを比較すると第2表の通りである。

本表中 ( ) 内の數字は艙を2等分して計算した値を示す。

## 2) B 船

1932年に Schadlofsky<sup>6)</sup>の發表している油槽船に本法を適用して比較した。本船の要目は次の通りである。

$$\begin{array}{llllll} L_{oa} & 140.65 \text{ m} & L_{pp} & 134.11 \text{ m} & B & 19.51 \text{ m} & D & 10.744 \text{ m} \\ \text{滿載排水量} & 16900 \text{ t} & \text{載貨重量} & 11000 \text{ t} & & & & \end{array}$$

中央横断面の断面二次モーメント ( $I_m$ ) 36.159 m<sup>4</sup>

本船の船殻及艙裝重量は不明なりしにより重量曲線其他より 4250 t と假定した。従つて  $w_m$  は 35.7 t/m となる。故に假想柱狀船の振動數  $N_0$  は

$$N_0 = \frac{4.730^2 \times 60}{2\pi \times 140.65^2} \sqrt{\frac{2.1 \times 10^6 \times 36.159 \times 9.8 \times 10^4}{35.7 \times 10^3}} = 156 \text{ }^1/\text{min}$$

第6圖は原論文より轉載した重量及断面二次モーメント曲線で，それより集中荷重を第3表の如く計算した。従つて第一法及び第二法による計算値は夫々毎分 105 及び 95.6 となる。一方 Schadlofsky の圖式積分による計算値は毎分 117.9 であり，船體と共に動く水の影響その他の影響を加算した値は 81.5 で，實測値は 81 である。

## 3) C 船

長さ 204 m,  $I_m$  59.6 m<sup>4</sup> の C 船に對し，船殻及艙裝重量を第7圖點線の如くに假定し，その點線以上の重量は集中荷重として取扱つて計算を行つた (第4表)。即ち  $w_m$  を  $26.35 \times 10^3$  kg/m とし，假想柱狀船の振動數  $N_0$  を求めると，

$$N_0 = \frac{4.730^2 \times 60}{2\pi \times 204^2} \sqrt{\frac{2.1 \times 10^{10} \times 59.6 \times 9.8}{26.35 \times 10^3}} = 111 \text{ }^1/\text{min}$$

第一法	77.5 <sup>1</sup> /min
第二法	72.2
實測値	61
Pavlenko 法 <sup>7)</sup>	71
Bailey 法 <sup>8)</sup>	84

## 4) D 船模型 (鋼製)

模型船の寸法等は長さ 21.45 ft,  $I_m$  0.0404 ft<sup>4</sup>, 排水量 0.935 ton で， $w_m$  は 0.019<sup>1</sup> ton/ft と假定した。C 船同様船殻及艙裝重量不詳なりしにより，排水量の約 37%, 0.343 ton をその重量と推定して  $w_m$  を定めた。第8圖の點線がこの假想の船殻及艙裝重量の分布曲線である。その點線を超えた部分を集中荷重として扱つて計算を行うことは C 船と同様である。(第5表)

假想柱狀船の振動數  $N_0$  は

$$N_0 = \frac{4.730^2}{2\pi \times 21.45^2} \sqrt{\frac{13500 \times 0.0404 \times 32.2 \times 144}{0.0191}} = 88.9 \text{ }^1/\text{sec}$$

第一法	68.9 <sup>1</sup> /sec (57.2)
第二法	67.0 (57.6)
實測値	空中 49.5 <sup>1</sup> /sec 水上 40.0 <sup>1</sup> /sec

諸種の方法で計算した振動数は次の如し。

Pavlenko 法 <sup>7)</sup>	53.4 <sup>1</sup> /sec (46.0)
Ritz 法 <sup>9)</sup>	62.7 (54.0)
Bailey 法 <sup>8)</sup>	77.8 (67.0)
Tobin 法 <sup>5)</sup>	66.0 (56.8)
Lewis 法 <sup>10)</sup>	74.7 (64.3)
Hort 法 <sup>11)</sup>	80.2 (69.0)
Dahlmann 法 <sup>12)</sup>	61.0 (52.5)

( ) 内の数字は  $E=10,000 \text{ ton}/\text{cm}^2$  として計算した値にして、原報告にこの数値にて計算せられ居りしにより採録せるものなり。

#### IV 結 言

以上四船への適用例に見る如く第一法第二法共に、大體同一の結果を與える様である。A 船の例に於て C, D 及 E 状態に於ては、第一法は多少大き過ぎる値を示す様である。其他の場合は各船共略々同一の結果になっていること、並に C, D, E 状態にても艙を分割して計算すると振動数は減少すること等より判断すると、相當廣範圍に分布する重量を1箇の集中荷重と見做して計算を行う場合には第二法の方が適當であると考えられる。併し A 船の A 状態又は附録の實驗例の如く集中荷重の數少く、且それが集中して作用する場合は第一法が適當と考えられる。A 船以外の如く大體 10 箇程度以上の集中荷重に分けて計算すれば兩法とも略々同一の値となる。尙 D 船の例で見ると本法は他の諸法に比し遜色なき値を示すと共に、簡單にして設計初期に得られる資料のみによつて計算出来る點では斷然優れている。

以上適用例も僅少であり、本法の使用價値の判定は更に多くの實例との比較に俟つべきであるが、相當望みを囑し得るものと云ふことが出来る。尙船體振動數の算定に就いては、剪斷撓みの影響等諸種の影響、就中船體と共に動く水の附加重量の問題を解決せねば水上に於ける振動數を得ることは出来ないことは、既に多くの著者<sup>13)</sup>によつて明かにせられている所であるが、本論文に於てはこれ等の點には觸れていない。(以上)

#### V 文 獻

- 1) O. Schlick ; Further Investigations of the Vibrations of Steamers. T. I. N. A. 35 (1894) p. 350~
- 2) 實驗公式によるもの  
O. Schlick ; 前掲  
L. Gümbel ; Ebene Transversalschwingungen freier stabförmiger Körper mit variablen Querschnitt und beliebiger symmetrischer Massenverteilung unter der Einwirkung periodischer Kräfte mit speciellen Berücksichtigung des Schwingungsproblem des Schiffbaues. Jahrb. d. Schiffb. techn. Ges., 2 (1901) s. 211~  
L. C. Burrill ; Simple Methods of Estimating Critical Frequencies. Trans. N. E. C. Inst. Eng. & Shipb., 51 (1934-5) p. 259~  
F. H. Todd ; Vibration in Ships. Engg. Sept. 1938, p. 345~, 375~  
振動方程式を圖式に解くもの  
L. Gümbel ; 前掲  
横田成年 ; On Vibration of Steamers. 東京帝大工科大學紀要 5 (1910明 43) p. 1~  
Uniform bar の解を基として圖式に解くもの  
T. C. Tobin ; A Method of Determining the Natural Periods of Vibration of Ships. T. I. N. A., 64 (1922) p. 153~  
F. M. Lewis ; Vibration and Engine Balance in Diesel Ships. Trans. Soc. N. A. & M. E., 35 (1927) p. 259~  
J. L. Taylor ; Ship Vibration Periods. Trans. N. E. C. Inst. Eng. & Shipb., 44 (1927~8) p. 143~  
I. w 曲線を假定して數値計算を行うもの  
N. W. Akimoff ; On Vibrations of Beams of Variable Cross-Section. Trans. Soc. N. A. & M. E., 26 (1918) p. 111~

- G. E. Pavlenko ; A Method of Calculating Ship Vibrations. Engg., 121 (1926) p. 748~  
 静荷重による撓み曲線を基とし、圖式に解くもの
- W. Gatewood ; Period of Vibration of Steam Vessels. Trans. Soc. N. A. & M. E., 23 (1915) p. 117~  
 Dynamical model の實驗によるもの
- A. Mallock ; On the Vibrations of Ships and Engines. T. I. N. A., 36 (1895) p. 296~
- J. B. Henderson ; The Vibrations of Ships and the Use of a Dynamical Model for Determining the Elasticity of Ships. T. I. N. A., 51 (1909) p. 29~
- 3) C. E. Inglis ; Natural Frequencies and Modes of Vibration in Beams of Non-Uniform Mass and Section. T. I. N. A., 71 (1929) p. 145~
- 4) S. Dunkerley ; On the Whirling and Vibration of Shafts. Phil. Trans. Roy. Soc. London, A. 185 (1894) Part I. p. 279~
- 5) T. C. Tobin ; 前掲 2)
- 6) E. Schadlofsky ; Ueber Rechnung und Messung der elastischen Eigenschwingungen von Schiffskörpern. Jahrb. Schiffb. techn. Ges., 33 (1932) s. 282~325
- 7) G. E. Pavlenko ; 前掲 2)
- 8) F. Bailey ; T. I. N. A., 64 (1922) p. 162
- 9) W. Ritz ; 例えば Trans. Soc. N. A. & M. E., 26 (1918) p. 131 等
- 10) F. M. Lewis ; 前掲 2)
- 11) W. Hort ; Die Differentialgleichungen des Ingenieurs. (Berlin, 1925) s. 372
- 12) W. Dahlmann ; Festigkeit der Schiffe. (Berlin, 1925) s. 88
- 13) 剪断撓みの影響に就いては  
 H. W. Nichols ; Vibration of Ships. T. I. N. A., 66 (1924) p. 141~  
 F. M. Lewis ; 前掲 2)  
 J. L. Taylor ; 前掲 2)  
 A. P. Cole ; The Natural Periods of Vibration of ships. Inst. Eng. & Shipb. Scotlandp. 72 (1928-9) p. 43~  
 J. L. Taylor ; Vibration of Ships T. I. N. A., 72 (1930) p. 162~  
 F. H. Todd ; Ship Vibration-A Comparison of Measured with Calculated Frequencies. Trans. N. E. Coast Inst. Eng. & Shipb., 49 (1932-3) p. 259~  
 E. Schadlofsky ; 前掲 6)  
 L. C. Burrill ; 前掲 2)  
 船體と共に動く水の附加重量の影響に就いては  
 寺田寅彦 ; On the Vibration of a Bar floating on a Liquid Surface. 數物學會記事 1906, p. 103~  
 横田成年 ; 前掲 2)  
 H. W. Nicholls ; 前掲  
 A. P. Cole ; 前掲  
 F. M. Lewis ; The Inertia of the Water surrounding a Vibrating Ship. Trans. Soc. N. A. & M. E., 37 (1929) p. 1~  
 J. L. Taylor ; Some Hydrodynamical Inertia Coefficients. Phil. Mag. 9 (1930) p. 161~  
 J. L. Taylor ; 前掲  
 E. Schadlofsky ; 前掲6)  
 L. C. Burrill ; 前掲2)

## VI 附録第一 集中荷重 1 箇を有する断面一樣なる兩端自由梁の振動數に就いて

一樣な断面を有する兩端自由梁に 1 箇の集中荷重が加わつた場合の固有振動數を計算する爲、附録第 1 圖に示す様な梁を想定する。 $l$  を兩端自由梁 AB の長さとし、AB の中點 C より距離  $zl$  の點 D に集中荷重 (質量 M) があるものとする。

AD 間及び DB 間の變位を夫々  $y_1$  及び  $y_2$  とし、減衰力及回轉慣性等を無視すれば、振動方程式は夫々次の如くなる。

AD 間に對しては

$$EI \frac{\partial^4 y_1}{\partial x_1^4} + \rho a \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

DB 間に對しては、

$$EI \frac{\partial^4 y_2}{\partial x_2^4} + \rho a \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

此處に  $E$  = 梁の材質のヤング係數  
 $I$  = 梁の斷面二次モーメント  
 $a$  = 梁の斷面積  
 $\rho$  = 梁の材質の比重

撓みを次の如く假定する。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= u_1(x) \sin pt \\ y_2 &= u_2(x) \sin pt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(3) を (1) 及び (2) に代入して  $u(x)$  に就いて解けば

$$\left. \begin{aligned} u_1(x) &= A_1 \cos mx_1 + B_1 \sin mx_1 + C_1 \cosh mx_1 + D_1 \sinh mx_1 \\ u_2(x) &= A_2 \cos mx_2 + B_2 \sin mx_2 + C_2 \cosh mx_2 + D_2 \sinh mx_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

但し

$$m^4 = \frac{\rho a}{EI} p^2 \dots\dots\dots (5)$$

所要の境界條件は

$$\left. \begin{aligned} x_1=0 \text{ に於て, } & \frac{\partial^2 y_1}{\partial x_1^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 y_1}{\partial x_1^3} = 0 \\ x_1=kl, \quad x_2=0 \text{ に於て, } & \\ y_1=y_2, \quad & \frac{\partial y_1}{\partial x_1} = \frac{\partial y_2}{\partial x_2} \\ \left( -EI \frac{\partial^2 y_1}{\partial x_1^2} \right)_{x_1=kl} &= \left( -EI \frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2} \right)_{x_2=0} \\ \left( -EI \frac{\partial^3 y_1}{\partial x_1^3} \right)_{x_1=kl} + M \left( \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} \right)_{x_1=kl} &= \left( -EI \frac{\partial^3 y_2}{\partial x_2^3} \right)_{x_2=0} \\ x_2=k/l \text{ に於て, } & \frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 y_2}{\partial x_2^3} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(6) の 8 箇の條件式より  $A_1, B_1 \dots D_2$  の 8 箇の係数を消去して  $m$  に就いての條件式即ち振動數方程式を求めると、

$$\begin{aligned} & 1 - \cos ml \cdot \cosh ml \\ &= \frac{1}{4} rml [\sinh ml (\cos ml + \cos 2zml) - \sin ml (\cosh ml + \cosh 2zml) \\ &+ 4 \sinh \frac{ml}{2} \cdot \cos \frac{ml}{2} (\cosh zml \cdot \cos zml - \sinh zml \cdot \sin zml) \\ &- 4 \cosh \frac{ml}{2} \cdot \sin \frac{ml}{2} (\cosh zml \cdot \cos zml + \sinh zml \cdot \sin zml)] \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

但し  $r/M(\rho a l)$  (集中荷重と梁の重量比)

(7) 式に於て  $r=0$  と置くと

$$1 - \cos ml \cdot \cosh ml = 0$$

となり、斷面一樣な兩端自由梁の振動數方程式と一致する。(7) 式を満足する  $ml$  の値を求めれば、(5) より毎秒の振動數は

$$\frac{p}{2\pi} = \frac{(ml)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho a}} \dots\dots\dots (8)$$

にて求められる。

(7) 式の根として、 $ml$  を求めるに圖式近似法を用いた。集中荷重の位置 ( $z$ ) 及び重量比 ( $r$ ) に對して  $(ml)^2$  の値を計算した結果を第 1 圖及び第 2 圖及び A 表に示す。

圖並びに表で見られる通り、集中荷重の爲に一般に振動數は減少し、集中荷重の大きさが大になると減少量も大となる。又集中荷重の作用位置に就いては、集中荷重の無い場合の節の附近に在る時は減少量は少く、腹の附

近に在る場合は減少量は大きくなる。

本附録の数値計算は工學士小山永敏氏（現三菱長崎造船所技師）を煩わしたものであることを附記し、著者の感謝の意を表する次第である。

## VII 附録第二 集中荷重を有する一様な梁の實驗

一様な断面を有する両端自由梁に集中荷重 1 箇存在する場合の振動数は、附録第一に記載せる如く計算により求めることが出来る。集中荷重が 2 箇以上存在する場合には Dunkerley の考え方並びにエネルギー法を應用して求め得ることは、本論に於て論じた通りである。斯かる計算の信頼性に就いては Dunkerley の論文にも振り振動につき實驗せられている通りであるが、撓み振動に就き實驗を行つたのでその結果を次に記述せんとす。

### 試験梁及實驗方法

長さ 800 mm 幅 80 mm 厚さ約 2 mm の矩形の薄鋼板を試験梁とし、之に重量を載貨して實驗を行つた（附録第 2 圖）。重量物を載貨しない場合は、両端自由梁の節の位置をナイフ・エッジにて支えて振動せしめ、その振動数を測る。載貨した場合は支えの位置を移動せしめて、振動数を測り、その極値を圖によつて求め（附録振 3 及び第 4 圖）、その値を所要の振動数として採用した。

實驗方法は梁の一端に於ける動きを煤紙の上に直接記録しめ、又週期 1/100 秒の音叉を同時に記録せしめて第動の週期を求めた。

### 試験梁寸法

長さ	800 mm
幅	80.0 mm
厚	1.862 mm
固有週期（計算値） $T_0$	$= 0.0645 \text{ sec}$ ( $E = 2.1 \times 10^9 \text{ kg/cm}^2$ とす)

### 實驗結果

實驗は次の種類に就き行ふ。

1. 中央に集中荷重 1 箇を有する場合
2. 集中荷重 2 箇を有する場合
3. 集中荷重 3 箇を有する場合

第 1 の場合に於ては集中荷重の大きさを梁の重量  $W$  の 1/10, 2/10, 及び 3/10 として實驗を行い、

第 2 の場合に於ては、 $0.2W$  の重錘を梁の中央より 80 mm の位置に對稱に載貨した（附録第 2 圖參照）。

第 3 の場合は中央に  $0.2W$ 、中央より各々 80 mm 及び 160 mm の位置に  $0.1W$  の載貨をした場合を實驗した（附録第 2 圖參照）。

尙載貨に用いた重錘は長さ約 80 mm 幅約 20 mm の鉛板を用いた。

#### I. 中央に集中荷重 1 箇を有する場合

0.1 $W$		0.2 $W$		0.3 $W$	
スパン	$T$	スパン	$T$	スパン	$T$
mm	sec	mm	sec	mm	sec
500	0.0753	480	0.0789	460	0.0814
440	0.0696	440	0.0744	420	0.0771
400	0.0690	400	0.0725	400	0.0755
350	0.0718	360	0.0733	380	0.0754
300	0.0771	320	0.0762	340	0.0765
		300	0.0782		
極値 410	0.0688	397	0.0724	373	0.0756

載貨重量	週期測定値	比 $T/T_0$	
		測定値	計算値
0	0.0646 <sup>sec</sup>	1.000	1.000
0.1 W	0.0688	1.064	1.065
0.2 W	0.0724	1.120	1.118
0.3 W	0.0756	1.170	1.160

以上の結果に示す如く集中荷重1箇の場合は、計算値と実験値は良く一致している。

II. 集中荷重2箇を有する場合

測定値

スパン	週期	スパン	週期
440 <sup>mm</sup>	0.07788 <sup>sec</sup>	280 <sup>mm</sup>	0.07981 <sup>sec</sup>
400	0.07454	極値 374	0.0739 (T)
360	0.07402	$T/T_0 = 1.143$	
320	0.07625		

計算値

位置	W.gr.	r	z	(ml) <sup>2</sup>	(u/u <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>	4r(u/u <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>
右 80mm	181.9	0.200	0.1	20.566	0.268	0.214
左 80mm	181.8	0.200	0.1	20.566	0.268	0.214
						$\Sigma 0.428$

第一法

$$T/T_0 = \left[ \sum \frac{(ml)_0^4}{(ml)_i^4} - (k-1) \right]^{1/2}$$

$$= \left[ \left( \frac{22.373}{20.566} \right)^2 \times 2 - 1 \right]^{1/2} = 1.170$$

第二法

$$T/T_0 = \sqrt{1 + 0.428} = 1.195$$

III. 集中荷重3箇を有する場合

a) 両側重量中央より 80 mm の場合

測定値

スパン	週期	スパン	週期
420 <sup>mm</sup>	0.07800 <sup>sec</sup>	300 <sup>mm</sup>	0.08144 <sup>sec</sup>
380	0.07558	極値 373	0.0755
340	0.07623	$T/T_0 = 1.168$	

計算値

位置	Wgr	r	z	(ml) <sup>2</sup>	(u/u <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>	4r(u/u <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>
右 80 <sup>mm</sup>	91.0	0.10	0.1	21.326	0.268	0.107
中央	181.7	0.20	0.	20.017	0.370	0.296
左 80	91.0	0.10	0.1	21.326	0.268	0.107
						$\Sigma 0.510$

第一法

$$T/T_0 = \left[ 2 \times \left( \frac{22.373}{21.326} \right)^2 + \left( \frac{22.373}{20.017} \right)^2 - 2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1.203$$

第二法

$$T/T_0 = \sqrt{1 + 0.510} = 1.229$$

b) 兩側重量中央より 160 mm の場合

測定値

スパン	週期	スパン	週期
440 <sup>mm</sup>	0.07592 <sup>sec</sup>	320 <sup>mm</sup>	0.07570 <sup>sec</sup>
400	0.07305	極値 382	0.0729
360	0.07330	$T/T_0 = 1.127$	

計算値

位置	Wgr	r	z	(ml) <sup>2</sup>	(u/u <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>	4r(u/u <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>
右 160 <sup>mm</sup>	91.0	0.10	0.2	22.090	0.075	0.030
中央	181.7	0.20	0.	20.017	0.370	0.296
左 160	91.0	0.10	0.2	22.090	0.075	0.030
						$\Sigma 0.356$

第一法

$$T/T_0 = \left[ \left( \frac{22.373}{22.090} \right)^2 \times 2 + \left( \frac{22.373}{20.017} \right)^2 - 2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1.140$$

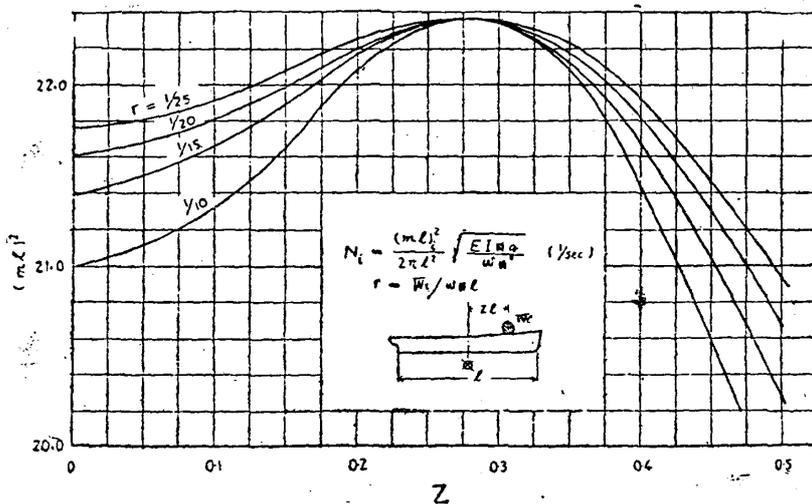
第二法

$$T/T_0 = \sqrt{1 + 0.356} = 1.163$$

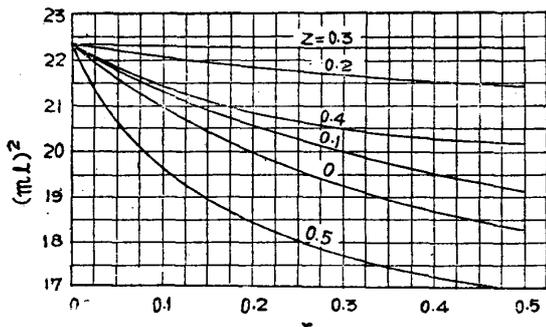
以上集中荷重 2 箇以上存在する場合を要約すると次表の如く実験値に比し、第一法は 1~3%、第二法は 3~5% 高い値を示した。

集中荷重数	週期測定値	T/T <sub>0</sub>		
		測定値	第一法	第二法
2	0.0739 <sup>sec</sup>	1.143	1.170	1.195
3 (a)	0.0755	1.168	1.203	1.229
3 (b)	0.0729	1.127	1.140	1.163

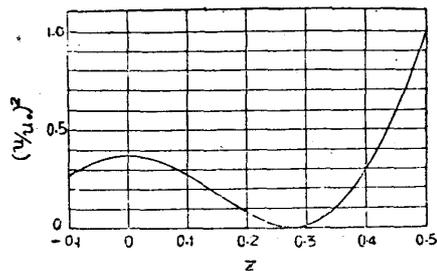
結局集中荷重の 2 箇以上存在する場合の振動数は本法によつて數%以下の誤差で求め得る事が實證せられた。



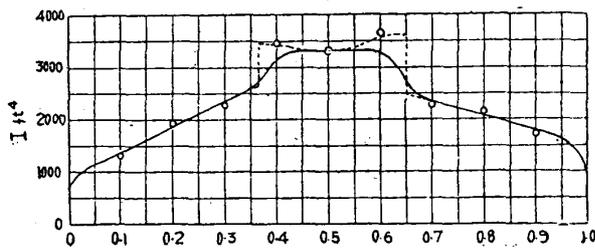
第 1 圖 集中荷重の位置に對する (ml)<sup>2</sup> の値



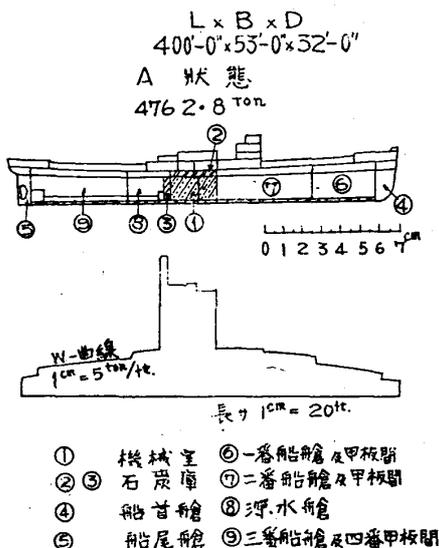
第2圖 集中荷重の大きさに對する  $(ml)^2$  の値



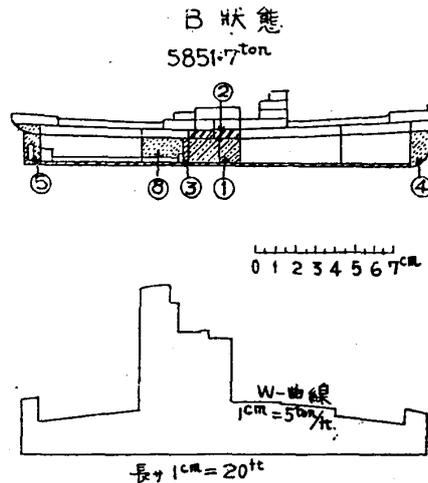
第3圖  $(v/u_0)^2$  の値



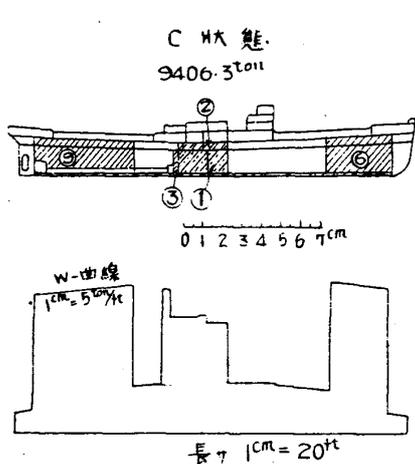
第4圖 A 船斷面二次モーメント曲線



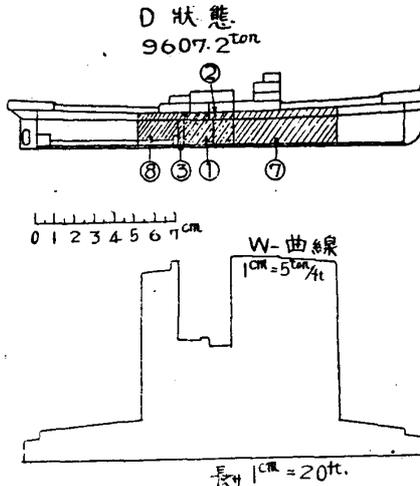
第5圖の1 A 船 載貨状態圖



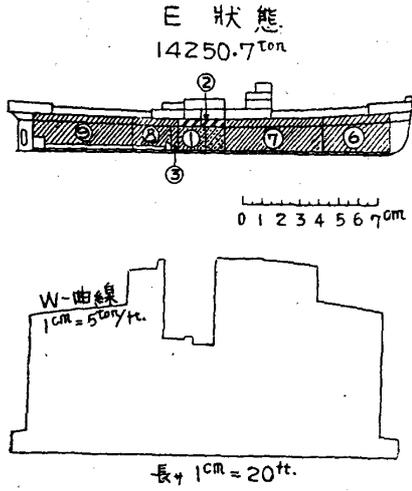
第5圖の2 B 状態



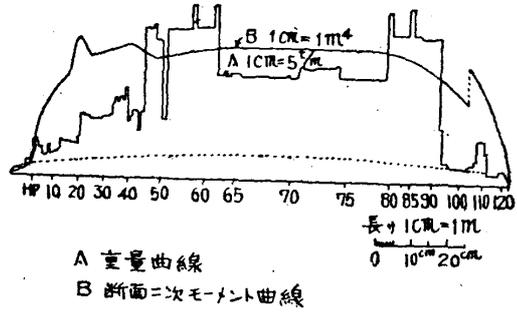
第5圖の3 C 状態



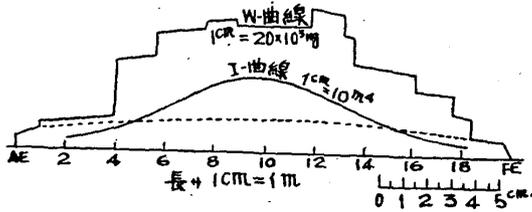
第5圖の4 D 状態



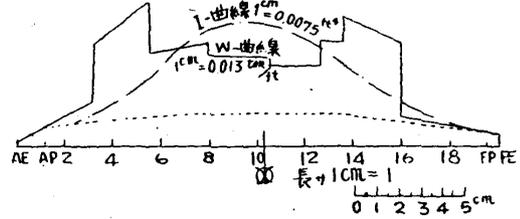
第5圖の5 E 状態



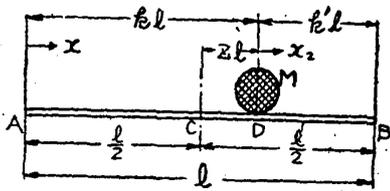
第6圖 B 船重量及断面二次モーメント曲線



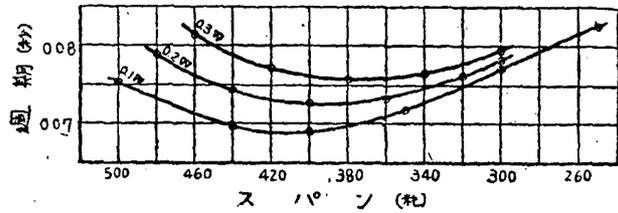
第7圖 C 船重量及断面二次モーメント曲線



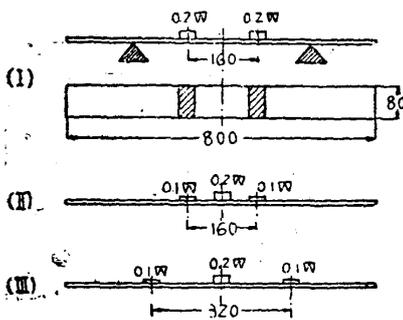
第8圖 D 船重量及断面二次モーメント曲線



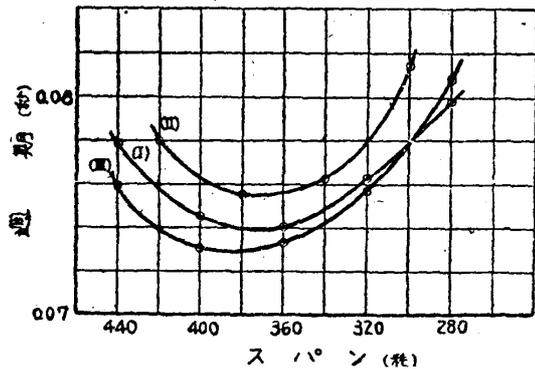
附録 第1圖



附録 第3圖



附録 第2圖



附録 第4圖

第 1 表

項 目	$W_i$ ton	$r_i$	$z$	$(ml)_i^2$	$(u_i/u_0)^2$	$4r_i(u_i/u_0)^2$
機 關 及 燃 料	826.2	0.186	0.03 <sub>5</sub>	20.15	0.358	0.266
船 首 水 艙	114.3	0.025	0.46	21.6	0.665	0.068
船 尾 水 艙	126.0	0.028	0.47 <sub>5</sub>	21.4 <sub>5</sub>	0.780	0.086
深 水 艙	848.5	0.191	0.17	21.4 <sub>5</sub>	0.135	0.103
一 番 艙 及 甲 板 間	1955.5	0.440	0.36	21.2	0.130	0.229
二 番 艙 及 甲 板 間	3764.0	0.845	0.14 <sub>5</sub>	19.6	0.182	0.615
深 水 艙 に 貨 物 積 載	1080.4	0.242	0.15 <sub>5</sub>	21.0 <sub>5</sub>	0.160	0.155
三 番 艙 及 四 番 甲 板 間	2687.9	0.602	0.32	21.9	0.033	0.080

第 2 表

載貨状態	第一法	第二法	Tobin法
A	166 <sup>1</sup> /min	170 <sup>1</sup> /min	165.7 <sup>1</sup> /min
B	151	148	146.0
C	155(145)	146(135)	127.5
C	143(136)	128(129)	125.6
E	136(125)	119(114)	106.2

第 3 表

荷 重 位 置	$W_i t$	$r_i$	$z$	$(ml)_i^2$	$(u_i/u_0)^2$	$4r_i(u_i/u_0)^2$
F. 0—21	283	0.056	0.41	21.65	0.345	0.077
F. 21—40	895	0.179	0.31	22.22	0.020	0.014
F. 40—46	257	0.051	0.25 <sub>5</sub>	22.34	0.010	0.002
F. 46—51	910	0.182	0.22	22.05	0.043	0.031
F. 51—63	2560	0.513	0.13 <sub>5</sub>	19.75	0.205	0.421
F. 63—71	2520	0.503	0.01	18.25	0.370	0.745
F. 71—74	1330	0.266	0.12	20.45	0.232	0.247
F. 74—79	1500	0.300	0.21	21.70	0.060	0.072
F. 79—91	2640	0.529	0.30	22.25	0.010	0.021
F. 99—101	102	0.020	0.44	21.82	0.520	0.041

第 4 表

重 量 位 置	$W_{tm}$	$r$	$z$	$(ml)^2$	$(u/u_0)^2$	$4r(u/u_0)^2$
0—1	66	0.012	20.4 <sub>5</sub>	22.16	0.430	0.021
1—2	130	0.024	0.35	22.26	0.100	0.010
2—3	800	0.149	0.26	22.30	0.004	0.002
3—4	1440	0.268	0.16	21.05	0.155	0.166
4—4.5	1030	0.192	0.09	20.55	0.285	0.219
4.5—6	2300	0.427	0.01	18.57	0.368	0.629
6—7	1480	0.275	0.12 <sub>5</sub>	20.45	0.223	0.245
7—8	1170	0.218	0.25	22.20	0.008	0.014
8—9	500	0.093	0.34 <sub>5</sub>	22.05	0.085	0.031
9—10	110	0.021	0.40	22.10	0.290	0.024

第 5 表

重量位置	$W_{tn}$	$r$	$z$	$(ml)^2$	$(u/u_0)^2$	$4r(u/u_0)^2$
AP—3	0.015	0.037	0.375	22.13	0.185	0.027
3—5.5	0.147	0.358	0.275	22.20	0.002	0.003
5.5—8	0.099	0.242	0.160	21.10	0.115	0.150
8—10.5	0.088	0.214	0.040	20.00	0.350	0.300
10.5—12.5	0.064	0.156	0.080	20.73	0.305	0.190
12.5—13.5	0.042	0.102	0.155	21.60	0.165	0.067
13.5—16	0.085	0.208	0.235	22.10	0.025	0.021

附録 A表

 $(ml)^2$  の 値

$r \backslash z$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	22.373	22.373	22.373	22.373	22.373	22.373
0.05	21.61	21.81	22.222	22.345	21.818	20.666
0.1	20.995	21.325	22.090	22.343	21.428	19.634
0.2	20.02	20.566	21.856	22.326	20.867	18.447
0.3	19.28	20.017	21.669	22.307	20.521	17.741
0.4	18.705	19.528	21.530	22.288	20.304	17.289
0.5	18.275	19.141	21.391	22.269	20.160	16.941

## 討 論

- 寺澤一雄君 私今やつて見たのですが、非常に長いものを一つの所に集中する代りに、思い切つて全體を真中にもつて來たら何うかと思ひます。案外よくあうんです。全體の Load を  $n$  を今の方法で補正すると、 $A$  の場合は當然あい  $B$  は 153,  $E$  は 98 になりました。これは偶然なのかも知れませんが、これを他のものについて試みて下さつたらどんなものでしょう。
- 吉識雅夫君  $A$  船の状態でももう一つ宛きつて集中荷重の数を多くしてやると、第一の方法でももう少し Tobin 法の値に近くなつて出ます。 $D$  では 136 と云う風に Tobin に近くなります。かう云えるか何うか分かりませんが第一の方法は多少鋭敏な感じがします。今のお話の様に全體を一つの集中荷重に置きかえると云うことは考えませんでした。
- 寺澤一雄君 粗つぱくすると云うのは、船の様なものを一本の棒でやつても案外違はないという考をどこまでもやると云う事です。
- 吉識雅夫君 御承知の通り Tobin は  $I$  も  $w$  も平均値を取り、それに補正しています。それがお話の方法とどう云う関係にあるか分かりませんが可成り良く一致することは面白いと思ひます。私の考えたのは出来るだけ設計の初期に得られると云うことが主眼目で多少亂暴でも止むを得ないと思つてやつたのですが、お説の方法は研究を要するものと思ひます。

- 渡邊恵弘君 船體の弾性係数  $E$  の値はどうやって出されましたか。
- 吉識雅夫君 計算したのは材料の  $E$  の値をとりました。
- 渡邊恵弘君  $I$  は
- 吉識雅夫君  $I$  も見掛の値をその儘取りました。
- 渡邊恵弘君 水に浮んでいる時の水の inertia の問題とかの補正の問題には今度は全然觸れて居ないのですか。
- 吉識雅夫君 これは申し遅れましたが、結言で多少觸れて置きましたが、水の inertia とか、shear deflection 等の如き補正の問題が澤山有りますが、現在の處觸れていません。 $D$  船の値の違いはそれによるのではないかと思います。shear deflection. 水の effect 等を入れて計算する方法は發表されていますが、これらは後で入れるとして先ず其の基礎となるものを求める目的のものです。
- 渡邊恵弘君 荷物を積んだ時は振動に對する質量増加の問題は單に荷重の  $w$  によるもののみならず、吃水の増加の爲めの virtual mass の増加が船の長さの方向に分布されますから、荷重のみによる集中的の質量の變化丈けを考えたのではいけないと思います。
- (追記—著者の方法に依つて、載貨の爲めの振動数の變化を求むる場合は、virtual mass の變化の影響が入つて来て、却々難かしくなるとは思いますが、一般に實船の  $EI$  及質量 (virtual mass を含んだ) の分布は非常に不規則で、その中  $EI$  の不規則性の影響は小さく Todd や Burrill も云つて居る様に大體船の中央  $3/5L$  の間の値で済む故、船體中央部の  $EI$  値を取つても大した誤りはなく、結局質量の分布状態の影響が重要となります。故に之を平均一様分布と、更に不規則な(+)及(-)の分布との和と考え、此不規則分布を幾つかの interval に別つて、之に著者の方法を適用すれば、振動数は今迄のやり方よりも簡単に求まり、此様なやり方が此論文の目的と解すれば非常に興味深く、有益なものと思います。一言付け加えます)
- 吉識雅夫君 Taylor の言つていますのは、大體 virtual mass が吃水に逆比例する様に表わして居り、 $B/2d$  で加わる形で表わしていたかと思いますが、今のお話の様に吃水が變ると virtual mass も變り且その分布状態も變化し夫が振動数に關係することは當然と思います。
- 井上隆介君 一つ教えて頂きたいのですが、實船の自己振動数はどうやって測るのででしょうか。
- 吉識雅夫君  $C$  船の測つたのは文獻から取つて來たので、どうやって測つたか詳しい事は分りません。
- 井上隆介君 Tobin の方法に比べて居られますが、これが一番實際の値に近いからですか。
- 吉識雅夫君 Tobin の方法が一番良いと云う意味ではありません。諸種の補正をしない方法では結局求めた値がいつも實際の値と違つて何十パーセントか大きく出てきます。實測した値との差は virtual mass とか、shear deflection の問題になると思います。先程渡邊博士のお話もありました通り virtual mass 並にその分布等が問題になりますが、夫等の補正の値を知るためには、其の補正をしない前の振動方程式を解いた基礎となる數字を出し、夫と實測値と比べて始めて夫等の補正が論じられることとなります。所が振動方程式を解く事は可成り面倒な仕事で造船所で常にやつて頂けるとは限りません。夫で簡単で且設計初期に得られる様な僅かな資料で計算が出来て、夫が例えば Tobin 法で得られる値に近い値が求められることになれば、造船所等でいつもこの計算を實行し實測した値と比較することが出来る。そうすれば virtual mass とか、shear deflection の effect その他が、どの船ではどの位、どういう状態では幾らと云う結果が得られ、之等の問題の進展を與える基となるものと考えて居る次第で、今直ちに實測値と比較する事は考えて居りません。