滑走艇の浸水面形状と船底圧力分布の数値解析

正員 勝 井 辰 博*

Numerical Investigation of Wetted Surface Area and Pressure Distribution Acting on a Planing Ship

by Tokihiro Katsui, *Member*

Summary

This paper presents a numerical simulation method to predict the wetted surface area and hydrodynamic forces acting on a planing ship running in a fixed condition. The flow field around a planing ship under the potential flow assumption is determined by solving two integral equations with unknown boundary. The one is well-known lifting surface integral equation and the other one is an integral equation which imposes water surface condition along the wetted surface boundary so called spray root line. The second integral equation is shown by Matsumura et al. and they solved equations under the high aspect ratio approximation. In this study, the integral equations without approximations based on high or low aspect ratio assumptions are solved numerically and it is applied for practical planing ship flow calculation in fixed condition. The obtained wetted surface area and pressure distribution on hull surface are agreed well with experimental results.

1. 緒　言

滑走艇は揚力によって船体が支持され，航走速度に応じて揚力と揚力中心がそれぞれ船体重量と重心に一致するようにトリムとライズが変化する．したがって，滑走艇に働く揚力および抵抗特性は，船型，船体重量分布そして航走速度に大きく依存するという排水量型の船舶にはない特徴を持っている．このような滑走艇の抵抗特性を把握するためには，航走時の滑走艇がどのような浸水面を持ち，そこからどのような力を受けるのかを明らかにする必要がある．

本研究は滑走艇の抵抗特性を評価するための手法を構築することを目標とし，その第一段階として姿勢が固定された状態の滑走艇の航走時の浸水面形状と船底圧力分布を求めるための数値解析手法を示すものである．

滑走艇周りの流場解析手法は,大きく3つに分類できる．計算格子を用いるNS/RaNS解析手法，計算格子を用いない粒子法，およびポテンシャル理論による解法である．計算格子を用いるNS/RaNS解析手法は汎用性が高く，有効な手法である．折原ら[1]はフルード数が0.5から1.0程度で航走する半滑走艇まわりの流場解析を行っている．艇の姿勢変化も考慮されており，薄いスプレーのような形状をした自由表面の変形が計算によって再現されているなど，実験結果をよく説明する良好な結果を示している．しかしながらフルード数が 1.0 を遥かに超えるような条件での計算は自由表面の変形がさらに大規模になり，適切な計算格子の生成を含め，計算が困難になることが予想される．これに対して，MPS法のような粒子法は計算格子の生成の必要がなく，大規模な自由表面の変形を伴う流れの解析に有効である．MPS法の滑走艇周りの流場解析への適用は井尻ら[2]によって行われており，フルード数と滑走艇の航走姿勢の関係が示されている．粒子法は，自由表面の大規模変形には有効であるが，実用上十分な精度での計算を実行しようとすれば，多くの粒子を配置する必要があり，相当な計算時間を要する．

滑走艇の船型設計への応用を前提とする場合，計算時間の短縮は重要な課題であり，その意味では，ポテンシャル理論に基づく解法は有効であると考えられる．滑走艇周りの流れの本質は，航走時の浸水面形状があらかじめ定められないことにあり，ポテンシャル理論に基づく定式化においても，未定境界問題を前提とすることが欠かせない．

滑走艇周りのポテンシャル流れをあらかじめ浸水面形状が定められない問題として扱ったのは Wagner[3]が最初である．Wagnerはデッドライズアングルのついた3次元滑走艇周りの流れを2次元楔型の水面衝撃問題のアナロジーとして捉え，浸水面の前縁境界であるスプレールートラインが

*大阪府立大学大学院工学研究科
原稿受理　平成18年9月29日

静止時水線より $2^{1/2}$ 倍広い直線となる相似解を示した．これに対し松村ら[4]は静止水面として円筒状の曲率を持った波面を仮定することでスプレールートラインが放物線となる実験結果をよく説明する相似解を示している．ただし，円筒状波面の設定には実験結果を援用する必要があり，理論的にこれを定めるためには細長体理論からの脱却が必要であることを示唆した．

一方，滑走艇周りの流れを求めるための積分方程式は丸尾[5]よって定式化が行われた．この積分方程式は滑走艇底面圧力を未知とする線形積分方程式であるが，浸水面を求めることはできず，浸水面は既知として取り扱われている．別所[6]は，滑走艇が航走することによって生じる波面の盛り上がりが滑走艇底面高さと一致するという条件に基づいた積分方程式を示し，積分方程式論に基づいて滑走艇の浸水面を求める手法の礎を築いた．松村ら[7]は3次元滑走艇の浸水面形状を求めるための2つの未定境界の連立積分方程式を示し，高アスペクト比近似に基づいて浸水面を決定する手法を示している．さらに勝井ら[8,9]は松村らの示した積分方程式の解を求めるための変分原理を示した．

以上のようにポテンシャル理論に基づいた，滑走艇の未定浸水面問題の定式化はすでに行われているものの，方程式系に近似を施すことなく，実用船型に対して航走時浸水面形状と船底圧力分布を求める数値解析手法はこれまで示されていない．本研究では，松村らが示した2つの未定境界の連立積分方程式を近似なしに解く数値解法を示す．数種類の柱状滑走艇船型に対してこの手法を適用し，航走時浸水面形状と船底圧力分布を求めた．既存の実験結果と比較を行い，実験結果によく一致する結果を得たのでここに報告する．

2. 積分方程式とその解法

Fig.1に示すような姿勢を固定された滑走艇まわりの流場を考える．流場は非粘性渦なしとし，重力の影響を無視する．松村ら[7,8]は船底圧力 p を未知とする2つの未定境界の積分方程式(1), (2)式を解くことでこの滑走艇まわりの流場を定めることができることを示した．

b は船体の半幅，H は船体底面の z 座標を表わし，姿勢固定の滑走艇の場合既知である．また，S_r は浸水面の前縁境界であるスプレールートラインの位置を表わしており，ここでは解くべき未知の値である．積分方程式(1)式は，いわゆる揚力面の積分方程式であり，浸水面さえ確定できればクッタの条件を満足する船底圧力分布を一意に定めることができる．この積分方程式を滑走艇船底傾斜に関する積分方程式と呼ぶ．一方，積分方程式(2)式は，スプレールートライン上での波面の盛り上がりが，滑走艇底面高さに一致することを課すものになっている．この積分方程式を滑走艇船底高さに関する積分方程式と呼ぶ．この2つの積分方程式を満足すれば，波面の盛り上がりは滑走艇の浸水面全体にわたって滑走艇底面に沿うことになり，そのときの船底圧力ならびにスプレールートの位置が真の値になっている．

$$\frac{\partial H}{\partial x}(x,y)=\frac{1}{4\pi}\int_{-b}^{b}\frac{2p(\xi,\eta)}{(y-\eta)^2}d\eta \times\int_{s_r(\eta)}^{0}\left\{1+\frac{x-\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}}\right\}d\xi \tag{1}$$

$$H(s_r(y),y)=\frac{1}{4\pi}\int_{-b}^{b}\frac{2p(\xi,\eta)}{(y-\eta)^2}d\eta \times\int_{s_r(\eta)}^{0}\left\{s_r(y)-\xi+\sqrt{(s_r(y)-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right\}d\xi \tag{2}$$

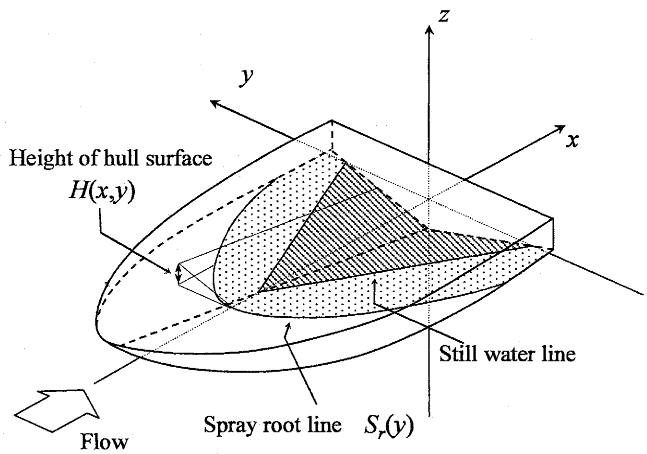

Fig.1 Coordinate system and definition of basic quantities.

3. 数値解法

3.1 滑走艇船底傾斜に関する積分方程式の解法

滑走艇船底傾斜に関する積分方程式，(1)式の数値解法を示す．(1)式は浸水面さえ与えられれば，クッタの条件を満足する船底圧力分布は一意に定められる．そこでまず暫定的に浸水面形状を与え，その ξ-η $(x$-$y)$ 平面への投影面をFig.2に示すように ξ 方向に n_ξ 個，η 方向に n_η 個の矩形のパネルに分割する．ξ 方向に i 番目，η 方向に j 番目のパネル前縁と後縁での未知の船底圧力を $p_{i,j}, p_{i+1,j}$ とし，パネル内部での圧力は η 方向には一定，ξ 方向には直線で補間する(Fig.2)．このときパネル内部での圧力分布は，(3)式のように表すことができ，(1)式右辺のパネル内での積分は，(4)式のように表すことができる．

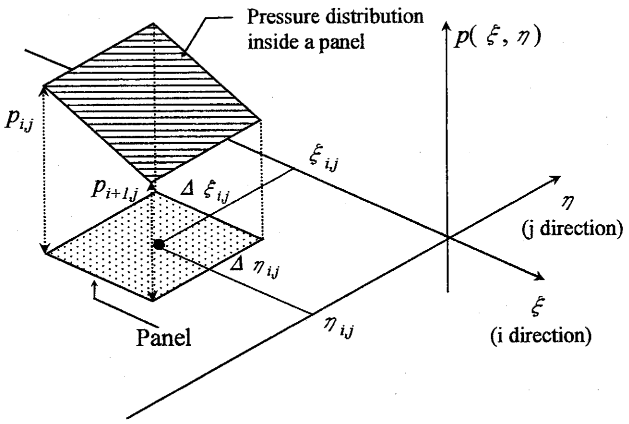

Fig.2 Panel arrangement and the pressure interpolation inside a panel.

$$p(\xi,\eta)=\frac{p_{i,j}-p_{i+1,j}}{\Delta\xi_{i,j}}(x-\xi)+\left(-\frac{x-\xi_{i,j}}{\Delta\xi_{i,j}}+\frac{1}{2}\right)p_{i,j}+\left(\frac{x-\xi_{i,j}}{\Delta\xi_{i,j}}+\frac{1}{2}\right)p_{i+1,j} \tag{3}$$

$$I_{i,j}(x,y)=G_{I,i,j}(x,y)p_{i,j}+G_{II,i,j(x,y)}p_{i+1,j} \tag{4}$$

ただし，

$$G_{I,i,j}(x,y)=\frac{I_{I,i,j}(x,y)}{\Delta\xi_{i,j}}+I_{II,i,j}(x,y)\left(-\frac{x-\xi_{i,j}}{\Delta\xi_{i,j}}+\frac{1}{2}\right)$$
$$G_{II,i,j}(x,y)=-\frac{I_{I,i,j}(x,y)}{\Delta\xi_{i,j}}+I_{II,i,j}(x,y)\left(\frac{x-\xi_{i,j}}{\Delta\xi_{i,j}}+\frac{1}{2}\right) \tag{5}$$

$$I_{I,i,j}(x,y)\equiv-\frac{1}{2\pi}\int_{\eta_S}^{\eta_E}\int_{\xi_S}^{\xi_E}\frac{1}{(y-\eta)^2}\times\left(x-\xi+\frac{(x-\xi)^2}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}}\right)d\xi d\eta \tag{6}$$

$$I_{II,i,j}(x,y)\equiv-\frac{1}{2\pi}\int_{\eta_S}^{\eta_E}\int_{\xi_S}^{\xi_E}\frac{1}{(y-\eta)^2}\times\left(1+\frac{x-\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}}\right)d\xi d\eta \tag{7}$$

$$\xi_S=\xi_{i,j}-\Delta\xi_{i,j}/2,\ \xi_E=\xi_{i,j}+\Delta\xi_{i,j}/2$$
$$\eta_S=\eta_{i,j}-\Delta\eta_{i,j}/2,\ \eta_E=\eta_{i,j}+\Delta\eta_{i,j}/2$$

(6),(7)式の被積分関数は不定積分が存在し，定積分 I_I, I_{II} は以下のようにあらわすことができる．

$$\begin{aligned}I_{I,i,j}(x,y)=&-\frac{1}{4\pi}X_A\left(\frac{\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{Y_A}-\frac{\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}{Y_B}\right)\\&+\frac{1}{4\pi}X_B\left(\frac{\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}{Y_A}-\frac{\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}{Y_B}\right)\\&-\frac{1}{4\pi}Y_A\log\left|\frac{X_A+\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{X_B+\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}\right|\\&+\frac{1}{4\pi}Y_B\log\left|\frac{X_A+\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}{X_B+\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}\right|\\&-\frac{1}{4\pi}\left(X_A^2-X_B^2\right)\left(\frac{1}{Y_A}-\frac{1}{Y_B}\right)\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}I_{II,i,j}(x,y)=&\frac{1}{2\pi}\log\left|\left(\frac{-Y_B^2+\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}{-Y_B^2+\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}\right)\left(\frac{-Y_A+\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}{-Y_A+\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}\right)\right|\\&+\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}{Y_A}-\frac{\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}{Y_B}\right)\\&+\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}{Y_B}-\frac{\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{Y_A}+\frac{\Delta\xi_{i,j}}{Y_A}-\frac{\Delta\xi_{i,j}}{Y_B}\right)\end{aligned}$$

ただし，

$$X_A\equiv x-\left(\xi_{i,j}+\Delta\xi_{i,j}/2\right),\ \ X_B\equiv x-\left(\xi_{i,j}-\Delta\xi_{i,j}/2\right)$$
$$Y_A\equiv y-\left(\eta_{i,j}+\Delta\eta_{i,j}/2\right),\ \ X_B\equiv y-\left(\eta_{i,j}-\Delta\eta_{i,j}/2\right) \tag{9}$$

(3)式のようにパネル内圧力分布を仮定することによって，η 方向の圧力分布が階段状になり，パネル側端で不連続性を生じるものの，(1)式の積分が解析的に行えるため，数値誤差が生じない．さらに(1)式の被積分関数は η 方向に 2 位の極を持ち，定積分の評価には発散積分の有限部分をとる必要がある．しかし，上述の通りパネル内での積分が解析的に行えるため，パネル内部に被積分関数の特異性がある場合，すなわち評点がパネル内部にある場合は，特に発散積分を意識する必要がなく機械的に(4)～(9)式によって，積分値を評価すればよいというメリットがある．

しかし，浸水面の先端付近での圧力分布は，2 次元翼理論でよく知られているように，$\xi^{1/2}$ の特異性を有すると考えられるので，先端パネル(i=1 のパネル)においても主流方向の圧力分布を 1 次式で仮定するのには無理がある．そこで，先端パネルのみ(10)式に示すようにパネル前縁近傍で $\xi^{1/2}$ の特異性を持つモード関数で圧力分布を仮定する．

$$p(\xi,\eta)=p_{1,j}/\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}+a_1\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}+a_2\left(\xi-S_r(\eta_{1,j})\right)\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})} \tag{10}$$

この先端パネルの後縁で，圧力 p が後方パネルに連続かつ滑らかに接続するためには(10)式の圧力分布は，(11), (12)式を満足する必要がある．

$$p\left(\xi_{1,j}+\Delta\xi_{1,j}/2,\eta\right)=p_{2,j} \tag{11}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \xi}\left(\xi_{1,j}+\Delta\xi_{1,j}/2,\eta\right)=\frac{p_{3,j}-p_{2,j}}{\Delta\xi_{2,j}} \tag{12}$$

このとき，(10)式中の係数 a_1, a_2 は

$$\begin{aligned}
&a_1=a_{11}p_{1,j}+a_{12}p_{2,j}+a_{13}p_{3,j}\\
&a_2=a_{21}p_{1,j}+a_{22}p_{2,j}+a_{23}p_{3,j}\\
&\quad a_{11}=-\frac{2}{\Delta\xi_{1,j}},\ a_{12}=\frac{2\Delta\xi_{1,j}+3\Delta\xi_{2,j}}{2\Delta\xi_{2,j}\sqrt{\Delta\xi_{1,j}}},\ a_{13}=-\frac{\sqrt{\Delta\xi_{1,j}}}{\Delta\xi_{2,j}}\\
&\quad a_{21}=\frac{1}{\Delta\xi_{1,j}^2},\ a_{22}=-\frac{2\Delta\xi_{1,j}+\Delta\xi_{2,j}}{2\Delta\xi_{1,j}\Delta\xi_{2,j}\sqrt{\Delta\xi_{1,j}}},\\
&\quad a_{23}=\frac{1}{\Delta\xi_{2,j}\sqrt{\Delta\xi_{1,j}}}
\end{aligned} \tag{13}$$

となり，(10)式の先端パネル内圧力分布は，$p_{1,j}, p_{2,j}, p_{3,j}$ によって以下のように表される．

$$p(\xi,\eta)=p_I(\xi,\eta)p_{1,j}+p_{II}(\xi,\eta)p_{2,j}+p_{III}(\xi,\eta)p_{3,j}$$

ただし，

$$\begin{aligned}
p_I(\xi,\eta)&=1/\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}+a_{11}\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}\\
&\quad+a_{21}\left(\xi-S_r(\eta_{1,j})\right)\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}\\
p_{II}(\xi,\eta)&=a_{12}\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}+a_{22}\left(\xi-S_r(\eta_{1,j})\right)\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}\\
p_{III}(\xi,\eta)&=a_{13}\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}+a_{23}\left(\xi-S_r(\eta_{1,j})\right)\sqrt{\xi-S_r(\eta_{1,j})}
\end{aligned} \tag{14}$$

滑走艇の後端パネル($i=n_\xi$ のパネル)の後縁での圧力についてはすべて 0 とし，自動的にクッタの条件を満足するようにする．以上のように圧力分布を仮定することによって，滑走艇の浸水面に働く圧力分布は，分割したパネル数 $n_\xi\times n_\eta$ と同じ数の未知数 $p_{i,j}(i=1,\cdots,n_\xi, j=1,\cdots,n_\eta)$ によって表される．

(10)式の圧力分布の仮定を用いる先端パネルについても η 方向には一定の圧力分布を仮定しており，(1)式右辺の η 方向への積分は解析的に行うことができる．したがって先ほど述べたように発散積分の有限部分をとる処理については特に意識する必要がないことに変わりはなく，積分方程式(1)の右辺の先端パネル内の積分は，

$$I_{1,j}(x,y)=\int_{\xi_S}^{\xi_E}p(\xi,\eta)\cdot f(x,y,\xi)d\xi$$

ただし，

$$\begin{aligned}
f(x,y,\xi)&\equiv\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{(x-\xi)^2+Y_A^2}}{(x-\xi)Y_A}-\frac{\sqrt{(x-\xi)^2+Y_B^2}}{(x-\xi)Y_B}\right)\\
&\quad+\frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{Y_A}-\frac{1}{Y_B}\right)\\
&Y_A\equiv y-\left(\eta_{i,j}+\Delta\eta_{i,j}/2\right),\ Y_B\equiv y-\left(\eta_{i,j}-\Delta\eta_{i,j}/2\right)\\
&\xi_S\equiv\xi_{1,j}-\Delta\xi_{i,j}/2,\ \xi_E\equiv\xi_{1,j}+\Delta\xi_{i,j}/2
\end{aligned} \tag{15}$$

と表される．しかし，(15)式中の $p(\xi,\eta)$ は(14)式で表されるものであり，(15)式の ξ 方向の積分は解析的に行うことができない．そこでこの先端パネルのみさらに n_s 個のサブパネルに分割し，(16)式のように区分的に積分を実施する．

$$\begin{aligned}
I_{1,j}(x,y)&=\sum_{k=1}^{n_s}f(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p(\xi,\eta)\cdot d\xi\\
&=F_{I,j}(x,y)p_{1,j}+F_{II,j}(x,y)p_{2,j}+F_{III,j}(x,y)p_{3,j}\\
F_{I,j}(x,y)&\equiv\sum_{k=1}^{n_s}f(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p_I(\xi,\eta)\cdot d\xi\\
F_{II,j}(x,y)&\equiv\sum_{k=1}^{n_s}f(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p_{II}(\xi,\eta)\cdot d\xi\\
F_{III,j}(x,y)&\equiv\sum_{k=1}^{n_s}f(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p_{III}(\xi,\eta)\cdot d\xi\\
\xi_{SS}&=\xi_{Sk}-\delta\xi_{Sk}/2,\ \xi_{SE}=\xi_{Sk}+\delta\xi_{Sk}/2
\end{aligned} \tag{16}$$

ただし，ξ_{Sk} はサブパネル中点の ξ 座標，$\delta\xi_{Sk}$ はサブパネルの幅である．(16)式中の F_I～F_{III} は解析的に表すことができる関数である．以上のようにパネル内の積分を実施すれば，積分方程式(1)式は以下のように離散化することができる．

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial x}(x,y)&=\sum_{j=1}^{n_\eta}\left[F_{I,j}(x,y)p_{1,j}+F_{II,j}(x,y)p_{2,j}+F_{III,j}(x,y)p_{3,j}\right]\\
&\quad+\sum_{j=1}^{n_\eta}\sum_{i=2}^{n_\xi}\left[G_{I,i,j}(x,y)p_{i,j}+G_{II,i,j}(x,y)p_{i+1,j}\right]
\end{aligned}$$

$$\text{ただし，}\quad p_{n_\xi+1,j}=0 \tag{17}$$

評点をパネル中央に採れば，(17)式は $n_\xi\times n_\eta$ 元の連立1次方程式となり，容易に $p_{i,j}$ を求め，クッタの条件を満たす，浸水面上の圧力分布を定めることができる．

3.2 滑走艇船底高さに関する積分方程式の解法

次に滑走艇船底高さに関する積分方程式，(2)式を満足する解の求め方について述べる．前節で述べたように，浸水面を定めさえすれば，積分方程式(1)式を満足する船底圧力分布は求められるので，仮の浸水面形状をあたえて積分方程式(1)式を解き，逐次浸水面形状を変化させて繰り返し計算を行い，積分方程式(2)式を満足するような浸水面形状を求める手法をとる．積分方程式(2)式は浸水面の前縁境界であるスプレールートライン上での波面と滑走艇底面高さの一致条件であるから，ある浸水面に対して積分方程式(1)式を解き，その解の圧力分布によって生じるスプレールートライン上の波面の盛り上がりを計算し，その位置での既知の滑走艇底面高さと比較して，両者に差があれば，差をなくす方向に浸水面を移動させればよい．

前節に示したように圧力分布が求められれば，積分方程式(2)式の右辺のスプレールートライン上の波面の盛り上がり $h(S_r(y),y)$ は，前節に示した積分法と同様にして以下のように表すことができる．

$$h(S_r(y),y)=\sum_{j=1}^{n_\eta}\left[L_{I,j}(y)p_{1,j}+L_{II,j}(y)p_{2,j}+L_{III,j}(y)p_{3,j}\right]$$
$$+\sum_{j=1}^{n_\eta}\sum_{i=2}^{n_\xi}\left[M_{I,i,j}(y)p_{i,j}+M_{II,i,j}(y)p_{i+1,j}\right] \tag{18}$$

ただし，

$$L_{I,j}(x,y)\equiv\sum_{k=1}^{n_s}l(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p_I(\xi,\eta)\,d\xi$$
$$L_{II,j}(x,y)\equiv\sum_{k=1}^{n_s}l(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p_{II}(\xi,\eta)\,d\xi \tag{19}$$
$$L_{III,j}(x,y)\equiv\sum_{k=1}^{n_s}l(x,y,\xi_{Sk})\int_{\xi_{SS}}^{\xi_{SE}}p_{III}(\xi,\eta)\,d\xi$$

$$M_{I,i,j}(x,y)=\frac{J_{I,i,j}(x,y)}{\Delta\xi_{i,j}}+J_{II,i,j}(x,y)\left(-\frac{x-\xi_{i,j}}{\Delta\xi_{i,j}}+\frac{1}{2}\right)$$
$$M_{II,i,j}(x,y)=-\frac{J_{I,i,j}(x,y)}{\Delta\xi_{i,j}}+J_{II,i,j}(x,y)\left(\frac{x-\xi_{i,j}}{\Delta\xi_{i,j}}+\frac{1}{2}\right) \tag{20}$$

$$l(x,y,\xi)\equiv\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{(x-\xi)^2+Y_A^2}}{Y_A}-\frac{\sqrt{(x-\xi)^2+Y_B^2}}{Y_B}\right)$$
$$+\frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{Y_A}-\frac{1}{Y_B}\right)(x-\xi) \tag{21}$$
$$+\frac{1}{2\pi}\log\left|\frac{Y_A+\sqrt{(x-\xi)^2+Y_A^2}}{Y_B+\sqrt{(x-\xi)^2+Y_B^2}}\right|$$

$$J_{I,i,j}(x,y)\equiv-\frac{1}{2\pi}\int_{\eta_S}^{\eta_E}\int_{\xi_S}^{\xi_E}\frac{1}{(y-\eta)^2}$$
$$\times\left[(x-\xi)^2+(x-\xi)\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right]d\xi d\eta$$

$$=\frac{1}{6\pi}\left(X_B^3-X_A^3\right)\left(\frac{1}{Y_A}-\frac{1}{Y_B}\right)$$
$$-\frac{1}{6\pi}\frac{1}{Y_A}\left[\left(X_A^2+Y_A^2\right)^{3/2}-\left(X_B^2+Y_A^2\right)^{3/2}\right]$$
$$+\frac{1}{6\pi}\frac{1}{Y_B}\left[\left(X_A^2+Y_B^2\right)^{3/2}-\left(X_B^2+Y_B^2\right)^{3/2}\right]$$
$$+\frac{1}{4\pi}Y_A\left[\left(X_A^2+Y_A^2\right)^{1/2}-\left(X_B^2+Y_A^2\right)^{1/2}\right] \tag{22}$$
$$-\frac{1}{4\pi}Y_B\left[\left(X_A^2+Y_B^2\right)^{1/2}-\left(X_B^2+Y_B^2\right)^{1/2}\right]$$
$$+\frac{1}{4\pi}X_A^2\log\left|\frac{Y_A+\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{Y_B+\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}\right|$$
$$-\frac{1}{4\pi}X_B^2\log\left|\frac{Y_A+\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}{Y_B+\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}\right|$$

$$J_{II,i,j}(x,y)\equiv-\frac{1}{2\pi}\int_{\eta_S}^{\eta_E}\int_{\xi_S}^{\xi_E}\frac{1}{(y-\eta)^2}$$
$$\times\left[x-\xi+\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right]d\xi d\eta \tag{23}$$

$$=\frac{1}{4\pi}\left(X_B^2-X_A^2\right)\left(\frac{1}{Y_A}-\frac{1}{Y_B}\right)$$
$$-\frac{1}{4\pi}X_A\left[\frac{\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{Y_A}-\frac{\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}{Y_B}\right]$$
$$+\frac{1}{4\pi}X_B\left[\frac{\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}{Y_A}-\frac{\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}{Y_B}\right]$$
$$+\frac{1}{2\pi}\left[X_A\log\left|\frac{Y_A+\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{Y_B+\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}\right|-X_B\log\left|\frac{Y_A+\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}{Y_B+\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}\right|\right]$$
$$+\frac{1}{4\pi}\left[Y_A\log\left|\frac{X_A+\sqrt{X_A^2+Y_A^2}}{X_B+\sqrt{X_B^2+Y_A^2}}\right|-Y_B\log\left|\frac{X_A+\sqrt{X_A^2+Y_B^2}}{X_B+\sqrt{X_B^2+Y_B^2}}\right|\right]$$

具体的なスプレールートラインの更新は Fig.3 に示すように行う．(18)式によって求められた，スプレールートの位置と仮定した $S_r(y)$の位置での波面の盛り上り，$h(S_r(y),y)$と，滑走艇底面高さが等しくなる位置を $S_r'(y)$としたとき，$\alpha S_r'(y)+(1+\alpha)\ S_r(y)$を次のスプレールートの位置として更新するものである．ここで α は緩和係数であり，本研究では 0.2 を用いた．このスプレールートラインの更新方法では，スプレールート上での波面の盛り上がりが滑走艇底面高さに比べて下方にある場合は，浸水面を減少させる方向へ，逆の場合は浸水面を増加させる方向へスプレールートラインを変化させることになる．浸水面形状の初期値としては，矩形の状態から計算を開始し，すべての先端パネル前縁での波面の盛り上がりと滑走艇底面高さの差が滑走艇の幅に対して 0.1%以下になったところで収束と判断し，計算を終了する．

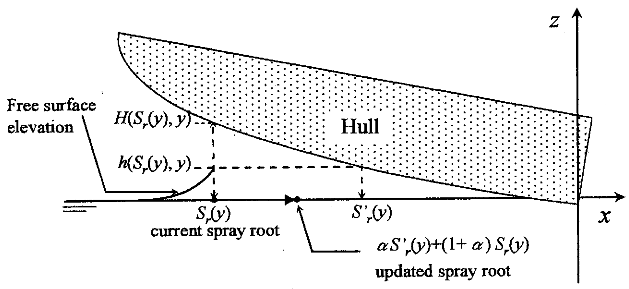

Fig.3 The procedure for updating the spray root.

4. 数値計算結果と考察

4. 1 浸水面形状と船底圧力の実験との比較

計算対象としたのは，Fig.4 に示すような，平野ら [10), 11)] が船底圧力分布の計測を行った幅 400mm，デッドライズアングル 13deg.の柱状滑走体である．実験状態にあわせて，トリム角を 6deg. センターライン上での静止時の浸水長を

400mm とした．計算に用いたパネルの総数は主流方向に 20, 幅方向に 40 の計 800 パネルである．浸水面の初期値は長さ 400mm, 幅 400mm の矩形とした．また，船底圧力分布を(10)式のモード関数で表す先端パネルの長さについては各縦切断面の浸水長の 10%とする．

前節に示した収束条件を満足するために 13 回の繰り返し計算を行った．なお，計算時間は約 80 秒(Intel Pentium D 3.0GHz プロセッサを搭載したパーソナルコンピュータ，Intel Visual Fortran Compiler ver.9.1 を使用)である．Fig.5 にスプレールートラインの計算結果と実験結果の比較を示す．計算結果のスプレールートラインは，実験結果とよく似た形状になるが，実験結果に比べてやや前方にあり，浸水面積は 11%程度過大に見積もられている．この理由の一つとして，本研究の手法では重力の影響が取り入れられていないことが挙げられる．重力影響は船体近傍の波面の盛り上がりを減少させる効果があり，それに伴って浸水面積が減少すると考えられる．その影響を定量的に評価するためには，重力影響を取り入れた積分方程式の数値解析手法を開発する必要があるが，核関数が複雑になるため容易ではなく，これについては今後の課題としたい．別の要因としては実験時の風圧影響が考えられる．スプレールート近傍の

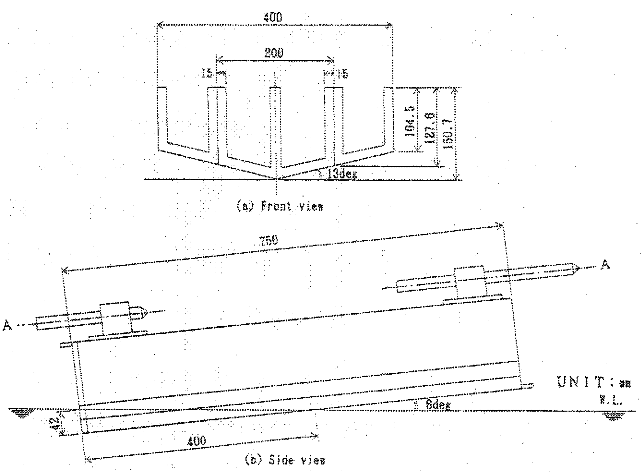

Fig.4 Model ship arrangement used in the experiments by Hirano et al.[10), 11)]

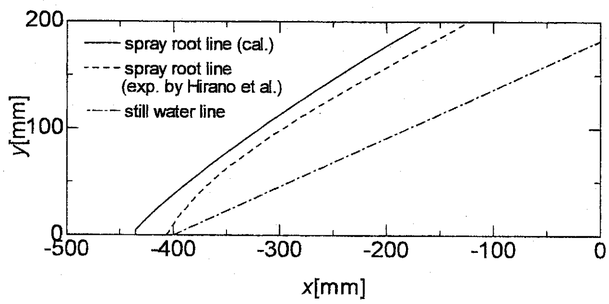

Fig.5 Comparison of spray root lines with Hirano's experiments[10)].

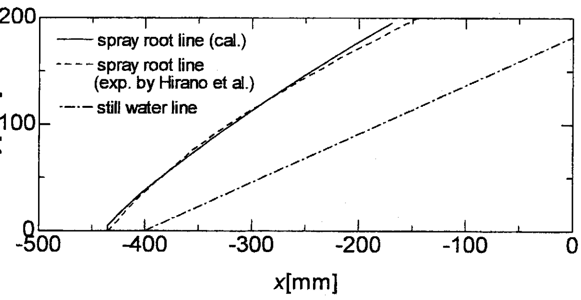

Fig.6 Comparison of spray root lines with Hirano's experiments[11)].

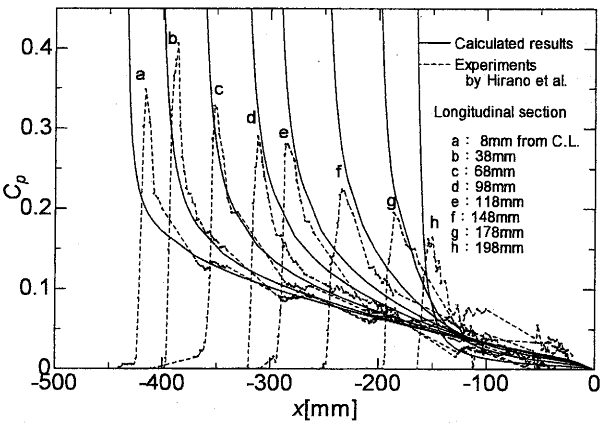

Fig.7 Comparison of longitudinal pressure distribution on the bottom of the hull.

波面上方には船首船底部が存在するため，曳航水槽で実験を行う場合，前方からの風が波面と船首船底の間に閉じ込められる．これによって生じる風圧でスプレールートが後方へ押されてしまう可能性がある．Fig.5 に示した平野らの実験結果(参考文献 10))に風圧が影響していることは断定できないが，同条件で行われた別の実験結果と比較した Fig.6(参考文献 11))を見ると，スプレールートラインの計算結果は実験結果と非常によく一致している．どちらの実験結果が正確であるかについて結論付けることはできないが，小型模型を使用した滑走艇の浸水面形状の計測は実験条件等の影響を受けやすいことが予想され，その意味でも数値解析手法の開発は有効である．今回示した計算結果に関する実験結果との定量的一致度については，さらに調査を継続する必要があると考えられるが，本手法による計算結果は実験結果を妥当な精度で再現していると考える．

次に，船底圧力係数分布の計算結果と実験との比較を Fig.7 に示す．これは船体長手方向の圧力係数分布であり，船体中央部から船側方向へ 8 つの断面での分布が示されている．計算結果の圧力は船首近傍で $x^{-1/2}$ の特異性をもち，実験結果の挙動とは異なるが，それを除けば，概ね実験結果に一致している．ただし，センターライン付近(a, b 断面)の船首での圧力は，実験結果の方がより後方で圧力のピー

クを迎えており，スプレールートの位置の差が影響しているように見受けられる．また，船側に近い断面の後方の圧力分布を見ると，計算結果は水切れ条件(クッタの条件)を満足するために 0 に近づくのに対し，実験結果はやや高めの圧力になっている．以上のような差は見られるもの，本手法の船底圧力の推定精度は滑走艇の性能の優劣を評価する上で有効であると考える．

本論で示した手法は重力の影響を考慮しておらず，船底での圧力係数，揚力係数，揚力中心の値は，船速に依存せず一定である．これは完全滑走状態の高速極限を仮定しているためであり，本手法を適応する場合は完全滑走状態かつ高速航走時であることが望ましい．

4.2 数値解析手法のパネル依存性評価

本数値解析手法のパネル依存性を調査する．調査の対象とするのは主流方向のパネル数の影響，幅方向のパネル数の影響，先端パネルの主流方向の長さの影響の 3 点である．対象船型は，前節で計算に用いた柱状滑走艇である．基準とするパネルについても前節に示した計算で用いたものを用いる．Fig.8, 9 に主流方向のパネル数を 10, 20, 30 と変化させたときのスプレールートラインの形状と船底圧力分布を示す．幅方向のパネル数は 40 で，先端パネルの長さは浸水長の 10%である．これを見ても分かるように，いずれの計算結果も主流方向のパネル数に対する依存性はほとんど見られない．Fig.10, 11 は幅方向のパネル数を 30, 40, 50 と変化させたときのスプレールートラインの形状と船底圧力分布である．主流方向のパネル数は 20 で，先端パネルの長さは浸水長の 10%としている．スプレールートの形状に関しては，パネル依存性はほぼないものの，船底圧力分布に関しては，若干パネル依存性が見て取れる．これは，幅方向の船底圧力分布をパネル内で一定としており，船底圧力が幅方向にはステップ状に変化するためである．パネルの幅が大きいと幅方向の圧力分布の不連続性が強くなるため，幅方向には多くのパネルを配置することが望ましい．最後に先端パネルの長さを各断面の浸水長の 5%, 10%, 15%と変化させたときの結果を Fig.12, 13 に示す．主流方向のパネル

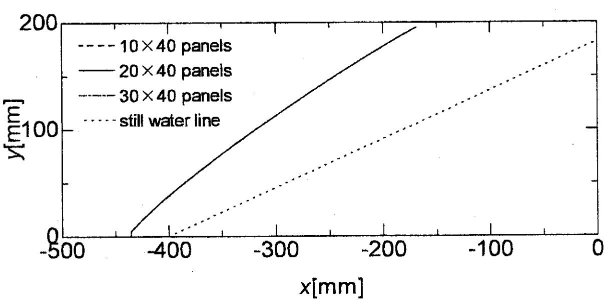

Fig.8 Longitudinal panel number dependency on calculated spray root line.

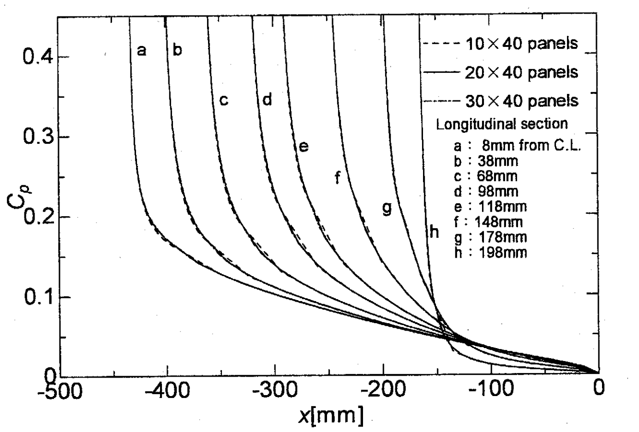

Fig.9 Longitudinal panel number dependency on calculated hull bottom pressure.

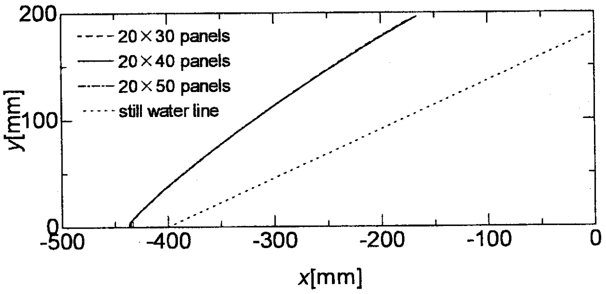

Fig.10 Transverse panel number dependency on calculated spray root line.

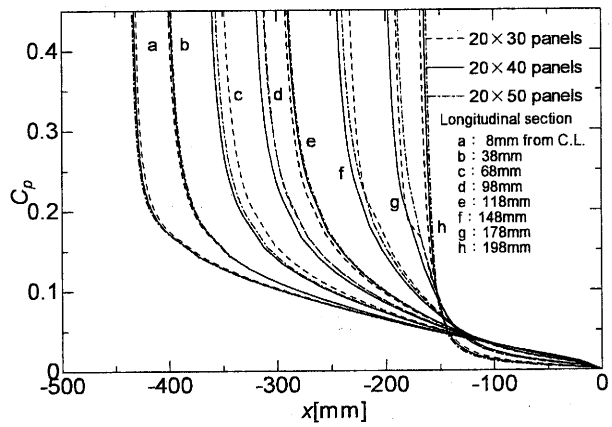

Fig.11 Transverse panel number dependency on calculated hull bottom pressure.

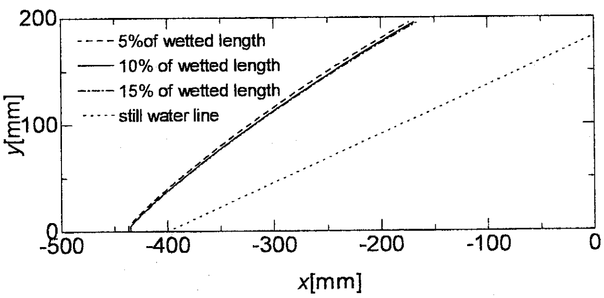

Fig.12 Front panels length dependency on calculated spray root line.

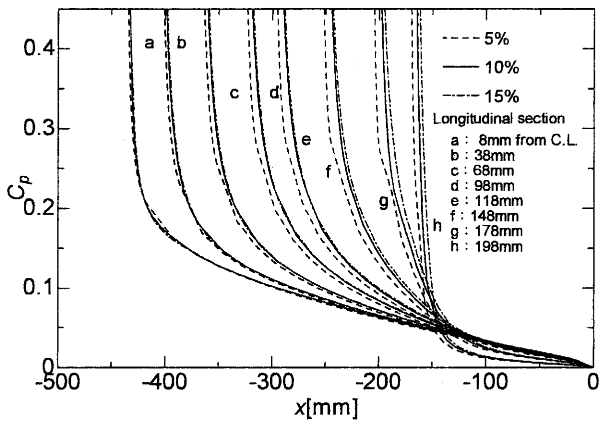

Fig.13　Front panels length dependency on calculated hull bottom pressure.

数は 20，幅方向のパネル数は 40 としている．これを見ると 5%のときのスプレールートラインの形状は，わずかではあるが前方に位置し，Fig.13 の船底圧力分布を見ても圧力分布の曲線が少し前方にシフトしたように見える．これは，先端パネルの長さが小さいために，先端のモード関数で表された圧力分布と後方の圧力の接続に無理が生じ，やや不自然な圧力分布となっていると考えられる．したがって，先端パネルの長さは短くなりすぎてはいけないが，逆に長くなりすぎると，評点の間隔が長くなって好ましくない．Fig.13 から判断すると各縦切断面の浸水長の 10%程度にするのが適当であると考えられる．

以上のように，本数値解析手法は幅方向には多くのパネルを配置することが望ましいが，それ以外のパネル依存性は非常に小さく，安定した数値解析手法であるといえる．

4.3　船型の違いの影響

次に船型の違いが浸水面形状や船底圧力分布に与える影響について述べる．Fig.14 に示すような，前節で示した船型(ship A)の船底形状を convex 型にした ship B および concave 型にした ship C について前節に示したものと同様の計算を行った．なお，ship B および ship C の船底形状は 2 次関数で表わされたものである．Fig.15 に ship B と ship C のスプレールートライン形状の計算結果を示す．このように，船底形状が若干異なるだけで浸水面形状は劇的に異なることが分かる．ship B の浸水面積は ship C の 1.5 倍以上に

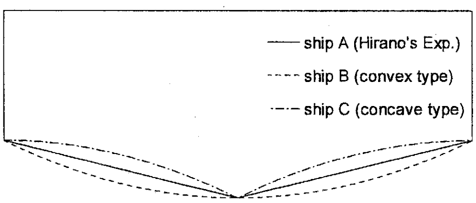

Fig.14　Cross-sectional view of ship B and ship C.

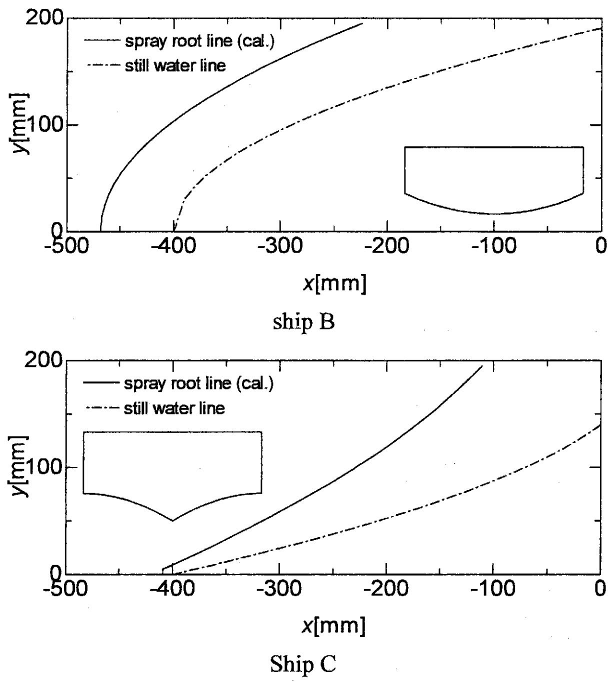

Fig.15　Calculated spray root lines.

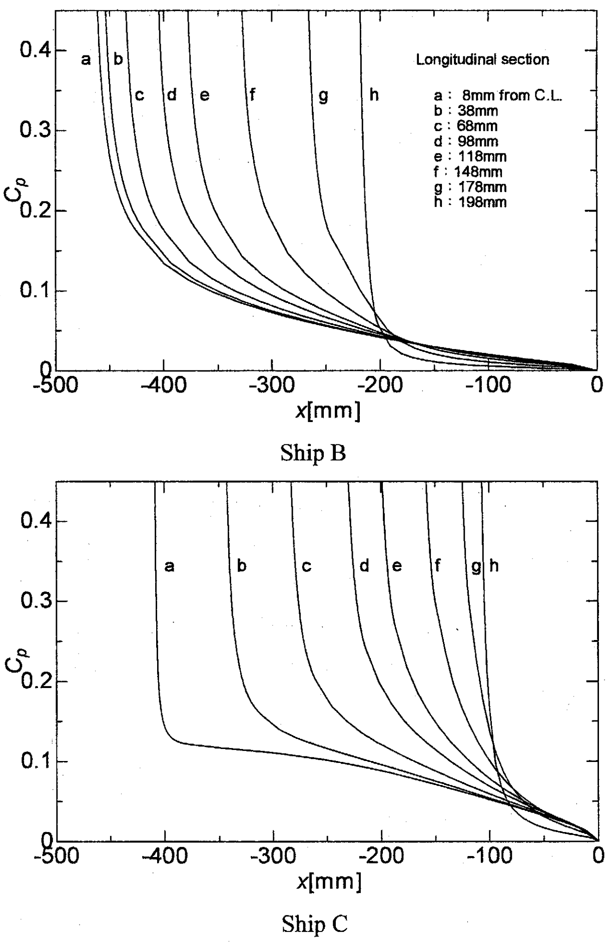

Fig.16　Calculated longitudinal pressure distribution on the bottom of the hull.

なっている．また，convex 型である ship B はセンターライン付近での浸水面が静止時に比べて大きく前方へ増加する

のに対し，concave 型の ship C ではそのような傾向は見られない．これは，浸水面前縁の幅が広い convex 型の方が，船底圧力の高い部分がこの付近に集中し，波面を大きく盛り上げるためである．次に Fig.16 に ship B と ship C の船底圧力係数分布を示す．これを見ると，圧力分布の傾向は ship B は前節で示した ship A と比べて大きな違いがないのに対し，ship C の圧力分布の傾向は大きく異なる．特にセンターライン付近(a 断面)では，船尾から比較的圧力が高く，船首に向かってなだらかに増加し，最終的には急激な増加をたどる．このような圧力分布の傾向の違いは特にピッチングモーメントに大きな影響があると考えられるが，Fig. 17 に示す各船型の浸水面積と揚力中心の位置を見ると，揚力中心の船尾端からの距離は浸水面積にほぼ比例するという意外な結果になる．なお，Fig. 17 中の浸水面積は滑走艇の幅の 2 乗で無次元化したものであり，揚力中心の位置は滑走艇の船尾端からの距離を滑走艇の幅で無次元化したものになっている．

Fig.18 に ship A, B, C の揚力係数と抵抗係数の比較を示す．係数は浸水面積ではなく，滑走艇の幅の 2 乗を面積の次元として無次元化を行っており，各船型の幅は同じであるため，各船型間の揚力および抵抗係数の比率は，揚力および抵抗の値そのものの比率になっている．静止時の排水容積が異なる上，航走姿勢も固定した状態での値であるため，これらの係数から船型の良し悪しを判断することはできないが，浸水面積の大小と各係数の大小関係は一致しており，浸水面積が最も大きかった convex 型の ship B が揚力，抵抗ともに最も大きい．また当然のことではあるが，揚力と抵抗の傾向は一致する．しかしながら，揚力と抵抗が浸水面積に比例しているわけではなく，たとえば ship B と ship C を比較すると浸水面積は ship B が ship C の 1.5 倍以上になるのに対し，揚力係数と抗力係数は ship B が ship C に比べて約 13%増加したに過ぎない．これは，船底圧力分布の比

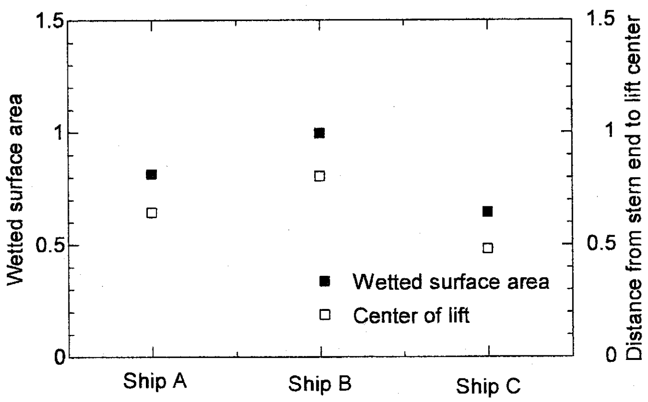

Fig.17 Comparison of wetted surface area and longitudinal location of lift center.

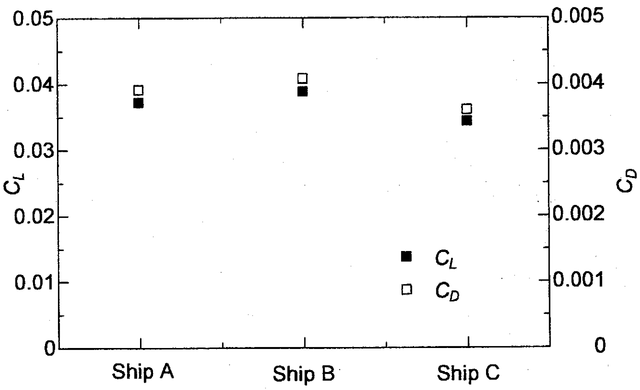

Fig.18 Comparison of lift and drag coefficient.

較を示したところで述べたことであるが，ship C のセンターライン付近の船底圧力分布が船首から船尾にかけてかなり高圧のまま推移しているためと考えられる．以上のように，滑走艇の性能は船底の形状の影響を大きく受けると考えられ，本手法はこの影響を評価する上で有効な手法と考えられる．しかしながら，本来滑走艇は航走姿勢が船速に応じて変化するものであるから，この姿勢変化そのものを計算できる手法へと発展させていく必要がある．

5. 結　言

本研究は，滑走艇の航走時の性能を評価することができる計算手法の開発を目的とし，その第一段階として姿勢を固定された状態の滑走艇の浸水面形状と艇に働く流体力の計算法を示したものである．これは松村らによって示された，滑走艇の浸水面形状と船底圧力を求めるための未定境界の連立積分方程式を数値的に解く手法である．この手法を柱状滑走艇の問題に適用して計算結果を実験結果と比較し，浸水面形状，船底圧力分布ともに実験結果に比較的よく一致することを示した．さらに船底形状が異なる数種類の船型に対しても計算を行い，船底形状が滑走艇の揚力および抵抗特性に大きな影響を与えることを示した．今後は本手法を応用し，姿勢が自由な状態での滑走艇の航走姿勢，抵抗特性，揚力特性を評価できる手法へと発展させていく予定である．

謝　辞

本研究を実施するにあたり，多くのご教示をいただいた，大阪大学の松村清重先生の心から感謝申し上げます．

参考文献

1) Orihara, H. and Miyata, H. : Numerical Simulation Method for Flows about a Semi-planing Boat with a Transom Stern, Journal of Ship Research, Vol.44, No.3, pp.170-185, 2000.
2) 井尻芳則, 秋元博路, 久保昇三：粒子法による滑走艇の運動シミュレーション, 第19回数値流体力学シンポジウム講演番号 A8-4, 2005.
3) Wagner, H. : Über Stoss und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten, Z. Angew. Math. Mech.,12, 1932.
4) 松村清重, 黒龍英之：滑走板船首部のスプレー現象を伴う流場について, 日本造船学会論文集, 第174号, pp.13-21, 1993.
5) Maruo, H. : High-and Low-Aspect Ratio Approximation of Planing Surfaces, Schiffstechnik, Bd. 14, 1967.
6) 別所正利：定常滑走板の理論に関する一考察, 西部造船会会報, 第54号, pp.85-102, 1977.
7) 松村清重, 水谷友基：高アスペクト比近似に基づく定式化による滑走板の未定浸水面形状の決定, 日本造船学会論文集, 第179号, pp.21-30, 1996.
8) 勝井辰博, 松村清重, 鈴木敏夫：滑走艇の未定浸水面問題に関する変分原理について, 日本造船学会論文集, 第183号, pp.1-8, 1998.
9) 勝井辰博, 松村清重：重力影響を考慮した滑走艇の未定浸水面問題に関する変分原理について, 関西造船協会誌, 第231号, pp.37-47, 1999.
10) 平野進, 内田雄, 姫野洋司：柱状滑走体の底面圧力分布の計測, 関西造船協会誌, 第213号, pp.7-12, 1990.
11) 平野進, 稲津晶平, 姫野洋司：柱状滑走体の spray の観測, 関西造船協会誌, 第214号, pp.65-73, 1990.