

Slice Synthesis Methodology と き 裂 結 合 力 モ デ ル を 用 い た 埋 没 き 裂 の 弾 塑 性 き 裂 開 口 変 位 推 定 手 法

正員 永田幸伸* 正員 後藤浩二**

A Calculation Method of Crack Opening Displacement

by Using Slice Synthesis Methodology And Strip Yield Model

for An Embedded Elliptical Crack in Elastic-Perfect Plastic Bodies with Finite Plate Thickness

by Yukinobu Nagata, Member Koji Gotoh, Member

Summary

Applicability evaluation of the developed weight function based strip yield model for an embedded crack by applying the slice synthesis methodology in elastic-perfect plastic bodies under monotonic uniform loading is performed. Although the weight function based strip yield model for a part-through semi-elliptical surface crack was proposed by Daniewicz and Aveline (2000), applicable geometries of cracked bodies is limited. Their proposed strip yield model treats only a semi-elliptical surface crack in semi-infinite bodies. Besides, quantitative investigations of the applicability seem to be insufficient.

The authors proposed the improved strip yield model with slice synthesis methodology for an embedded crack, which enables to treat the finite boundary problems. By applying proposed model, the back surface effect of the crack opening behavior and the plastic zone growth can be considered.

The validity of improved strip yield model for embedded cracks is confirmed by comparing crack opening profiles under some crack geometries with elastic-plastic finite element analyses.

1. 緒 論

船舶及び海洋構造物に代表される大型溶接構造物における疲労損傷の多くは、溶接止端部を起点とした表面き裂欠陥及び溶接部中に残存した埋没き裂欠陥であり、これらの欠陥に関する疲労寿命を定量的かつ高精度に予測することは、構造物の安全性担保の観点から重要である。

豊貞ら¹⁾は、角回し溶接止端部から発生・成長する表面き裂に対して、等価分布応力²⁾を介してこれらを無限板中に存在する板厚貫通き裂に置き換え、RPG荷重を基準とする有効応力拡大係数範囲 ΔK_{RPG} をき裂伝播則に採用した疲労き裂成長シミュレーションコードFLARPを用いることで、き裂成長履歴が定量的に推定できる事を示している。また、著者ら³⁾は同手法を面内ガセット継手に適用し、十分な精度でき裂成長履歴を推定できることを確認した。しかしながら上述の手法では、事前に評価

対象である表面・埋没き裂の最深部における応力拡大係数をき裂成長に応じて与え、これを等価分布応力に変換する必要がある。また、等価分布応力を用いた寿命評価法は、引張/圧縮塑性域寸法がリガメント長に比べて比較的小さい場合(すなわち、十分大きな領域内での疲労き裂成長挙動の評価)を評価対象としているため、条件次第では適用が困難な場合がある。

そこで著者らは、表面・埋没き裂の疲労による成長挙動を直接シミュレーションする手法の構築を目指し、表面・埋没き裂を板厚貫通き裂の集合体として取り扱い、弾性き裂開口変位を推定する手法であるSlice Synthesis Methodology⁴⁾(以下、SSMと略記する)に着目した。過去に提案されているSSMを用いたK値及び弾性き裂開口変位の推定は、板厚に対するき裂深さが増大するに伴い、その推定精度が低下するという問題を有していたため、前報^{5) 6)}において既報のSSMを有限板厚問題に適用するための手法を提示し、その妥当性を示した。

一方、板厚貫通き裂に対する疲労き裂成長シミュレーションの定式化には、弾性問題の重ね合わせとして弾塑性状態における板厚貫通き裂の開口挙動を推定できるき裂結合力モデル⁷⁾が利用されていることを勘案すれば、SSMを導入してき裂結合力モデルを構築すれば、弾塑性状態における表面・埋没き裂の開口量を良好な精度で推定でき、さらに表面・埋没き裂の疲労き裂シミュ

* 九州大学大学院工学府建設システム工学専攻博士後期課程、
日本学術振興会特別研究員

** 九州大学大学院工学府海洋システム工学部

レーションが構築できると期待される。

SSMを用いた表面・埋没き裂に対するき裂結合モデル及び疲労き裂伝播シミュレーションについては、Daniewiczら⁸⁾⁹⁾が半無限体中に存在する表面き裂の最深部・表面部を対象に検討を試みている。Daniewiczらの文献では、1) き裂開閉シミュレーションを用いた疲労寿命評価において推定精度に大きく影響を与える、き裂結合モデルの仮想き裂部開口挙動に関して十分に検証されていない、2) き裂結合モデルを適用する前段階のSSMの計算において、結合力を無視している、3) 有限板厚の影響を十分に考慮できていない、という問題点が残されている。

本研究では、前報の結果を踏まえて、弾塑性状態におけるSSM(以下では Extended SSM と称する)について、有限板厚問題へ適用するための検討を行い、弾塑性 FEM 解析結果と比較することで提案手法の妥当性を検証した。

2. Extended Slice Synthesis Methodology

最初に弾性状態におけるSSM⁴⁾⁵⁾⁶⁾を簡潔に紹介し、その後、著者らが弾塑性状態に適用できるよう拡張したSSM(Extended SSM)について説明する。

2.1 弾性状態におけるSSM

Fig.1に示すように、遠方で任意応力 $\sigma(x,y)$ を受ける有限板厚中央部に存在する埋没だ円き裂を考える。この埋没き裂に対し、Fig.2に示すようにき裂を直交2方向 ($y-z$ 平面(だ円短軸を含む面)と平行な面、 $z-x$ 平面(だ円長軸を含む面に平行な面)に切断し、き裂長さ $2a_x$ のき裂を有する $y-z$ 平面を basic slice、き裂長さ $2b_y$ のき裂を有する $z-x$ 平面を spring slice と定義する。ここで、basic slice のき裂半長 a_x 、spring slice のき裂半長 b_y はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} a_x &= a\sqrt{1 - (x/b)^2} \\ b_y &= b\sqrt{1 - (y/a)^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Basic slice に作用する応力は、Fig.3に示すように作用応力 $\sigma(x,y)$ と、表面・埋没き裂の評価対象の変形挙動を二次元に分割された basic slice 及び spring slice に再現させるための未知の結合力である spring force $P(x,y)$ である。一方、spring slice には basic slice に作用する spring force と等値逆符号の spring force のみか作用する。

また、リガメントエリアによる表面・埋没き裂の変形挙動の相違を考慮するため、Fig.3に示すように、basic slice 及び spring slice はリガメントエリアによって定まるバネ(バネ定数 $k_i (i = a, b)$) により拘束されていると考え、リガメントエリアをそれぞれ次式で与えられる無次元値で評価する。

$$\begin{aligned} R_a &= 4t(c-b)/b^2 \\ R_b &= 4c(t-a)/b^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Fig.3に示すバネ定数 $k_i (i = a, b)$ はそれぞれ R_i の関数として与えられ、 $R_i = 0 \rightarrow k_i = 0$ (自由端を有する貫通き裂材に相当)、 $R_i = \infty \rightarrow k_i = \infty$ (固定端を有する貫通き裂材に相当)と考えることでリガメントエリアの影響を考慮する。

Basic slice に $\sigma(x,y) - P(x,y)$ が作用し、spring slice に $P(x,y)$ が作用する場合、Fig.2の点 Q を通る basic slice 及び

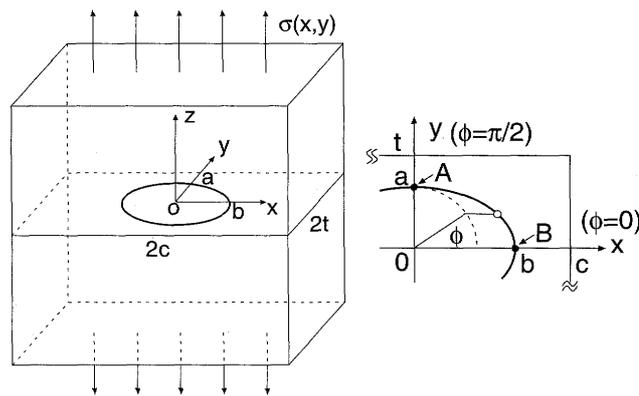


Fig. 1 An embedded elliptical crack subjected to arbitrary stress distribution.

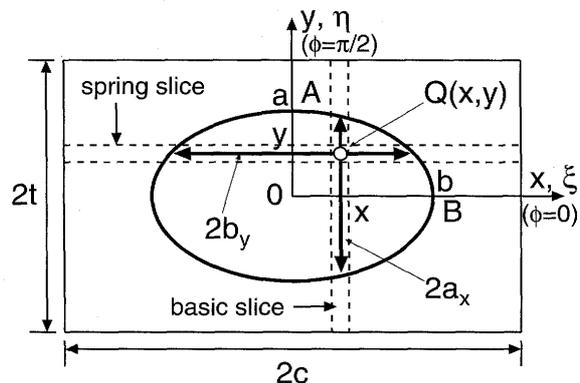


Fig. 2 A coordinate system for an embedded elliptical crack.

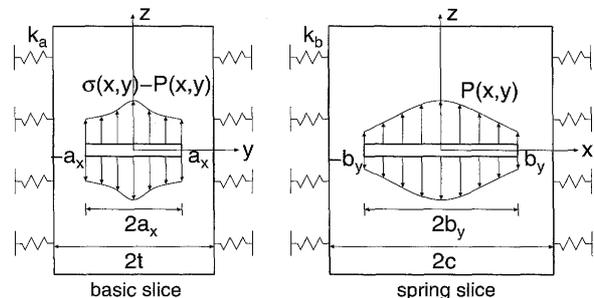


Fig. 3 Schematic illustration of basic and spring slices.

spring slice の K 値 はそれぞれ次式で与えられる。

$$K_a(a_x) = \int_0^{a_x} [\sigma(x, \eta) - P(x, \eta)] w_a(R_a, t, \eta, a_x) d\eta \quad (3)$$

$$K_b(b_y) = \int_0^{b_y} P(\xi, y) w_b(R_b, c, \xi, b_y) d\xi \quad (4)$$

以下では簡単のため

$$w_a(R_a, t, \eta, a_x) = w_a(\eta, a_x)$$

$$w_b(R_b, c, \xi, b_y) = w_b(\xi, b_y)$$

と表記する。

上式の $w_i (i = a, b)$ はそれぞれの slice に対する応力拡大係数算定式の重み関数であり、Fig.3に示すばね定数 k_i がゼロ (自由端: w_i^{free})、または無限大 (固定端: w_i^{coll}) の2つの極限状態の

Table 1 Values of exponents in the $P(x, y)$ expression (Equation (14)).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
k_i	0	1/3	0	1/3	1/2	0	1/2	1	0	1	2	0	2	3	0	3	4	0	4
l_i	0	0	1/3	1/3	0	1/2	1/2	0	1	1	0	2	2	0	3	3	0	4	4

内挿値として次式のように与えられるとする。

$$w_a(\eta, a_x) = w_a^{\text{coll}}(\eta, a_x) + T(R_a)\{w_a^{\text{free}}(\eta, a_x) - w_a^{\text{coll}}(\eta, a_x)\} \quad (5)$$

$$w_b(\xi, b_y) = w_b^{\text{coll}}(\xi, b_y) + T(R_b)\{w_b^{\text{free}}(\xi, b_y) - w_b^{\text{coll}}(\xi, b_y)\} \quad (6)$$

$$T(R_i) = 1.05^{-R_i} \quad (7)$$

Basic slice の重み関数は Tada ら¹⁰⁾ の提案式である (8), (9) 式を採用した。

$$w_a^{\text{coll}}(y, a_x) = \frac{2}{\sqrt{2t}} \sqrt{\tan \frac{\pi a_x}{2t} \cos \left(\frac{\pi y}{2t} \right)} / \sqrt{\sin^2 \left(\frac{\pi a_x}{2t} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi y}{2t} \right)} \quad (8)$$

$$w_a^{\text{free}}(y, a_x) = \frac{2}{\sqrt{2t}} \left\{ 1 + 0.297 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{a_x} \right)^2} \left(1 - \cos \frac{\pi a_x}{2t} \right) \right\} \times \left[\sqrt{\tan \frac{\pi a_x}{2t}} / \sqrt{1 - \left\{ \frac{\cos(\pi a_x/2t)}{\cos(\pi y/2t)} \right\}^2} \right] \quad (9)$$

Spring slice の重み関数は, (8), (9) 式中の t, a_x, y をそれぞれ c, b_y, x に置き換えることで与えられる。

(1)~(9) 式より, basic slice 及び spring slice 上における弾性き裂開口変位: $V_a(x, y, a_x)$, $V_b(x, y, b_y)$ はそれぞれ次式で与えられる¹¹⁾。

$$V_a(x, y, a_x) = \frac{2}{E_a} \int_y^{a_x} K_a(\alpha) w_a(y, \alpha) d\alpha \quad (10)$$

$$V_b(x, y, b_y) = \frac{2}{E_b} \int_x^{b_y} K_b(\beta) w_b(x, \beta) d\beta \quad (11)$$

(10) 式中の E_a はき裂材のヤング率である。(11) 式中の E_b は, き裂面上の任意点において $V_a = V_b$ 及び V_b が無限体埋没き裂の弾性き裂開口変位の解析解¹²⁾ と等しいという条件から導出される, 補正されたヤング率であり, 評価対象のアスペクト比 a/b の関数として以下のように与えられる。

$$E_b = \gamma \left(\frac{\Phi}{1 - \nu^2} - 1 \right) \frac{b}{a} E_a, \quad \text{for } \frac{a}{b} \leq 1 \quad (12)$$

Φ は第二種完全だ円積分, ν はポアソン比である。(12) 式中の γ は, 著者らが導入した自由境界の影響を考慮するための修正係数⁶⁾ である。

き裂面内の任意の位置において basic slice と spring slice の弾性き裂開口変位は等しく, $V_a = V_b$ が成立するため, (3), (4), (10), (11) 式より次式を得る。

$$\int_y^{a_x} \left\{ \int_0^\alpha \sigma(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta \right\} w_a(y, \alpha) d\alpha = \int_y^{a_x} \left\{ \int_0^\alpha P(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta \right\} w_a(y, \alpha) d\alpha + \frac{E_a}{E_b} \int_x^{b_y} \left\{ \int_0^\beta P(\xi, y) w_b(\xi, \beta) d\xi \right\} w_b(x, \beta) d\beta \quad (13)$$

(13) 式の左辺は評価点毎に定数で与えられる。

一方, 右辺の spring force を (14) 式の多項式で表現する。

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^{19} e_i \left(\frac{x}{b} \right)^{k_i} \left(\frac{y}{a} \right)^{l_i} \quad (14)$$

ここで, $e_i (i = 1 \sim 19)$ は定数であり, k_i, l_i は i によって Table1 のように与え, 以下では簡単のため,

$$p_i = \left(\frac{x}{b} \right)^{k_i} \left(\frac{y}{a} \right)^{l_i} \quad (15)$$

と表記すると, (14) 式は次式のように表すことができる。

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^{19} e_i p_i \quad (16)$$

(16) 式を (13) 式に代入して整理すると, 未知係数 $e_i (i = 1 \sim 19)$ を含む x, y に関する次式の連立方程式を導くことができる。

$$Y(x, y) = \sum_{i=1}^{19} e_i X_i(x, y) \quad (17)$$

ここで,

$$Y(x, y) = \int_y^{a_x} \left\{ \int_0^\alpha \sigma(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta \right\} w_a(y, \alpha) d\alpha$$

$$X_i(x, y) = \int_y^{a_x} \left\{ \int_0^\alpha p_i(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta \right\} w_a(y, \alpha) d\alpha + \frac{E_a}{E_b} \int_x^{b_y} \left\{ \int_0^\beta p_i(\xi, y) w_b(\xi, \beta) d\xi \right\} w_b(x, \beta) d\beta$$

である。

き裂開口変位の評価点として, 未知係数 e_i と同数の評価点 (19 点) を採用すれば, (17) 式から成立する連立方程式を解いて e_i を定めることができるが, ここでは, 開口変位の全体形状を満足させるため, Zhao ら⁴⁾ と同様に評価点をより多く採用し, 最小二乗法を用いて未知係数 e_i を定める。

開口変位の評価点を $n (\geq 19)$ 点とすると, (17) 式における残差の 2 乗和 D は,

$$D = \sum_{j=1}^n \left\{ Y(x_j, y_j) - \sum_{i=1}^{19} e_i X_i(x_j, y_j) \right\}^2 \quad (18)$$

と表すことができる。

(18) 式に最小二乗法を適用して未知係数 e_i に関する連立方程式を求め, それを解くことで e_i が同定できる。

2.2 Extended SSM

従来の SSM を利用したき裂結合力モデル⁸⁾⁹⁾ では, き裂面内の任意点における弾性開口変位が basic slice と spring slice で等しいという条件から, spring force である $P(x, y)$ を与えている。しかし, き裂結合力モデルは外力と結合力による弾性変位の重ね合わせであるため, 外力による弾性開口変位が basic slice

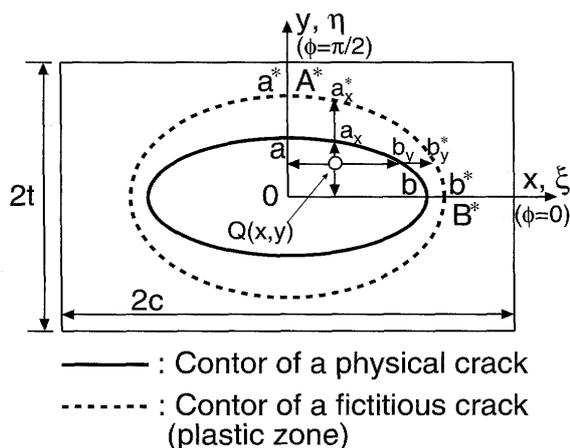


Fig. 4 Schematic illustration of crack front localized plastic zone.

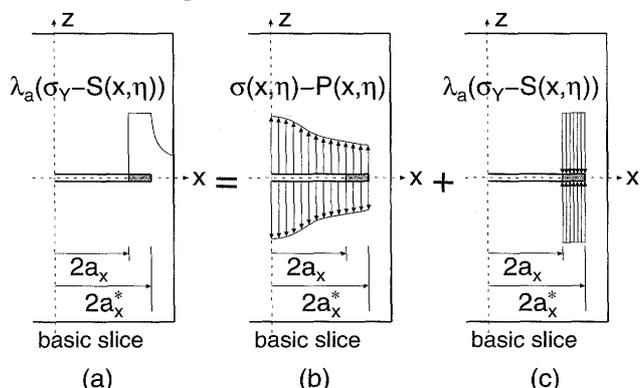


Fig. 5 Strip yield model applying to spring force $P(x, y)$ and $S(x, y)$ for basic slice.

と spring slice で等しい場合においても、結合力による弾性開口変位が異なるため、弾塑性状態のき裂開口変位がき裂面内において相違を生じる場合がある。したがって、弾塑性状態のき裂開口変位を求める際には、外力と結合力の重ね合わせとして与えられるき裂開口変位が、basic slice と spring slice で等しいという条件から spring force を与える必要がある。ここでは、著者らが提案する弾塑性状態に拡張されたSSM(Extended SSM)を説明する。

Fig.4に示す有限体の板厚中央部に存在する弾塑性状態の埋没き裂を考える。以下では、仮想き裂形状は実き裂と同一中心を有するだ円と近似し、図中の破線が仮想き裂前縁を表しており、だ円短軸半長を a^* 、だ円長軸半長を b^* とする。なお、実き裂と仮想き裂のアスペクト比 (Fig.4における a/b 及び a^*/b^*) は必ずしも一致している必要はない。き裂面内の任意点 Q を通過する basic slice と spring slice の仮想き裂長さはそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} a_x^* &= a \sqrt{1 - (x/b^*)^2} \\ b_y^* &= b \sqrt{1 - (y/a^*)^2} \end{aligned} \quad (19)$$

き裂結合力モデルにおける仮想き裂前縁位置の応力拡大係数は、外力と結合力による応力拡大係数の重ね合わせで表現できるため、本研究では Fig.5に示すように、外力に対する spring force $P(x, y)$ に加え、結合力に対する spring force $S(x, y)$ を新たに導入したき裂結合力モデルを提案した。このとき、き裂面

内の任意点 Q を通過する basic slice と spring slice の応力拡大係数はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} K_a(a_x^*) &= \int_0^{a_x^*} [\sigma(x, \eta) - P(x, \eta)] w_a(\eta, a_x^*) d\eta \\ &\quad - \int_{a_x}^{a_x^*} \lambda_a [\sigma_Y - S(x, \eta)] w_a(\eta, a_x^*) d\eta \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} K_b(b_y^*) &= \int_0^{b_y^*} P(\xi, y) w_b(\xi, b_y^*) d\xi \\ &\quad - \int_{b_y}^{b_y^*} \lambda_b S(\xi, y) w_b(\xi, b_y^*) d\xi \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、(20),(21) 式中の λ_a, λ_b は basic 及び spring slice に対する塑性拘束係数である。

結合力に対する spring force $S(x, y)$ は、外力に対する spring force $P(x, y)$ と同様に多項式として次式で与える。

$$S(x, y) = \sum_{i=1}^{13} f_i \left(\frac{x}{b}\right)^{k_i} \left(\frac{y}{a}\right)^{l_i} = \sum_{i=1}^{13} f_i s_i \quad (22)$$

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^{13} e_i \left(\frac{x}{b}\right)^{k_i} \left(\frac{y}{a}\right)^{l_i} = \sum_{i=1}^{13} e_i p_i \quad (23)$$

ただし、 $f_i, e_i (i = 1 \sim 13)$ は定数であり、 $P(x, y), S(x, y)$ とともに Table2に示すように k_i, l_i を与えているが、これは後述の弾塑性 FEM 解析結果との比較の際に、Fig.4に示す埋没き裂の A^* 点を通過する basic slice、 B^* を通過する spring slice 上に沿ったき裂開口変位に着目しているためであり、試行錯誤的に決定した。

Basic 及び spring slice 上の、弾塑性状態におけるき裂開口変位は次式で与えられる。

$$V_a(x, y, a_x^*) = \frac{2}{E_a} \int_y^{a_x^*} K_a(\alpha) w_a(y, \alpha) d\alpha \quad (24)$$

$$V_b(x, y, b_y^*) = \frac{2}{E_b} \int_x^{b_y^*} K_b(\beta) w_b(x, \beta) d\beta \quad (25)$$

仮想き裂を含めたき裂面内において $V_a = V_b$ が成立する必要があるため、(24),(25) 式より以下の関係式を導くことができる。

$$\begin{aligned} &\int_y^{a_x^*} \int_0^\alpha \sigma(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &\quad - \int_y^{a_x^*} \int_{a_x}^\alpha \lambda_a \sigma_Y w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &= \int_y^{a_x^*} \int_0^\alpha P(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &\quad - \int_y^{a_x^*} \int_{a_x}^\alpha \lambda_a S(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &\quad + \frac{E_a}{E_b} \int_x^{b_y^*} \int_0^\beta P(\xi, y) w_b(\xi, \beta) d\xi w_b(x, \beta) d\beta \\ &\quad - \frac{E_a}{E_b} \int_x^{b_y^*} \int_{b_y}^\beta \lambda_b S(\xi, y) w_b(\xi, \beta) d\xi w_b(x, \beta) d\beta \end{aligned} \quad (26)$$

(26) 式に (22),(23) 式を代入して整理すると、以下のような未知係数 e_i, f_i を含む x, y に関する連立方程式を導くことがで

Table 2 Values of exponents in the $P(x, y)$ and $S(x, y)$ expression (Equation (22) and (23)) in Extended SSM.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
k_i	0	1/3	0	1/2	0	1	0	2	0	3	0	4	0
l_i	0	0	1/3	0	1/2	0	1	0	2	0	3	0	4

きる。

$$Y(x, y) = \sum_{i=1}^{13} e_i X_i^p(x, y) + \sum_{i=1}^{13} f_i X_i^s(x, y) \quad (27)$$

ここで、

$$\begin{aligned} Y(x, y) &= \int_y^{a^*} \int_0^\alpha \sigma(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &\quad - \lambda_a \sigma_Y \int_y^{a^*} \int_{a_x}^\alpha w_a(\eta, \alpha) d\alpha w_a(y, \alpha) d\alpha \\ X_i^p(x, y) &= \int_y^{a^*} \int_0^\alpha p_i(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &\quad + \frac{E_a}{E_b} \int_x^{b^*} \int_0^\beta p_i(\xi, y) w_b(\xi, \beta) d\xi w_b(x, \beta) d\beta \\ X_i^s(x, y) &= -\lambda_a \int_y^{a^*} \int_{a_x}^\alpha s_i(x, \eta) w_a(\eta, \alpha) d\eta w_a(y, \alpha) d\alpha \\ &\quad - \lambda_b \frac{E_a}{E_b} \int_x^{b^*} \int_{b_y}^\beta s_i(\xi, y) w_b(\xi, \beta) d\xi w_b(x, \beta) d\beta \end{aligned}$$

である。

き裂結合力モデルでは、仮想き裂先端においては応力特異性が消失する必要があるため、basic 及び spring slice の応力拡大係数は仮想き裂前縁に沿ってゼロとならなければならない。本研究では簡単のため、Fig.4に示すように、実用上問題となる円長短軸の端部である点 $A^*(x=0, y=a^*)$ 及び点 $B^*(x=b^*, y=0)$ の二点についてのみ考慮する。

basic slice において、点 A^* における応力拡大係数は、

$$\begin{aligned} K_a(a^*) &= \int_0^{a^*} [\sigma(0, \eta) - P(0, \eta)] w_a(\eta, a^*) d\eta \\ &\quad - \int_a^{a^*} \lambda_a [\sigma_Y - S(0, \eta)] w_a(\eta, a^*) d\eta \quad (28) \end{aligned}$$

spring slice において、点 B^* における応力拡大係数は、

$$\begin{aligned} K_b(b^*) &= \int_0^{b^*} P(\xi, 0) w_b(\xi, b^*) d\xi \\ &\quad - \int_b^{b^*} \lambda_b S(\xi, 0) w_b(\xi, b^*) d\xi \quad (29) \end{aligned}$$

である。また、以下では表記を簡単にするため、

$$\begin{aligned} K_a^0(a^*) &= \int_0^{a^*} \sigma(0, \eta) w_a(\eta, a^*) d\eta \\ &\quad - \int_a^{a^*} \lambda_a \sigma_Y w_a(\eta, a^*) d\eta \end{aligned}$$

と置く。

(28),(29) 式に (22),(23) を代入することで、 $K_a(a^*)$ 、 $K_b(b^*)$

に関して次式を得る。

$$K_a(a^*) = K_a^0(a^*) + \sum_{i=1}^{13} e_i A_i^p + \sum_{i=1}^{13} f_i A_i^s \quad (30)$$

$$K_b(b^*) = \sum_{i=1}^{13} e_i B_i^p + \sum_{i=1}^{13} f_i B_i^s \quad (31)$$

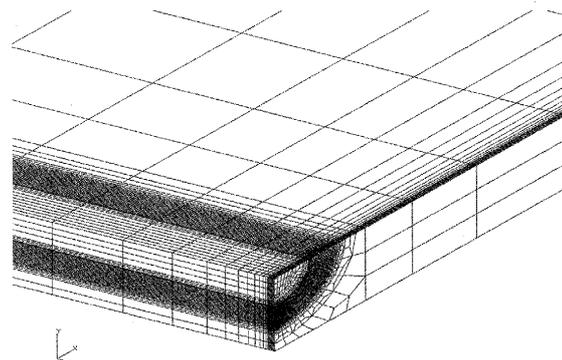
ただし、

$$A_i^p = - \int_0^{a^*} p_i(0, \eta) w_a(\eta, a^*) d\eta$$

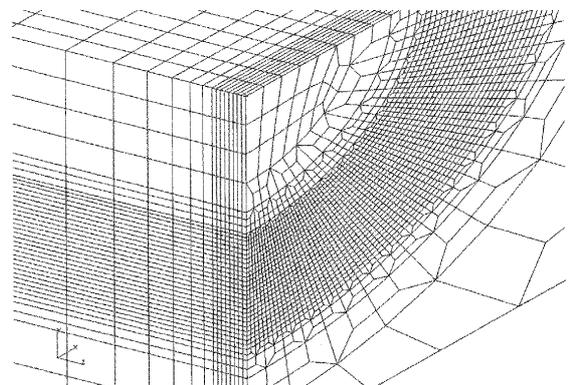
$$A_i^s = \lambda_a \int_a^{a^*} s_i(0, \eta) w_a(\eta, a^*) d\eta$$

$$B_i^p = \int_0^{b^*} p_i(\xi, 0) w_b(\xi, b^*) d\xi$$

$$B_i^s = - \lambda_b \int_b^{b^*} s_i(\xi, 0) w_b(\xi, b^*) d\xi$$



(a) Overall view



(b) Detail view of crack surface

Fig. 6 An example of finite element subdivisions ($a/b = 0.50$, $a/t = 0.5$).

弾性状態におけるSSMと同様に、き裂開口変位の評価点を n

個とすると、(27)式における残差の二乗和 D は、

$$D = \sum_{j=1}^n \left\{ Y(x_j, y_j) - \sum_{i=1}^{13} e_i X_i^p(x_j, y_j) - \sum_{i=1}^{13} f_i X_i^s(x_j, y_j) \right\}^2 \quad (32)$$

と表すことができる。ここで、 $K_a(a^*) = 0$ 、 $K_b(b^*) = 0$ を常に満足させて(27)式を解くため、Lagrangeの未定乗数法を用いてこの条件を考慮する。未定乗数 τ_a, τ_b を導入し、Lagrangeの未定乗数法を適用すると(32)式は以下のように表現できる。

$$F = D + \tau_a K_a(a^*) + \tau_b K_b(b^*) \\ = \sum_{j=1}^n \left\{ Y(x_j, y_j) - \sum_{i=1}^{13} e_i X_i^p(x_j, y_j) - \sum_{i=1}^{13} f_i X_i^s(x_j, y_j) \right\}^2 + \tau_a K_a(a^*) + \tau_b K_b(b^*) \quad (33)$$

上式の評価点 n は、 e_i, f_i の未知係数 26 個及び、Lagrangeの未定乗数法によって導入した τ_a, τ_b の合計 28 個以上とすればよい。 $n(\geq 28)$ 個の評価点を設置した後、(33)式に最小二乗法を適用し、 $(\partial F/\partial e_i) = 0$ 、 $(\partial F/\partial f_i) = 0$ 、 $(\partial F/\partial \tau_a) = 0$ 、 $(\partial F/\partial \tau_b) = 0$ より e_i, f_i, τ_a, τ_b に関する連立方程式を求め、それを解くことで e_i, f_i を同定できる。

3. 弾塑性 FEM 解析結果との比較

Extended SSM を用いたき裂結合モデルの適用性を検証するために、弾塑性 FEM 解析を実施し、提案手法によるき裂開口変位との比較を行った。以下では、 $a/b = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ 、 $a/t = 0.5$ に対する比較結果を示す。なお、今回は解析対象として埋没き裂の長軸長さ ($2b$) に比べ十分板幅 ($2c$) が大きい場合を採用しているため、 b/c の値は十分小さく設定した。

FEM 解析では、解析対象の対称性から 1/8 領域をモデル化し、汎用解析コード MSC.Marc2008r3 を用いた。FEM モデルの一例として、 $a/b = 0.5$ の場合を Fig.6 に示す。要素数は 48,224、最小要素寸法は $0.05\text{mm} \times 0.05\text{mm} \times 0.06\text{mm}$ である。他の FEM 解析においても同程度の最小要素寸法としている。材料定数は通常鋼を想定し、ヤング率 $E = 2.06 \times 10^5 \text{MPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、降伏応力 $\sigma_Y = 314 \text{MPa}$ 、加工硬化係数 $H = E/100$ とし、等方硬化則とミーゼス降伏条件を採用した。

Extended SSM を適用する第一段階として、だ円短軸、長軸上の塑性域 a^*, b^* を与える必要があるが、これには Daniewicz ら⁹⁾ の文献で紹介されている手法を採用した。Daniewicz らの手法では、SSM による $P(x, y)$ の算定に際して、弾塑性状態であっても、basic slice と spring slice において、結合力を無視した弾性き裂開口変位が等しいという条件を採用しており、その条件より求められた $P(x, y)$ をき裂結合モデルに適用することで、埋没き裂のだ円短軸上、長軸上の仮想き裂先端位置 a^*, b^* を与えるため、弾塑性状態のき裂開口変位については双方の slice で開口変位に相違が認められる。しかしながら著者らの事前検討により、Daniewicz らの手法を用いることで、低荷重領域に対しては塑性域先端位置を満足できる精度で求められることを確認している。したがって、本研究では Daniewicz らの手法を参考

に埋没き裂のだ円短軸、長軸上の塑性域先端位置 a^*, b^* を計算し、その後 Extended SSM を利用して弾塑性状態のき裂開口変位を推定した。本研究で採用したき裂開口変位の計算手順を以下に示す。

1. 実き裂に対して従来の弾性状態における SSM を利用し、外力に対する spring force $P(x, y)$ を求める。ここでは $S(x, y) = 0$ とする。
2. basic slice, spring slice に 1. で求めた spring force を考慮したき裂結合モデルを適用し、短軸、長軸の仮想き裂先端位置 (塑性域先端位置) a^*, b^* を求める。
3. 仮想き裂を実き裂とみなして SSM を利用し、再度 spring force $P(x, y)$ を求める。
4. 2. → 3. → 2. → 3. → ... を仮想き裂先端位置 a^*, b^* が収束するまで繰り返す。
5. 4. で求めた仮想き裂先端位置 a^*, b^* を Extended SSM に入力して spring force $P(x, y)$ 及び $S(x, y)$ を求め、弾塑性状態におけるき裂開口変位を計算する。

上記手順に従って計算した Extended SSM と弾塑性 FEM 解析によるき裂開口変位の比較結果を Fig.7~10 に示す。上記手順では収束計算を行う必要があるが、いずれの計算においても 5 回程度の繰り返しで収束解が得られた。Fig.7~10 は、 $a/b = 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$ 及び $a/t = 0.5$ の短軸上、長軸上における比較結果であり、図中の横軸はき裂中心からの距離の無次元値を、縦軸はき裂開口変位を表す。また、記号が弾塑性 FEM 解析による結果であり、実線が Extended SSM による結果にそれぞれ対応している。なお、FEM 解析において塑性域先端が短軸方向のリガメント端部に達したケースは、き裂結合モデルの適用範囲外であるため、比較対象から除外した。

Fig.7~10 において、弾塑性 FEM 解析結果の塑性域に開口変位量がプロットされているが、これは、き裂に垂直な方向に分布する塑性ひずみの積分値と等しい長さを有する小片に応力が作用した場合の変位量を表しており、次式を用いて計算された値である。

$$V^f = \left(1 + \frac{\sigma_Y}{E}\right) \int_{\text{plastic zone}} \varepsilon_p^z dz \quad (34)$$

この値は板厚貫通き裂においては、き裂結合モデルの仮想き裂部の開口変位と等しいことが数値計算結果から示されている¹³⁾。

Fig.7~10 より、Extended SSM は実き裂面におけるき裂開口変位を定量的に推定していることが分かる。 $a/b = 0.25$ の $\sigma_{\text{net}}/\sigma_Y = 0.6$ において、他のケースに比べ提案手法と FEM 解析結果の誤差が大きいことが確認できるが、き裂中心部における開口量の誤差は約 6% であり、十分な精度でき裂開口変位を推定できていると判断できる。

仮想き裂面については、 $a/b = 0.75, 1.00$ 、 $\sigma_{\text{net}}/\sigma_Y = 0.8$ を除いて、Extended SSM は仮想き裂面のき裂開口変位 ((34) 式より計算した物理量) を良好な精度で推定していると判断できる。一方、 $a/b = 0.75, 1.00$ 、 $\sigma_{\text{net}}/\sigma_Y = 0.8$ の場合は、き裂開口変位及び塑性域先端位置の誤差が他のケースに比べ増大していることが確認される。この原因の一つとして、推定した塑性域先端位置が FEM 解析結果と異なるため、き裂開口変位に対する誤差が増大したと考えられる。

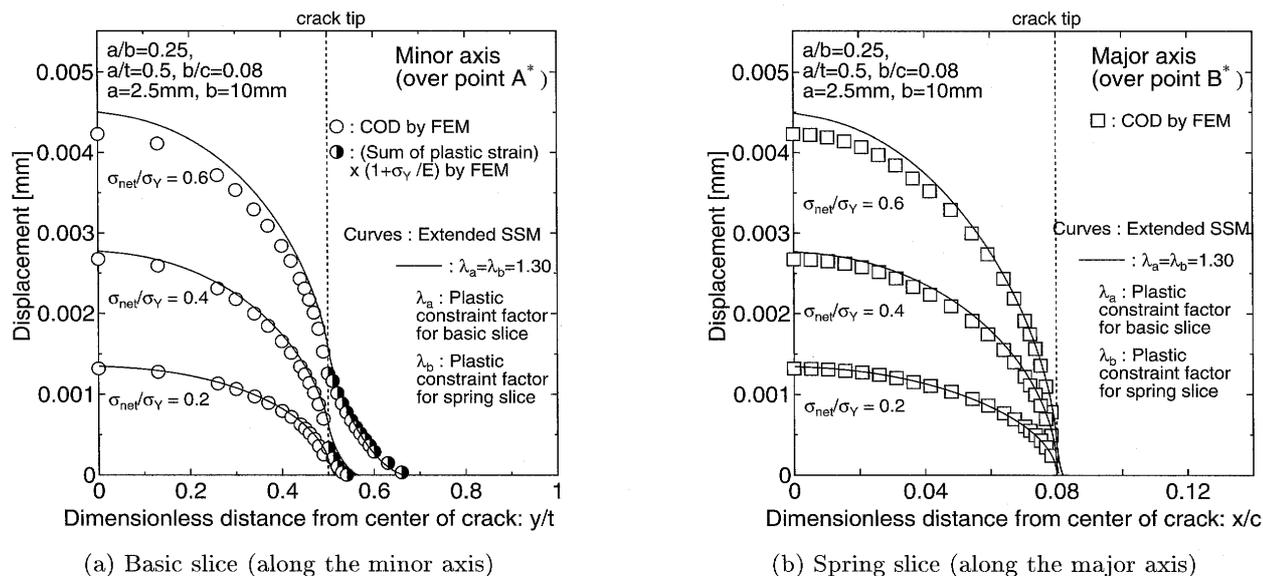


Fig. 7 Comparison of calculated crack opening displacement profiles applying extended SSM with FEM results ($a/b = 0.25$, $a/t = 0.5$, $b/c = 0.08$).

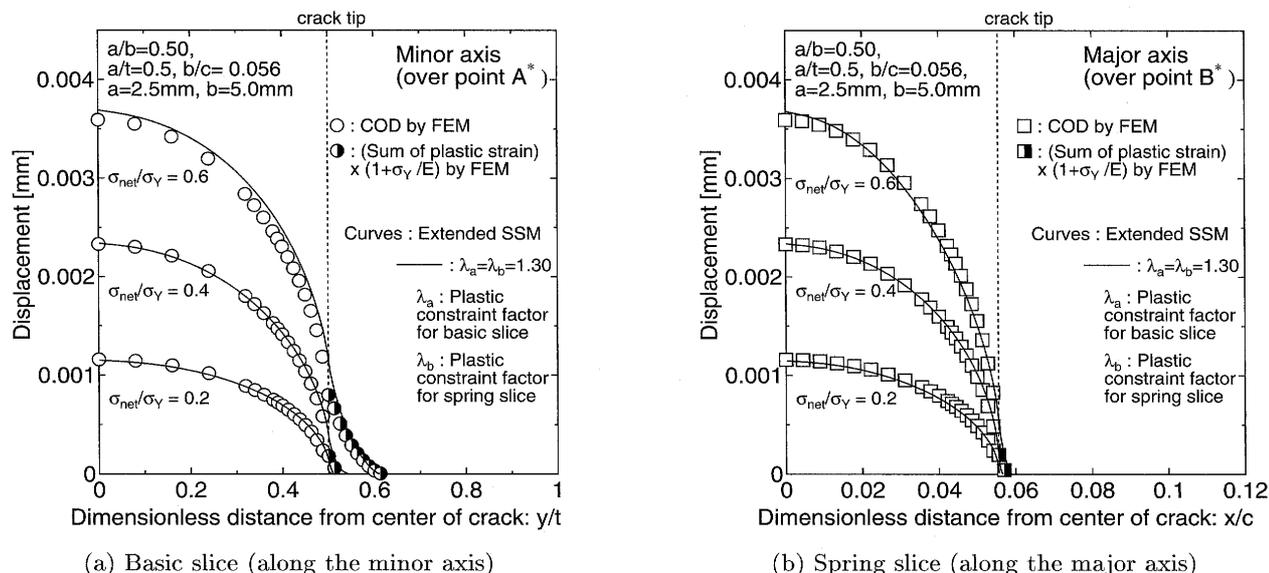


Fig. 8 Comparison of calculated crack opening displacement profiles applying extended SSM with FEM results ($a/b = 0.50$, $a/t = 0.5$, $b/c = 0.056$).

Fig.11,12に $a/b = 0.75, 1.00$, $\sigma_{net}/\sigma_Y = 0.8$ における埋没き裂短軸上のき裂開口変位の比較結果を示しており、太い実線が FEM 解析結果による塑性域先端位置を用いて Extended FEM を適用した結果を、破線が上述の手法に沿って計算された結果 (Fig.9,10の basic slice 上の開口変位) を表しているが、塑性域先端位置を精度よく求めることができれば、高荷重条件下においても、仮想き裂面内のき裂開口変位を高精度に推定できると期待される。

したがって、高荷重条件下における塑性域先端位置の与え方に対する問題はあがるが、板厚貫通き裂で成立しているき裂結合モデルの仮想き裂面の開口変位と、(34)式により計算される物理量との関係が、表面・埋没き裂においても成立する可能性があることが示された。

上記の計算では、FEM 解析結果と Extended SSM の結果

がアスペクト比 a/b や荷重レベル σ_{net}/σ_Y に関係なく、全体的に合うように塑性拘束係数 λ_a, λ_b を $\lambda_a = \lambda_b = 1.3$ と設定した。塑性拘束係数の適切な設定については、今後の課題と考えられる。

なお、高荷重条件の場合、き裂深さ方向及び板厚方向のリガメント収縮量が大きくなるため、提案手法のようにき裂面垂直方向の応力のみに着目したき裂結合モデルの重ね合わせによる取り扱いが適用できなくなる場合も想定されるため、適用限界を明確化した上での適用が必要であると考えられる。

$a/b = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$, $a/t = 0.3$ についても $a/t = 0.5$ と同様の比較を実施したが、 $\sigma_{net}/\sigma_Y \leq 0.6$ であれば、実き裂面及び仮想き裂面のき裂開口変位を精度よく推定できることを確認している。したがって、現状の Extended SSM の適用範囲としては、 $0.25 \leq a/b \leq 1.0$, $a/t \leq 0.5$ と設定できる。

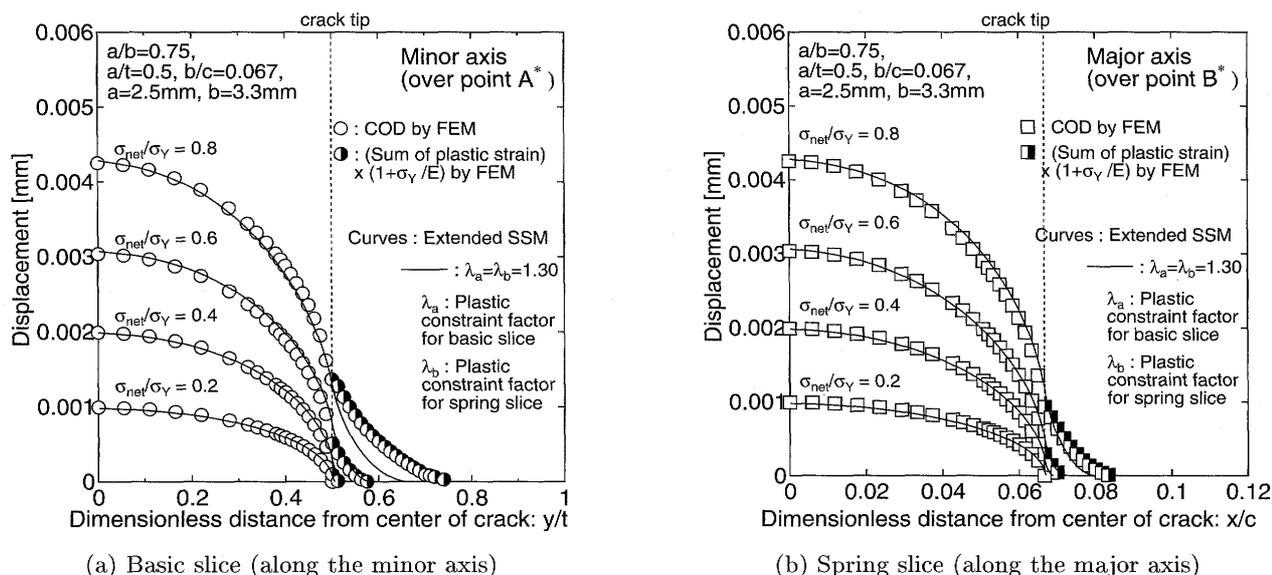


Fig. 9 Comparison of calculated crack opening displacement profiles applying extended SSM with FEM results ($a/b = 0.75$, $a/t = 0.5$, $b/c = 0.067$).

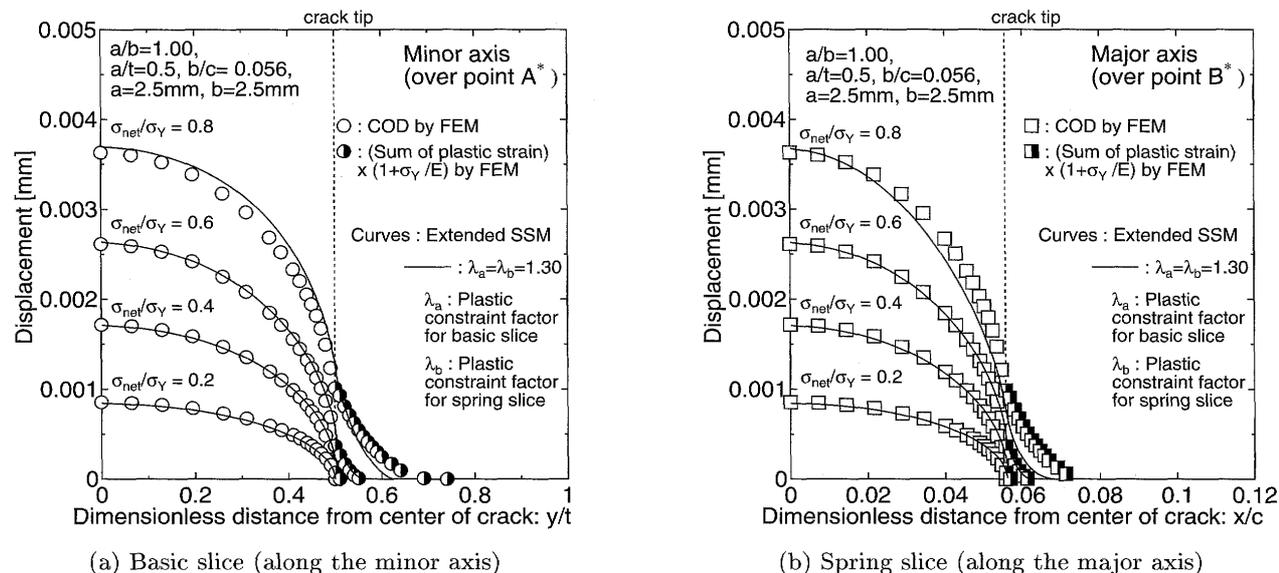


Fig. 10 Comparison of calculated crack opening displacement profiles applying extended SSM with FEM results ($a/b = 1.00$, $a/t = 0.5$, $b/c = 0.056$).

以上の結果、本研究で提案した Extended SSM を用いることで、一様引張応力下の有限体板厚中央部に存在する埋没き裂の弾塑性状態におけるき裂開口変位を、上記適用範囲内で良好な精度で推定できることを確認した。

4. 結論

一様引張応力場の有限体板厚中央部に存在する埋没き裂に対し、著者らが提案した Extended SSM に基づくき裂結合力モデルを適用し、き裂形状 $0.25 \leq a/b \leq 1.0$ 及び $a/t \leq 0.5$ 、荷重レベル $\sigma_{net}/\sigma_Y \leq 0.6$ であれば、埋没き裂の短軸上、長軸上におけるき裂開口変位を良好な精度で推定できることを確認した。

また、板厚貫通き裂で成立しているき裂結合力モデルの仮想き裂部のき裂開口変位と、弾塑性 FEM 解析の塑性ひずみの積分値

との関係が、埋没き裂においても成立する可能性を示した。

今後の課題として、塑性域先端位置の推定精度の向上対策、Extended SSM における適切な塑性拘束係数の設定、板幅方向を有限領域として取り扱う必要がある場合に対する検討、SSM のき裂開口モデルに基づく疲労き裂成長シミュレーションへの導入、等が挙げられる。

謝 辞

本研究は、科学研究費基盤研究 (B) (課題番号 19360395)、日本学術振興会特別研究員奨励費 (課題番号 20・1707) 並びに造船学術研究推進機構の研究助成により実施されたものであり、関係各位に御礼申し上げます。

また、九州大学大学院工学府建設システム工学専攻修士課程の福留邦繁君には、埋没き裂の弾塑性 FEM 解析にあたりご協力頂

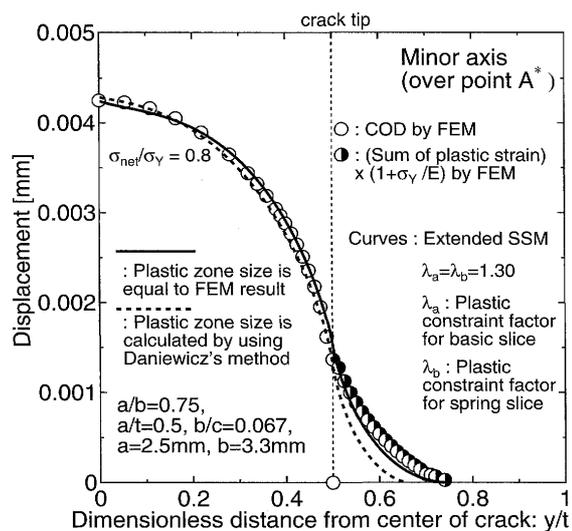


Fig. 11 Effect of fictitious crack tip for the estimation accuracy of crack opening profile ($a/b = 0.75$, $a/t = 0.5$, $b/c = 0.067$).

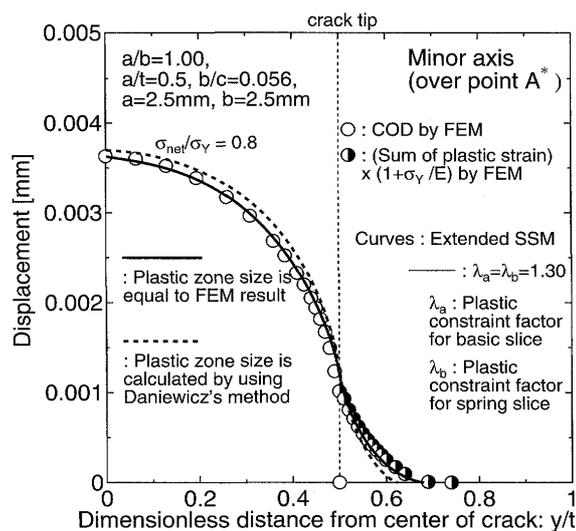


Fig. 12 Effect of fictitious crack tip for the estimation accuracy of crack opening profile ($a/b = 1.00$, $a/t = 0.5$, $b/c = 0.056$).

きました。ここに謝意を示します。

参考文献

- 1) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T. : Fatigue Crack Propagation for A Through Thickness Crack: A Crack Propagation Law Considering Cyclic Plasticity near The Crack Tip, International Journal of Fatigue, Vol.26, No.9, 2004, pp.983-992
- 2) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T. : Fatigue Life Assessment for Welded Structure without Initial Defects: An Algorithm for Predicting Fatigue Crack Growth from A Sound Site, International Journal of Fatigue, Vol.26, No.9, 2004, pp.993-1002
- 3) 永田幸伸, 末田明, 後藤浩二, 豊貞雅宏: 面内ガセット継手の疲労き裂発生・成長シミュレーション, 日本船舶海洋工学会論文集, 第2号, 2005, pp.361-367
- 4) Zhao, W., Wu, X.R. and Yan, M.G. : Weight Function for Three Dimensional Crack Problem -I Basic Formulation and Application to An Embedded Elliptical Crack in Finite Plate, Engineering Fracture Mechanics, Vol.34, No.3, 1989, pp.593-607
- 5) Gotoh, K. and Nagata, Y. : Stress Intensity Factor for Three Dimensional Cracks by Applying Slice Synthesis Methodology, Proceedings of The Eighteenth International Conference (ISOPE2008), Volume 4, pp.236-240
- 6) 永田幸伸, 後藤浩二: Slice Synthesis Methodology を用いた埋没き裂の応力拡大係数及び弾性き裂開口変位算定手法について, 日船舶海洋工学会論文集, 第9号, 印刷中
- 7) Dugdale, D.S. : Yielding of Steel Sheets Containig Slits, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.8, Issue 2, 1960, pp.100-104
- 8) Daniewicz, S.R. : A Modified Strip-Yield Model for Prediction of Plasticity-Induced Closure in Surface Flaws, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol.21, 1998, pp.885-901
- 9) Daniewicz, S.R. and Aveline, C.R. : Strip-yield and finite element analysis of part-through surface flaws, Engineering Fracture Mechanics, Vol.67, 2000, pp.21-39
- 10) Tada, H., Paris, P.C. and Irwin, G.R. : The Stress Analysis of Cracks Handbook (Third Edition), ASME International, 2000
- 11) Paris, P.C. : The Mechanics of Fracture Propagation and Solution to Fracture Arrester Problem, Document D2-2195, The Boeing Company, 1975
- 12) Green, A.E. and Sneddon, I.N. : The distribution of stress in the neighborhood of a flat elliptical crack in an elastic solid, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol.46, 1950, pp.159-163
- 13) Toyosada, M. and Gotoh, K. : Physical Meaning of the Fictitious Crack Opening Displacement in Dugdale Model, Proceedings of 11th International Conference on Fracture (ICF11), ICF11-4620, 2005