（昭和 44 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演）

# 二軸曲げを受ける柱の弾塑性解析（その1）

藤　田　　譲*　吉田宏一郎*
大　勝　孝　司**

## Elasto-plastic analysis of Column Subjected to bi-axial Bending

by Fujta Yuzuru, *Member*　Yoshida Koichiro, *Member*
Ohkatsu Takashi, *Member*

Summary

The study on elasto-plastic analysis of framed structures based on the plastic hinge concept has been greatly developed by use of matrix method, and on the elasto-plastic in-plane instability problem of columns with pretty high axial force, a great deal of work has been done experimentally and also analytically, especially by CDC method. As to the elasto-plastic instability problem of columns subjected to high axial force and also bi-axial bending moments, several kinds of analytical method have been published. However, in most work, the kind of applied load is limited to eccentrically axial loading and more over the computation is complicated. In this paper, simplifying theory by neglected torsion effect and adopting a new concept with respect to bending stiffness of a section, a unified method for computing the elasto-plastic behaviour of columns subjected to axial force and also to bi-axial moments is proposed. Many kinds of column problems will be able to be solved by use of this method, for example, a column with initial deflection, bi-axial eccentricity and a column with loading-program.

The computation results were compared with the experiments of four *H*-section columns with loading-program, and it showed that this method is useful to predict column behaviour in elasto-plastic range.

## 1　序　　論

塑性関節理論による骨組構造物の弾塑性解析は急速に研究が進んでいる。しかし，これらの解析法は，高軸力を受ける部材のある場合には別の解析をなすことが要求される。本解析はその種の場合を扱うもので，二軸曲げと軸力を受ける単一柱の弾塑性解析を行なう。

弾塑性状態における柱は断面剛性は柱軸上に不規則に分布している。更には荷重の変化するに従がつて，刻々とその剛性分布も変化する。それゆえ，柱の弾塑性解析は各荷重段階において断面剛性を決定することと，不規則な剛性分布を有する柱の変形を決定することの二つの問題に要約される。一軸曲げを受ける柱の弾塑性解析は多くの研究[2,5]がなされ明らかとなつている。更に一軸曲げによる柱の弾塑性曲げ振り座屈に関する研究[6]も十分進んでいる。二軸曲げを受ける一様断面柱の微小変形弾性解析は文献等[4]により厳密解が得られている。弾塑性論に関しても近年諸外国において研究が進み，文献[1]はそれらの総括を行なつている。然し，そこで述べているように，対象の柱は一様断面で，初期撓みなく，ほとんどの場合荷重は二軸偏心軸荷重のみを扱つている。

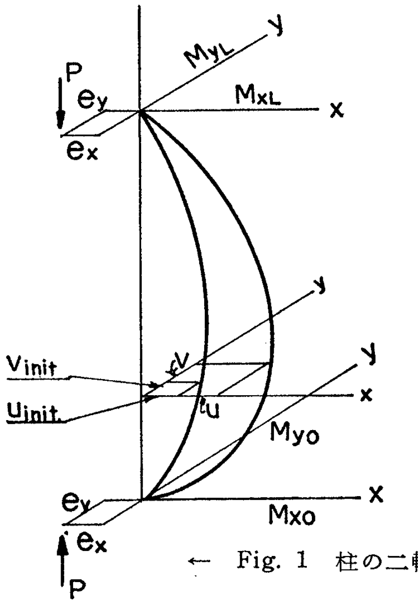
矩形断面柱の 3 次元解析を行なつた文献を除いて，通常は柱軸の変形と剛性とを問題とする考え方に立脚している。文献[3]等はこの場合の数値解法を試みかなり正確な解を得ている。ただ，各荷重増分毎に逐次近似計算を含むために多大な計算量となつている。従来この分野における弾塑性断面の剛性の定義は形式上，弾性理論にお

*　東京大学工学部
**　東京大学大学院

ける断面剛性の定義と同一の考え方（$M_x=-EI_xv''$ 等）に依つている。本解析法においては，弾塑性断面の剛性に関する新しい締型化された概念を導入して，振り無視した場合の柱の弾塑性挙動解析の基礎式を導びいた。二軸偏心荷重の場合とは異なる定められた二軸曲げの荷重経路を受ける柱の実験を行なつて，本解析解との比較を試み，かなりの一致を得ることができた。

## 2 柱の二軸曲げ弾塑性解析法

Fig. 1 に示される偏心と初期撓みのある柱の弾塑性二軸曲げ問題を本解析法の対象としている。




← Fig. 1 柱の二軸曲げ

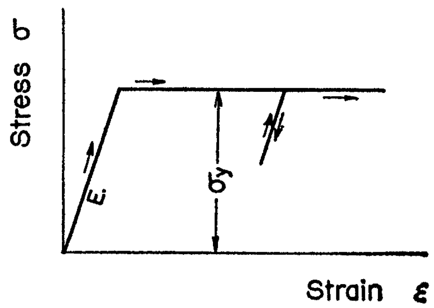



Fig. 2 応力-歪曲線

本解析上の前提条件

（1） 応力と歪の成分は断面垂直成分のみを考え，完全弾塑性材料である。

（2） 捩れ変形，捩りモーメントは無視する。

（3） 軸力は柱軸長に沿つて一定である。

（4） 微小変形，増分理論。

（5） 断面の平面は保持される。

（6） 曲げ崩壊より前に，曲げ捩り座屈は起きない。

### 2.1 弾塑性柱断面の剛性

任意の軸力と二軸曲げモーメントを受けて平衡状態にある断面内の応力分布を $\sigma(x,y)$ とすれば

$$\left.\begin{aligned} M_x&=\int_A \sigma(x,y)\,y\,dxdy \\ M_y&=\int_A \sigma(x,y)\,x\,dxdy \\ P&=\int_A \sigma(x,y)\,dxdy \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$x, y$ 座標は断面図心を原点とする。

の平衡条件式が成立つ。このとき，断面図心（原点）の歪を $\varepsilon_N$，曲率を $v'', u''$ とすれば，平面保持の仮定により，断面内任意点 $R(x,y)$ の歪は

$$\varepsilon(x,y)=\varepsilon_N-xu''-yv'' \tag{2}$$

と表わされる。この平衡状態から微小な荷重増分（$dM_x, dM_y, dP$）を受ける断面の変形成分の増分を $d\varepsilon_N, du'', dv''$ とすれば，$R$ 点の歪増分は

$$d\varepsilon(x,y)=d\varepsilon_N-x\,du''-y\,dv'' \tag{3}$$

である。また完全弾塑性材の仮定より，応力増分は

$$d\sigma(x,y)=E^*(x,y)d\varepsilon(x,y) \tag{4-1}$$

ただし

$$E^*(x,y)=\begin{cases} E & ;\text{領域 } A_1\ \ |\sigma(x,y)+E\cdot d\varepsilon(x,y)|<\sigma_Y \\ O & ;\text{領域 } A_2\ \ |\sigma(x,y)|=\sigma_Y,\sigma(x,y)\cdot d\varepsilon(x,y)>0 \\ (\sigma_Y-|\sigma(x,y)|)/d\varepsilon(x,y) & ;\text{領域 } A_3\ \ |\sigma(x,y)|<\sigma_Y,|\sigma(x,y)+Ed\varepsilon(x,y)|>\sigma_Y \end{cases} \tag{4-2}$$

となる。このように $E^*(x,y)$ は基準の応力値と歪増分とにより規定される位置の函数である。無限小歪増分を考えるならば，$E^*(x,y)$ は単に $\sigma(x,y)$ だけの函数となる。これは基準（平衡）状態の応力分布 $\sigma$ が既知であれば，任意の歪増分の分布に対して，応力増分の分布は決まることになる。この増分量に関する平衡条件は(3)，(4)式を用いて

$$\left.\begin{aligned} dM_x&=\int_A d\sigma(x,y)ydxdy=-(B_{11}dv''+B_{12}du''+B_{13}d\varepsilon_N) \\ dM_y&=\int_A d\sigma(x,y)xdxdy=-(B_{21}dv''+B_{22}du''+B_{23}d\varepsilon_N) \\ dP&=\int_A d\sigma(x,y)dxdy=-(B_{31}dv''+B_{32}du''+B_{33}d\varepsilon_N) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

但し

$$\left.\begin{aligned} &B_{11}=\int_A E^*(x,y)y^2dxdy, && B_{22}=\int_A E^*(x,y)x^2dxdy \\ &B_{33}=-\int_A E^*(x,y)dxdy, && B_{12}=B_{21}=\int_A E^*(x,y)xydxdy \\ &B_{13}=-B_{31}=-\int_A E^*(x,y)ydxdy, && B_{23}=-B_{32}=-\int_A E^*(x,y)xdxdy \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

と表わせる。

純弾性の場合には $E^*(x,y)=E$ であるので(6)式より

$$B_{11}=EI_x,\quad B_{22}=EI_y,\quad B_{33}=-EA,\quad B_{12}=B_{21}=B_{13}=B_{31}=B_{23}=B_{32}=0 \tag{7}$$

となつて，通常の弾性理論と一致する。

(5)式を顧ると，無限小増分量に関する全微分形式となつているので，剛性を

$$B_{ij}=-\frac{\partial Q_i}{\partial q_j}\quad (i,j=1,2,3) \tag{8}$$

ただし $Q_1=M_x$, $Q_2=M_y$, $Q_3=P$, $q_1=v''$, $q_2=u''$, $q_3=\varepsilon_N$ と定義していることになる。

更に，軸力増分 $dP=0$ の特別な場合には，独立変数が一つ減らされて，

$$dM_x=-(B_{xx}dv''+B_{xy}du'')$$
$$dM_y=-(B_{yx}dv''+B_{yy}du'')$$

である。ただし，

$$B_{xx}=B_{11}-B_{31}/B_{33},\quad B_{xy}=B_{12}-B_{32}/B_{33},\quad B_{yx}=B_{21}-B_{31}/B_{33},\quad B_{yy}=B_{22}-B_{32}/B_{33}$$

として，拘束条件

$$B_{31}dv''+B_{32}du''+B_{33}d\varepsilon_N=0$$

を満たすものとする。

### 2.2 基礎方程式

Fig. 1 に示されるような荷重を受けて平衡状態にある柱軸上 $\forall z$ の断面に働くモーメント及び軸力は

$$\left.\begin{aligned} M_x(z)&=M_{x1}+z/L\cdot M_{x2}+P\{v(z)+v_{\text{init}}(z)+e_y\} \\ M_y(z)&=M_{y1}+z/L\cdot M_{y2}+P\{u(z)+u_{\text{init}}(z)+e_x\} \\ P(z)&=P \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} M_{x1}&=M_{x0}, & M_{x2}&=M_{xL}-M_{x0} \\ M_{y1}&=M_{y0}, & M_{y2}&=M_{yL}-M_{y0} \end{aligned}\right\} \tag{9-1}$$

であつて，端部荷重増分に対しては

$$\left.\begin{aligned}&dM_x(z)=dM_{x1}+z/L\cdot dM_{x2}+(P+dP)dv(z)+dP\cdot\{v(z)+v_{init}(z)+e_y\}\\&dM_y(z)=dM_{y1}+z/L\cdot dM_{y2}+(P+dP)du(z)+dP\cdot\{u(z)+u_{init}(z)+e_x\}\\&dP(z)=dP\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

である。増分前の平衡状態における変形の各成分及び応力状態が既知であれば，その平衡状態から微小な荷重増分に対応する断面の剛性は前節に示された通り確定し，柱軸上にそれらの剛性が分布する。故に任意軸上での剛性は

$$B_{ij}(z)\quad(i,j=1,2,3)$$

である。

変形の幾何学より

$$\left.\begin{aligned}&dv(z)=dv(0)+z\cdot dv'(0)+\int_0^z\int dv''(z)dzdz\\&du(z)=du(0)+z\cdot du'(0)+\int_0^z\int du''(z)dzdz\\&dv'(z)=dv'(0)+\int_0^z dv''(z)dz\\&du'(z)=du'(0)+\int_0^z du''(z)dz\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

の関係式があるので，(10)式の右辺の $dv(z), du(z)$ に(11)式を代入し，( 5 )式と組合せると，平衡条件式

$$\left.\begin{aligned}&B_{11}(z)dv''(z)+B_{12}(z)du''(z)+B_{13}(z)d\epsilon_N(z)+M_{x1}+z/L\cdot dM_{x2}\\&\quad+(P+dP)\cdot\left[dv(0)+z\cdot dv'(0)+\int_0^z\int dv''(z)dzdz\right]=-dP\cdot(v(z)+v_{init}(z)+e_y)\\&B_{21}(z)dv''(z)+B_{22}(z)du''(z)+B_{23}(z)d\epsilon_N(z)+dM_{y1}+z/L\cdot dM_{y2}\\&\quad+(P+dP)\cdot\left[du(0)+z\cdot du'(0)+\int_0^z\int du''(z)dzdz\right]=-dP\cdot(v(z)+u_{init}(z)+e_x)\\&B_{31}(z)dv''(z)+B_{32}(z)du''(z)+B_{33}(z)d\epsilon_N(z)=-dP\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

を得る。他に 4 コの条件式があれば(12)の方程式は解くことができる。本解析では変位拘束の境界条件を考えるので，

$$\left.\begin{aligned}&z=0\qquad dv(0)=0,\quad du(0)=0\\&z=L\qquad dv(L)=0,\quad du(L)=0\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

となる。これは

$$\left.\begin{aligned}&dv(0)=0,\quad L\cdot dv'(0)+\int_0^L\int dv''(z)dzdz=0\\&zu(0)=0,\quad L\cdot du'(0)+\int_0^L\int du''(z)dzdz=0\end{aligned}\right\}\tag{13-1}$$

と書き直される。

(12) 式及び (13-1) 式が考えている荷重増分に対する変形増分を決定する基礎方程式となる。

この連立積分方程式は剛性分布が極く単純な場合を除いて厳密な解析解を得ることは困難である。

弾塑性柱の剛性分布は一般に複雑な形となることは避けられないので，この様な場合にも適する解法として，差分法に類似する和分による数値解法を述べる。

柱を有限要素に区分して，各要素内の曲率は一定であるとする。簡単の為に軸長を $i_{max}$ 等分割して，節点番号 $i$ と要素番号 $j$ を $z=0$ から順に付けると，

$$i=1,2,\cdots\cdots i_{max}+1\qquad j=1,2,\cdots\cdots i_{max}$$
$$\rho=L/i_{max}$$

である。$i$ 節点の変位及び傾斜は

$$dv'(i)=dv'(1)+\rho\sum_{j=1}^{i-1}dv''(j),\qquad dv(i)=dv(1)+(i-1)\rho dv'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i-1}\left(i-j-\frac{1}{2}\right)dv''(j)$$

$$du'(i)=du'(0)+\rho\sum_{j=1}^{i-1}du''(j),\qquad du(i)=du(1)+(i-1)\rho du'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i-1}\left(i-j-\frac{1}{2}\right)du''(j)\tag{14-1}$$

となる。軸力との連成項として関係する $i$ 要素の変位の代表値を $dv_m(i), du_m(i)$ として，

$$\left.\begin{array}{l} dv_m(i)=dv(i)+\frac{1}{2}\rho dv'(i)=dv(1)+\left(i-\frac{1}{2}\right)\rho dv'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i-1}(i-j)\,dv''(j) \\ du_m(i)=du(i)+\frac{1}{2}\rho du'(i)=du(1)+\left(i-\frac{1}{2}\right)du'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i-1}(i-j)\,du''(j) \end{array}\right\} \quad (14\text{-}2)$$

と近似する。

(14-1), (14-2) 式を (12), (13-1) に代入して,

$dv(1)=0,\quad du(1)=0$ を考慮すると,

$$\left.\begin{array}{l} L\cdot dv'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i_{\max}}\left(i_{\max}-j+\frac{1}{2}\right)dv''(j)=0 \\ L\cdot du'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i_{\max}}\left(i_{\max}-j+\frac{1}{2}\right)du''(j)=0 \end{array}\right\} \quad (15)$$

$$\left.\begin{array}{l} \rho\left(i-\frac{1}{2}\right)\cdot dv'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i-1}(i-j)dv''(j)+\frac{B_{11}(i)}{P+dP}dv''(i)+\frac{B_{12}(i)}{P+dP}du''(i) \\ \quad +\frac{B_{13}(i)}{P+dP}d\varepsilon_N(i)=\frac{-1}{P+dP}\left[dM_{x1}+\frac{i-1/2}{i_{\max}}dM_{x2}+dP(v_m(i)+v_{\mathrm{init}}(i)+e_y)\right] \\ \rho\left(i-\frac{1}{2}\right)\cdot du'(1)+\rho^2\sum_{j=1}^{i-1}(i-j)du''(j)+\frac{B_{21}(i)}{P+dP}dv''(i)+\frac{B_{22}(i)}{P+dP}du''(i) \\ \quad +\frac{B_{23}(i)}{P+dP}d\varepsilon_N(i)=\frac{-1}{P+dP}\left[dM_{y1}+\frac{i-1/2}{i_{\max}}dM_{y2}+dP(u_m(i)+u_{\mathrm{init}}(i)+e_x)\right] \\ \frac{B_{31}(i)}{P+dP}dv''(i)+\frac{B_{32}(i)}{P+dP}du''(i)+\frac{B_{33}(i)}{P+dP}d\varepsilon_N(i)=-\frac{dP}{P+dP} \\ \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,i_{\max}) \end{array}\right\} \quad (16)$$

ただし

$$v_m(i)=\sum_t dv_m(i),\quad u_m(i)=\sum_t du_m(i)$$

$t$ : 荷重段階を示すパラメータ

(15), (16)式が $dv'(1)$, $du'(1)$, $dv''(i)$, $du''(i)$, $d\varepsilon_N(i)$ $(i=1,2,\cdots\cdots i_{\max})$ に関する $(3i_{\max}+2)$ 元1次連立方程式であるので, 与えられた荷重増分に対して, 上記の変化量が決定する。各断面の歪増分を規定する $dv''(i)$, $du''(i)$, $d\varepsilon_N(i)$ が定まつているので, 各断面の応力増分分布及び, 新しい平衡状態に於ける応力分布が決まる。従つて, 次の荷重増分に対する計算に必要な断面剛性が計算され得ることになる。一方, (14-2)式を用いて $dv_m(i)$, $du_m(i)$ も計算されるので, 次の段階に対する $v_m(i)$, $u_m(i)$ も準備される。曲げ崩壊の条件は

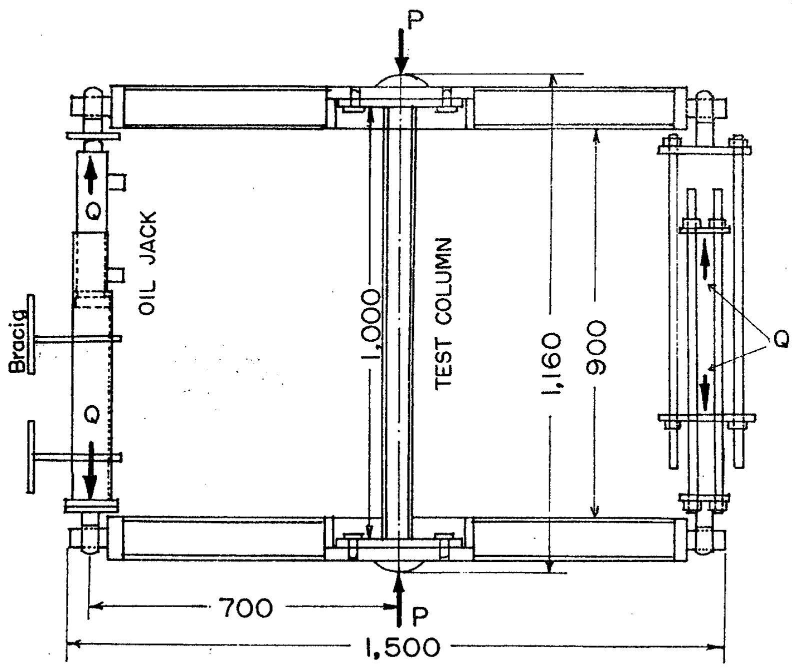



Fig. 3　実験装置全体図

(15), (16) 式の連立方程式の係数行列式＝0によつて判定される。ただし，荷重増分法によつて数値解析する場合，有限な荷重増分量を与えるので，行列式の値が丁度0に等しくなることは望み得ない。その場合には，その値の符号の変化或いは，絶対値の極小値を判定条件にする。場合によつては曲率分布等の異常性を物理的に考察して，崩壊の条件とするのが宜しい。

## 3 実　　験

両端支持の一様断面柱が一定軸力の下で両端に二軸曲げを受けて，弾塑性挙動を示し，最終的に曲げ崩壊する場合の実験として，柱端の荷重経路が Fig. 6 に示される通り4本の試験を行なつた。実験結果は解析解と比較検討される。

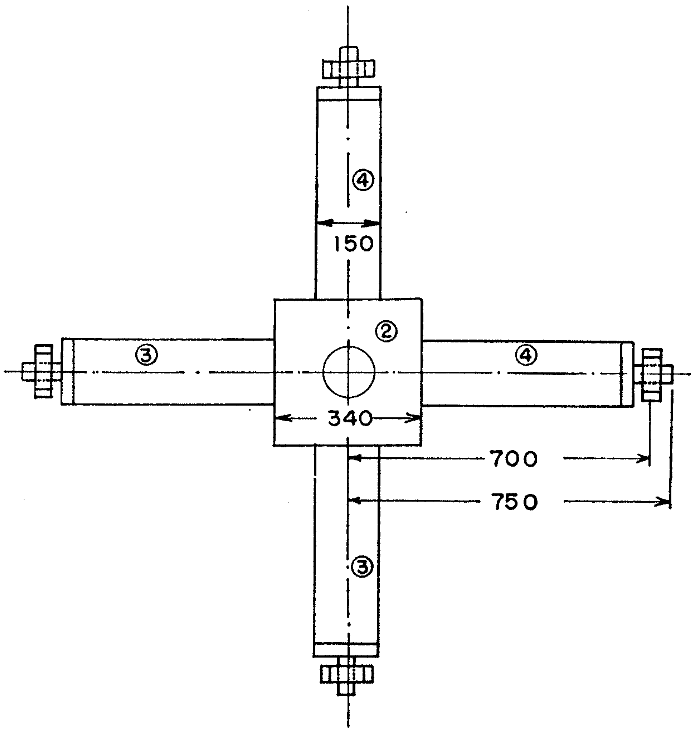



Fig. 4 荷重装置平面図

試験装置及び試験体は Fig. 3, 4 に示されるような配置になつて，柱は両端の厚板を介して荷重用装置の箱の底板にボルト固着され，軸力の着力線及び，曲げ偶力の方向が柱軸及び断面主軸線に一致するようにした。柱端の支持条件を満たすように，荷重装置の主軸力の着力点に球座を使い，偶力用のジャッキ荷重の着力部には複列ベアリングを使用した。

試験体は Fig. 3, 5 に示されるように，両端に厚板を溶接した高さ 1m ($l/r \fallingdotseq 32$) のH形断面柱で，応力焼鈍

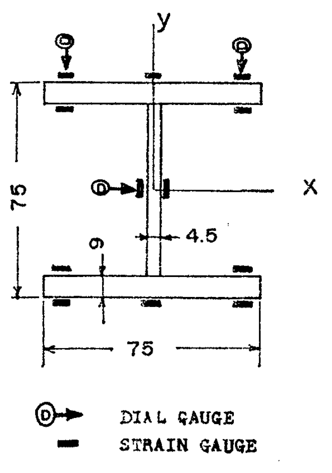



Fig. 5 断面寸法と測定位置

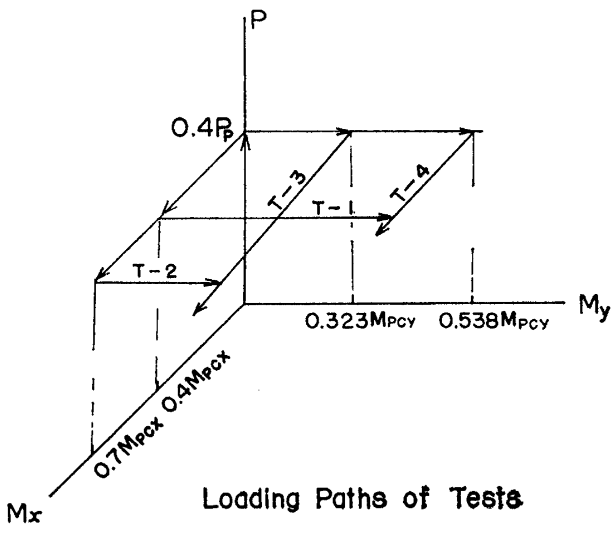
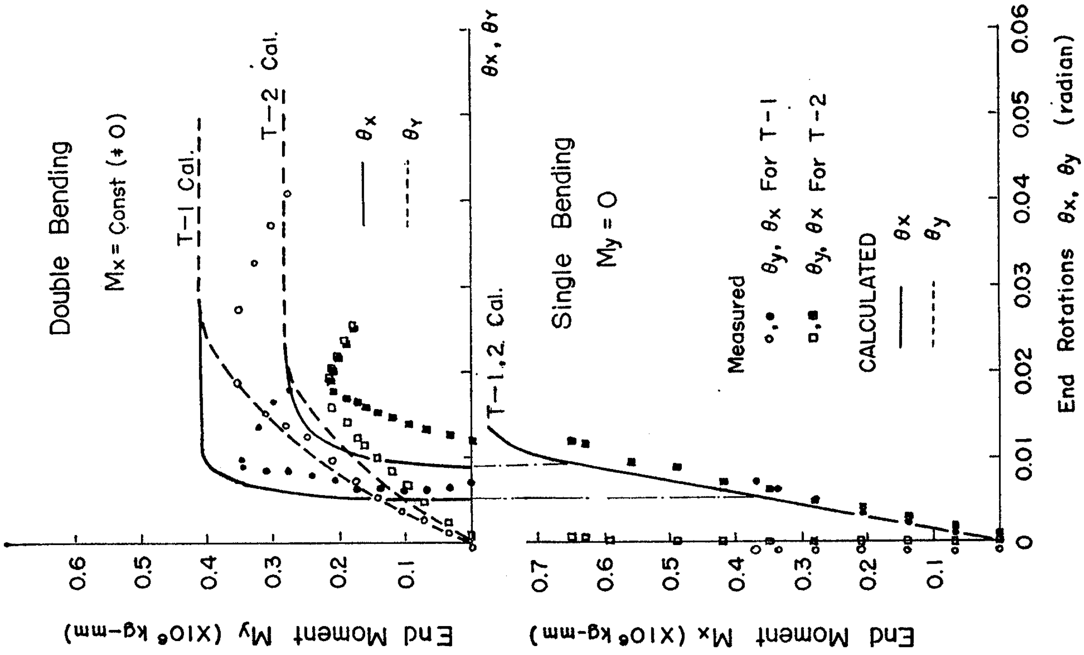


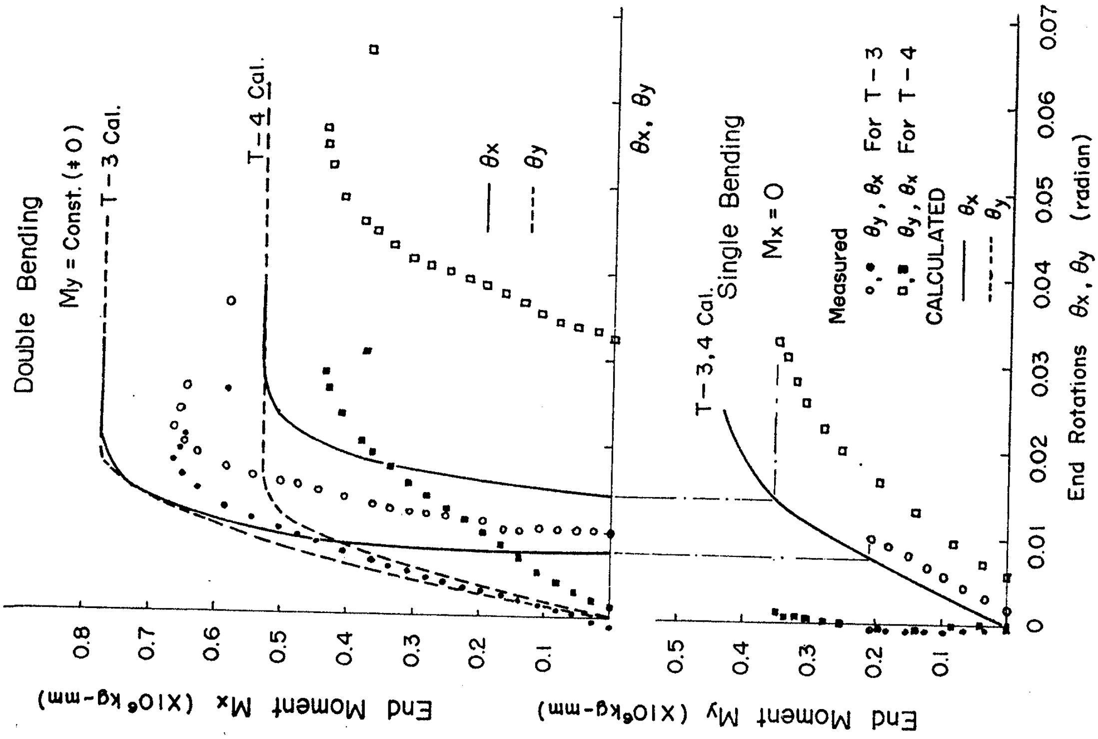

Fig. 6 実験荷重経路図

を行なつている。試験体の材料定数は短柱の圧縮試験より定められ，$E=23500\,\mathrm{kg/mm^2}$, $\sigma_Y=28.0\,\mathrm{kg/mm^2}$ であつた。

各試験の荷重経路は Fig. 6 に示した通りであるが，1号試験 (T-1) を例に説明する。先ず軸力を0から $0.4\,P_P$ ($P_P$ は全断面圧縮塑性となる荷重) まで増加させ，その後は軸力 $=0.4\,P_P$ を常に保持させて置くことにして，第1の曲げ段階 (一軸曲げ) として $M_x$ を0から定められた値，$0.4\,M_{PCX}$ ($M_{PCX}$ は $P=0.4\,P_P$ に於ける強軸周りの全断面塑性モーメント) まで徐々に増加させる。その後は $P=0.4\,P_P$, $M_x=0.4\,M_{PCX}$ を保持しながら第2の曲げ段階 (二軸曲げ) には入る。$M_y$ を0から徐々に増加させ，最高荷重に到らしめる。最高荷重に達した




Moment-Rotation Curve For T−1, T−2 Tests
$P = 0.4P_p$
Fig. 7




Moment - Rotation Curve For T−3, T−4 Tests
$P = 0.4P_p$
Fig. 8

後には，変形増分で制御し，$M_y$ が減少することを確かめた後試験を終る。試験は T-1，T-2，T-3，T-4 の順序に行ない，T-3，T-4 試験の第2の曲げ段階に於ける一定モーメント $M_y$ の値は，それぞれ T-1，T-2 試験における最高モーメント ($M_y$) の値に一致させた。

主軸力の測定は試験機（50t 構造用）の計器により，偶力発生用の4コの副ジャッキ荷重については，ロードセルにより測定した。柱の変形に関する計測としては，

1. 柱端の曲げ回転角 ($\theta_x$, $\theta_y$)
2. 撓み分布，捩り角分布 ($u$, $v$, $\beta$)
3. $u''$, $v''$

を行なつた。$\theta_x$, $\theta_y$ は柱端厚板上の4点の撓み量より計算した。又柱を4等分し，両端も含む5つの断面を計測断面として，Fig. 5 に示す測定を行なつた。捩り角はフランジ上の2点の $y$ 方向撓みより計算し，曲率は断面平面保持の仮定によつて，歪値より計算した。

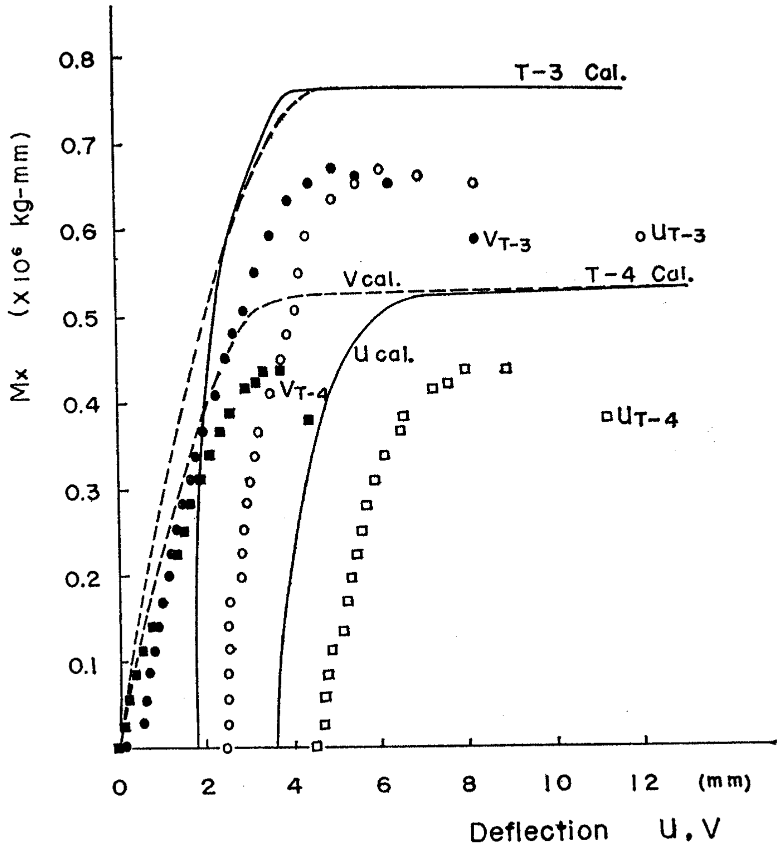



Fig. 9　モーメント中央撓み線図（T-3，T-4 例）二軸曲げ段階（$M_y$=一定）

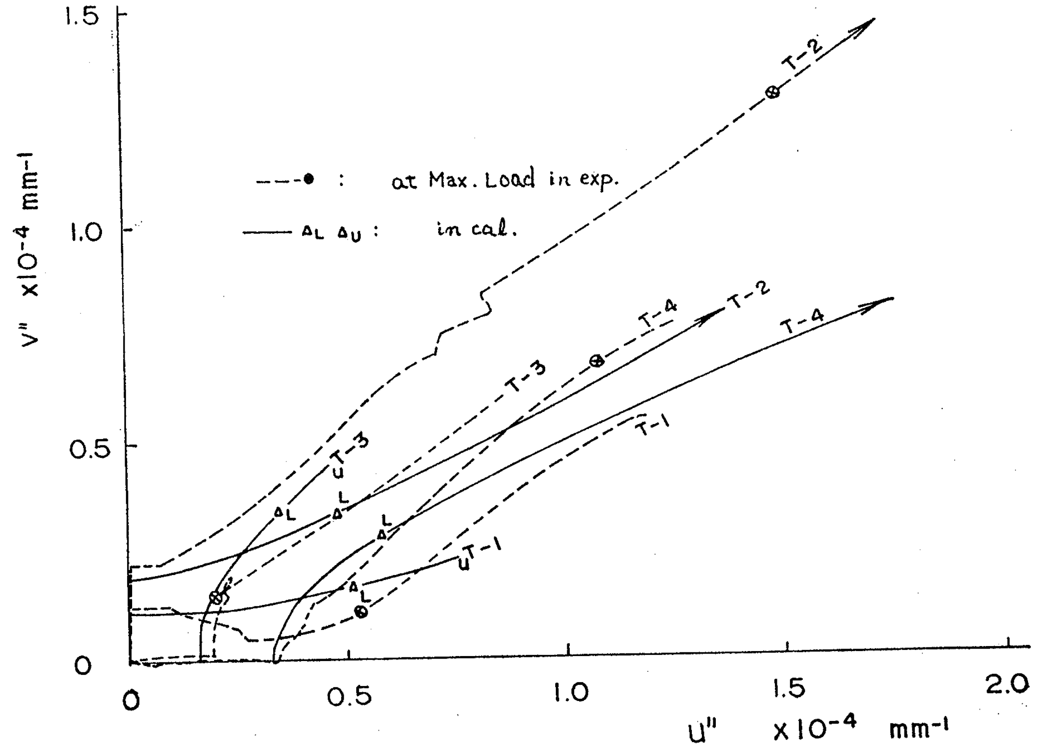



Fig. 10　中央断面の曲率軌跡

## 4 実験結果と数値解析解との比較

数値解析例での定数は，偏心・初期撓みなしで，

$$\rho=L/20,\quad \text{荷重増分}\doteqdot\frac{1}{20}\cdot\text{最高荷重}$$

断面内要素区分；フランジ 6×6，ウェブ 2×4，計 44 要素

を使用した。

端部回転角とモーメントの関係が Fig. 7，8 に示されている。一軸曲げ段階以後を示してあるが，曲げの始まる前に既に回転角を生じているのは，明らかに実験上の初期不整の影響だと思われる。T-4 試験が特にその傾向を示している。解析法は荷重増分法による性量上，増分量を十分細かくしなくては剛性が高目に近似される。また，断面の要素区分を小さくすることも剛性を高目に与える傾向がある。この点を考慮するならば，T-4 を除いては，実験結果と数値解とはかなり一致している。

Fig. 9 に二軸曲げ段階に於ける曲げモーメントと撓みの関係を T-3，T-4 試験に関して示している。

Fig. 10 には各試験に所定の荷重経路に対応して変化した中央断面曲率 $u'', v''$ の軌跡を示してある。図中の⊗は実験における最高荷重時の点，$\Delta_U, \Delta_L$ は計算に於ける最高荷重の上，下近似値に対応する点である。実線は計算，鎖線は実験による値を示す。

二軸曲げ崩壊荷重相関図が Fig. 11 に示される。直線(a)式は溶接協会に於いて提案された設計式である。(b)の全断面塑性相関線は数値計算により求めてある。

計算値は実験値に比べて，やや高目にあるけれども，全断面塑性相関線との関係をみると実験も計算も軸力と撓みの連成による荷重低下の現象を良く示している。荷重経路の影響は実験上明白に現われていない，計算結果は直接の比較はできないけれども，同種の荷重経路である T-1，T-2 の計算結果を結ぶ線と，T-3，T-4 とを結ぶ線がほぼ同一であることが，本試験の柱に関して荷重経路による崩壊荷重の違いは少ないことを暗示している。

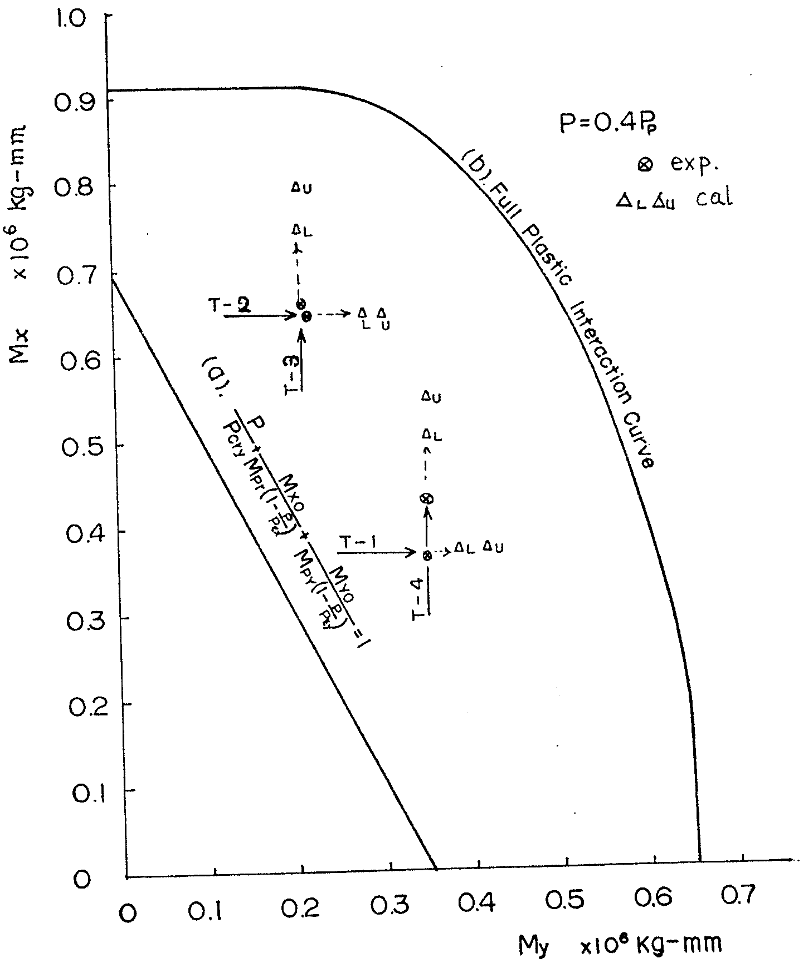



Fig. 11 崩壊荷重相関図

## 5 結論

1. あたらしい弾塑性，断面剛性の定義を用いた本解析法は荷重増分法によつているが，荷重段階において剛性計算及び，剛性分布を有する柱の変形増分の計算に関して繰返し近似計算を含まなくて済むので計算時間は多くを要しない。本実験の1試験に対して，計算時間（HITAC 5020E 使用）は約 30 秒であつた。

2. 本解析法は捩りに関する項を無視しているが，2 軸曲げを受ける柱の弾塑性挙動を近似的には十分追跡なし得る。数値解析に於いて荷重増分を細かく，断面内の有限要素区分を増やすならば精度はかなり高めることができる。変断面の柱に拡張することも容易である。

3. 二軸偏心荷重ではなくて一定軸力下に二軸曲げを受ける柱の弾塑性曲げ実験を行ない，本解析法による数値解と比較した。崩壊荷重が全断面塑性モーメントより十分低くなることが確かめられた。本実験に於いては，二種類の異なる荷重経路に対する崩壊荷重の差異は有意の量ではなかつた。

最後に，本研究における実験は，当時東大船舶工学科学生の遠藤久芳君，湯浅通史君の卒業実験として行なわれ，同構造実験室の金子助手を始めとする職員諸氏にお世話になつたことを記し謝意を表明する。

## 参考文献

1) W. F. Chen, S. Santathadaporn : "Review of Column Behavior under Biaxial Loading" ASCE Vol. 94 ST 12 (1968) p. 999
2) W. F. Chen, S. Santathadaporn : "Curvaturs and the Solution of Eccentrically Loaded Columns" ASCE Vol. 95 EM1 (1969) p. 21
3) C. Birnstiel, J. Michalos : "Ultimate Load of *H*-column under Biaxial Bending" ASCE Vol. 89, ST 2 (1963) p. 3050
4) C. G. Culver : "Initial Imperfections in Biaxial Bending" ASCE Vol. 92 ST 3 (1966) p. 119
5) Driscoll, G. C. Jr. and Others : "Plastic Design of Multi-Story Frames" Lecture Notes of the 1965 Summer Conference, Fritz Engineering Lab. Report No. 273. 20, (1965)
6) Yuhshi Fukumoto, T. V. Galambo : "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns" ASCE Vol. 92 ST 2 (1966) p. 4770