

(昭和 46 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

動揺している水槽内の浅水に生ずる波について

(その 3 実験)

正員 吉 岡 勲* 正員 平 山 次 清**
正員 山 越 康 行***

On the Shallow Water Waves in an Oscillating Tank

Part 3 Experiments

by Isao Yoshioka, *Member* Tsugukiyo Hirayama, *Member*
Yasuyuki Yamakoshi, *Member*

Summary

In this paper, experimental confirmations of our approximate nonlinear theory on the shallow water waves which was previously published^{1,2)} are reported. The results obtained are as follows :

In the range of $\omega < 3\omega_0$ (ω is the frequency of oscillations of the tank containing the shallow water and ω_0 is the natural frequency of the water), the theory sufficiently well represents the wave motions as well as the pressure relation that the bottom pressure exerted from the waves is equal to the static water pressure. The bore and the standing wave appear almost precisely at $\omega = \omega_0$ and $\omega = 2\omega_0$ respectively. The existence of the special combinations of horizontal and inclining oscillations of the tank where no wave motion is excited is also proved experimentally.

At higher resonances of $\omega = 3\omega_0, 5\omega_0$ etc., wave motions are very complicated and appear to include the subharmonics having the frequencies such as $\frac{1}{3}\omega = \omega_0$ for $\omega = 3\omega_0$, $\frac{1}{5}\omega = \omega_0$ and $\frac{3}{5}\omega = 3\omega_0$ for $\omega = 5\omega_0$ and so on, respectively. This phenomenon can not be derived from our simple theory. We became recently aware of Chester's elaborate works⁶⁾ on the same subject as ours (he deals with the horizontal oscillation only), so we could not learn from him to our great regret.

1 緒 言

前に報告した浅水波の非線型理論^{1,2)}を実験によつて確かめるため、簡単な装置による実験を行なつた。その結果は、水槽内の水の固有周波数 ω_0 と、水槽の強制動揺の周波数 ω とが、 $\omega < 3\omega_0$ の範囲では、波動についても底面への水圧についても理論と実験とはよく合っているが、 ω がそれ以上で、特に高次の同調 $\omega = 3\omega_0, 5\omega_0$ 等の附近では、波動は極めて複雑となり、この単純な理論ではそれを説明するのに充分でないことがわかつた。しかし、実用上有意義な範囲の結果が得られたものと考え、ひとまず報告して教示を求めることとする。

2 実験装置

(1) 水槽と動揺台 (Fig. 1) 水槽は内法で幅 $2B = 49$ cm の一様な長方形断面で、奥行 10 cm の箱である。水圧測定の実験にはこれでは小さ過ぎたので 2 倍の寸法のものを使つた。前面だけ透明な材料を使い観察や撮影ができるようにした。

水槽に動揺を与えるのに、水平動揺と傾斜動揺とでは別々の動揺台を用意した。水平動揺には、水槽を台車にのせ、水平に敷いた平行軌条の上を往復させる。傾斜動揺には、脚台に廻転軸でとりつけた枠に水槽を抱かせて枠と共に回転させる。枠の上で水槽の高さを上下に移動させて、回転軸から水面までの高さを調節することがで

* 横浜国立大学 ** 東大大学院 *** 水産庁

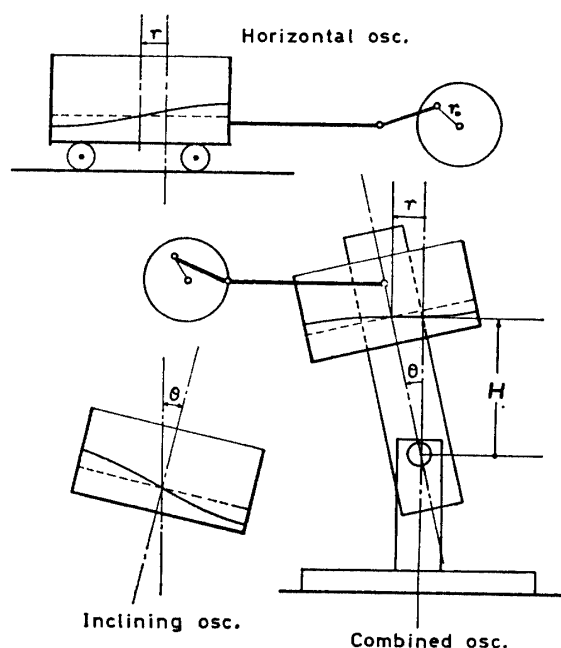


Fig. 1 Diagrams of experimental apparatus

アプは内径 14 mm の円筒の下端に受圧面として鱗青銅箔を張つたもので、この中心部のへこみをコイル内の鉄心につなぎその動きによる誘導電流の変化を計測するようになってい。この実験では増幅器を通してビジュグラフに記録した。ピックアップの太さのため底面端の測定位置は端壁から 10 mm 内側へよつてい。ピックアップは実験ごとにその前後で 2 回ずつ静水圧によつて校正した。総合した測定精度は複雑で明らかにし得ないが、記録紙上の読取り精度はやはり ± 0.5 mm くらいになる。

3 実験結果の表示

実験は水平、傾斜（回転軸が静水面内にある時、 $H=0$ ）、合成（回転軸から静水面までの高さ H が任意）の各動揺について、水深 $h_0=3$ cm、カムの駆動半径、従つて、水平動揺の振幅 $r_0=3$ cm、傾斜角 $\theta_0=3/60=3^\circ$ を主とした。動揺の周波数 ω は同調周波数および特殊の周波数を中心としたが、その主な個所を Fig. 2 に示す。

水槽幅上の一定個所における水面の時間的変化の図を波高図（wave height）とよび、動揺中のある瞬間における水槽の全幅にわたる水面の形を波形図（wave profile）とよぶことにす。

これらの図に示す実験点の中、写真波高（photo）とはフィルムから直接に読みとつた値によるもの、圧力波高（pressure）とは実測した水圧記録を波高に換算したものである。浅水波の近似解の基本性質の 1 つは、壁面への水圧は静水圧に等しいこと¹⁾であるが、これを実験で確かめるねらいがあつた。図の波高はすべて静水面からの波高 η と、静水の深さ h_0 との比 η/h_0 で表わされている。

段波を起こす衝撃の強さは示数

$$\varepsilon^2 = (r_0 \omega^2 + g \theta_0) / c_0 \omega \quad (c_0^2 = g h_0)$$

で定まる¹⁾。われわれの非線型理論では ε を微量量として扱い ε^2 までの項を取り入れたが、最後の波高の計算では ε^2 以上を省略している。波高は定常領域では ε^2 に比例し、その他の領域では $\varepsilon q^{1/2}$ ($q=4 c_0/3 B \omega$) に比例するので一般の合成動揺では波の振幅 η は

$$(\eta/h_0)^2 = \frac{8}{3} (H/B + 4 B/n\pi h_0) \theta_0$$

となる。ここに n は同調の次数 1, 3, ... であり、水平動揺には $H\theta_0=r_0$ とし、第 2 項には $\theta_0=0$ とおく。傾斜動揺には $H=0$ とおく。波が起こらない条件は水面が回転軸より下 $-H_0=4 B^2/n\pi h_0$ にある時である²⁾。

この実験の主な ω に対する ε^2 の値は下表のようであつて、その値はかなり大きい。これは小さな波高は測定

きる。水槽を調和動揺させるため、駆動用モータの一樣回転運動をカムによつて調和直線往復運動に変え、カムと水槽とはまっすぐな棒で連結した。傾斜運動の時の連結点の高さは回転軸から 60 cm である。カムによつて動揺の振幅も調節できる。

(2) 計測方法 測定したいものは、ある瞬間の波形と水槽壁への水圧分布および水槽幅上のある断面における水面の昇降と水圧との時間的变化である。

水面の形の計測には 8 mm カメラによる毎秒 32 駒の連続撮影と、35 mm カメラによる間けつ撮影とを併用した。間けつ撮影には動揺の所望の位相に合せた連動レリーズを用いた。撮影したフィルムを方眼紙に実物の 1/2 大に投写して波形を読みとる。従つてこの計測精度は ± 0.5 mm 程度である。

水圧の測定には、水槽底面には、中心線から幅の 1/8, 1/4, 1/3, 1/2 の所、側壁には底面から 2 cm おきに 10 cm の高さまでと 14, 18 cm の所に、最大容量 50 g/cm² の受圧ピックアップを取り付けた。このピク

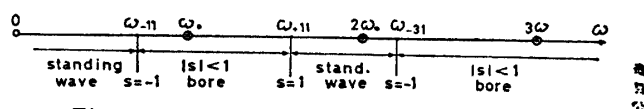


Fig. 2 Frequency relations to wave patterns

動揺方式			水 平	傾 斜	合 成		
					$H=20\text{ cm}$	-20	-30
ω	ω_{-11}	ϵ^2	0.139	0.471	0.519	0.419	0.328
	ω_0		0.192	0.260	0.324	0.196	0.164
	ω_{+11}		0.313	0.179	0.266	0.109	0.102
	ω_{-31}		0.416				
	$3\omega_0$		0.577	0.0866	0.279	0.106	0.202

が困難で波形を区別しにくいことと、理論の実用的な限界を知りたいためである。以下の説明には特に断らぬ限り各種数値は $h_0=3\text{ cm}$, $r_0=3\text{ cm}$ の場合で、大きい水槽に対する値も小水槽のものに換算してある。

4 実験結果 (I) 1 次, 2 次同調など

(1) $\omega < \omega_0$ 特に $\omega = \omega_{-11}$ の時 $\omega < \omega_{-11}$ は定常波領域, ω_{-11} は定常波から段波に移る限界周波数である。 ω_{-11} の時, 水平動揺 (Fig. 3) ではどの断面においても理論を極めてよく実現しているが, 合成動揺 (Fig. 4) ではそれほどよくない。概して水平動揺は理論に近いが傾斜動揺が加わると合致が悪くなるように見える。波形は Photo 1 のように既に段波の形をとっている。

定常領域で ω_{-11} に近い $\omega = 0.6\omega_0$ を見よう。Fig. 5 (水平動揺) では ϵ^2 が小さいので全般的に理論とよく一致している。Fig. 6 (傾斜動揺) では ϵ^2 は前者の 3.4 倍であるが、まず波動の節となる水槽中央 ($x=0$) が動揺周期の約 1/2 の周期をもつ小波動をし、他の断面でも最高波高は一致しているのに最低波高が大きくなり、全体の時間的変化は余弦型から崩れて側壁に近いほどその傾向が強い。写真波高と圧力波高とはよく一致している。図示しないが、 $H=-20\text{ cm}$ の合成動揺 (ϵ^2 は水平動揺の約 3 倍) は理論とよく合っているし、 $H=20\text{ cm}$ の合成動揺 (ϵ^2 は水平動揺の約 3.7 倍) も Fig. 6 とよく似た傾向である。波形を見ると段波の前段階の形が早くも

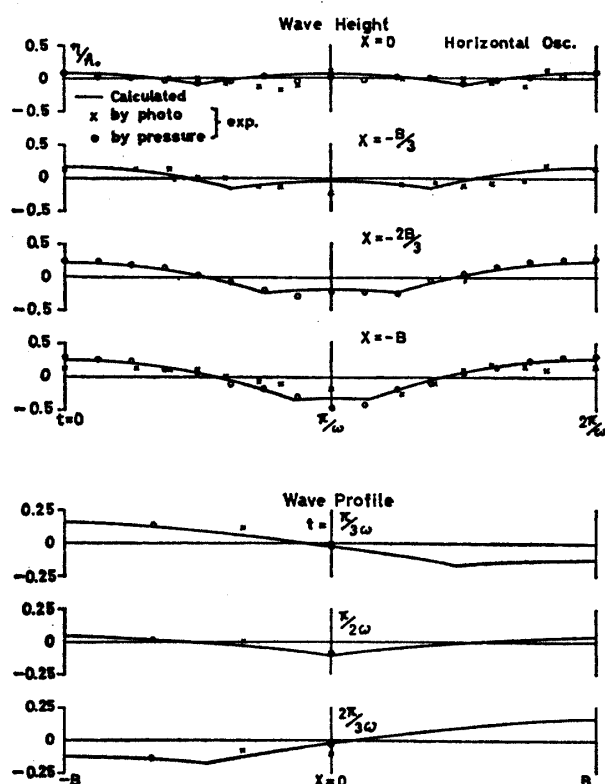


Fig. 3 Waves at $s=-1$, $\omega=\omega_{-11}=0.722\omega_0$, period=2.50 sec, Horizontal oscil. amp. $r_0=3\text{ cm}$, depth of water $h_0=3\text{ cm}$

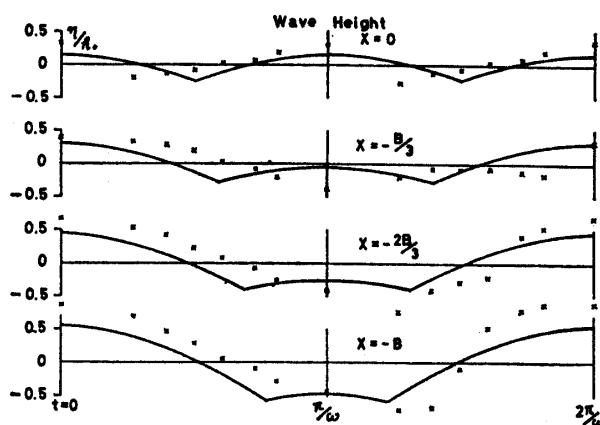


Fig. 4 Waves at $s=-1$, $\omega=\omega_{-11}=0.536\omega_0$, period=3.37 sec, Combined osc. amp. $\theta_0=1/20$, ht. of still water surface from axis of osc. $H=20\text{ cm}$ above, $h_0=30\text{ cm}$

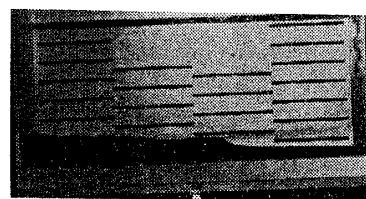


Photo 1 $\omega=\omega_{-11}=0.664\omega_0$, period=2.72 sec. Comb. osc. $\theta_0=1/20$, $H=30\text{ cm}$ below, $h_0=3\text{ cm}$, bore

用意されている (Photo 2)。

(2) 1次同調 $\omega = \omega_0$ ($\omega_0 = 3.476 \text{ sec}^{-1}$, 周期 1.807 sec) これは理論上は不連続解の場合で、水面に段落のあるいわゆる段波 (hydraulic bore) あるいは跳水 (hydraulic jump) と呼ばれる現象に当るが, Fig. 7, 8 や Photo 3 に示すようにきれいな段波が現われ,

どの動揺方式でも、波高図も波形図も段落となる個所の波面が崩れてなだらかであること以外は実験は理論に極めて近く、また写真波高と圧力波高とはほとんど

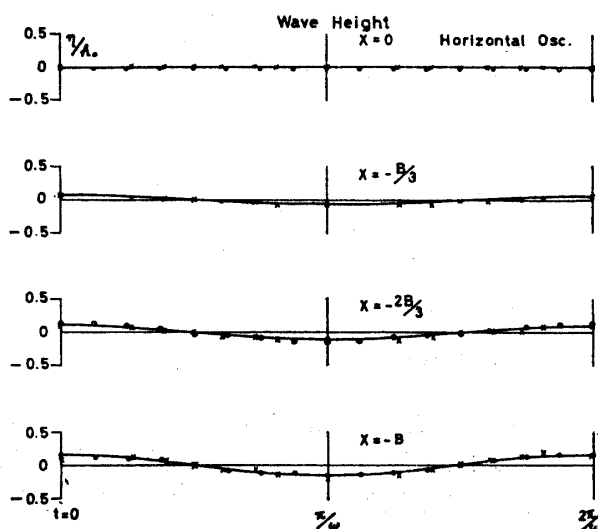


Fig. 5 Waves at $|s| > 1$, $\omega = 0.6 \omega_0$, period = 3.0 sec, Horiz. osc. $r_0 = 3 \text{ cm}$, $h_0 = 3 \text{ cm}$, standing wave

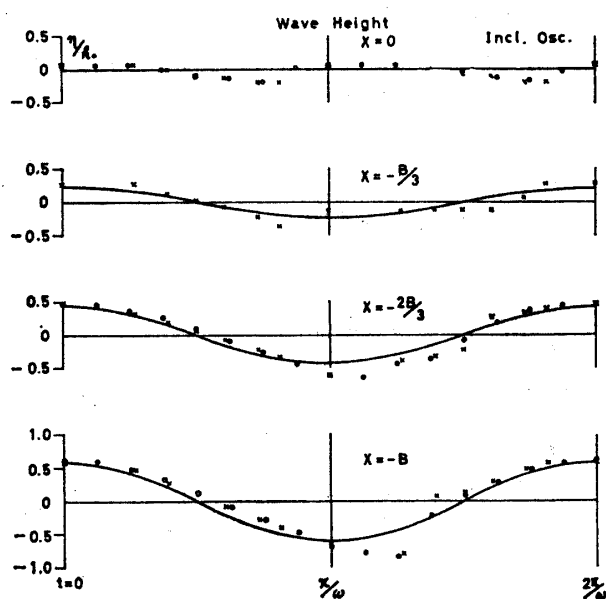


Fig. 6 Waves at $|s| > 1$, $\omega = 0.6 \omega_0$, Inclining osc. $H = 0$, $\theta_0 = 1/20$, $h_0 = 3 \text{ cm}$, standing wave

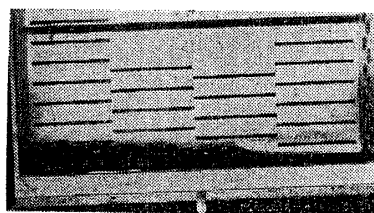


Photo 2 $\omega = 0.6 \omega_0$, period = 3.0 sec. Comb. osc. $\theta_0 = 1/20$, $H = 30 \text{ cm}$ below, $h_0 = 3 \text{ cm}$

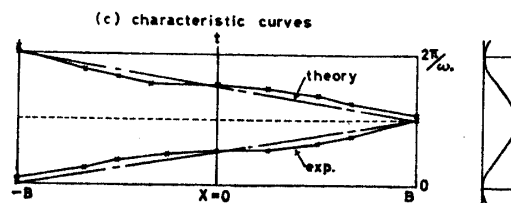
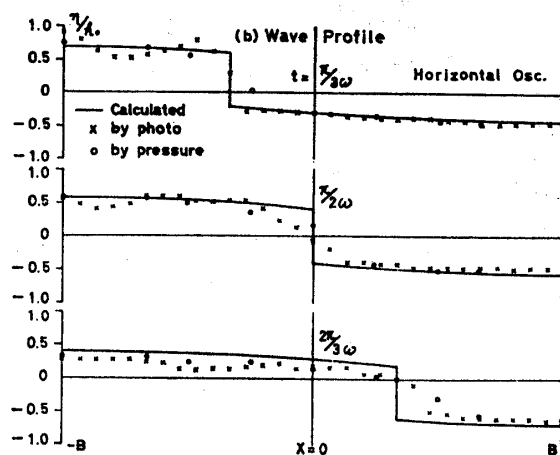
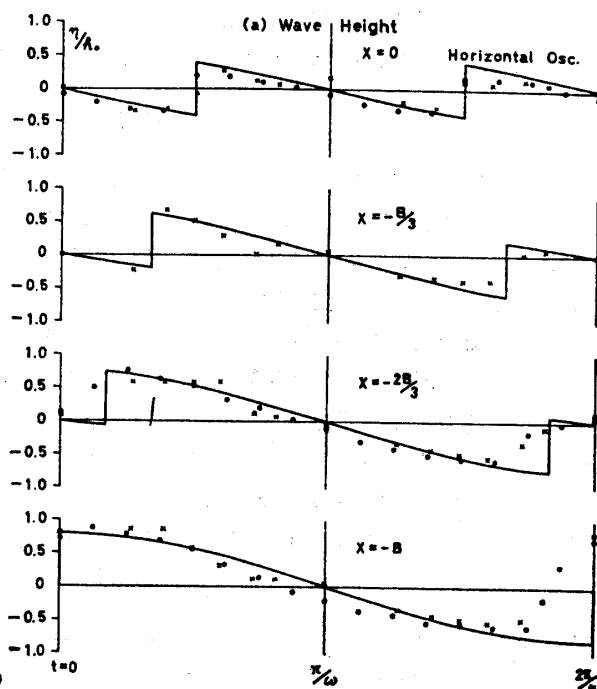


Fig. 7 Waves at $|s| < 1$, $\omega = \omega_0$ 1st resonance, period = 1.81 sec, Horiz. osc. $r_0 = 3 \text{ cm}$, $h_0 = 3 \text{ cm}$, bore

一致していることから、圧力特性が正確に実現されていると見られる。細かく言えば、波形図では周期のはじめ側壁から波が発射して間もないあいだは一致が非常によいが、終りに近づくと形が崩れ、波高図では水槽の中央では理論通りであるが、側壁で水のはい上りが起こる (Photo 4)。前者については、段落が滑らかになることと共に恐らく水の粘性が有力な原因の1つであろうし、後者については、理論では水深方向の流速を無視しているから当然に起こるちがいである。

段波の進行経路を示す特性曲線を実験に基づいて描いてみると Fig. 7c のようになる。観測点 (×印) はピックアップの取り付け位置で圧力波高が極大となる時刻を示している。理論で仮定した特性曲線 (鎖線) は直線で表わしてあるが、これとくらべてS字形に少しうねつた曲線となり、波形の進行が水槽の中央部ではゆるく、また側壁にぶつかった後にはね返るまでの立ち停りがとらえられている。

(3) $\omega_{-11} < \omega < 2\omega_0$ 特に $\omega = \omega_{+11}$ の時 $\omega = 2\omega_0$ では再び定常波となるので ω_{+11} は段波領域からぬけ出す限界周波数で、波高図は ω_{-11} の形を静水面を軸に半回

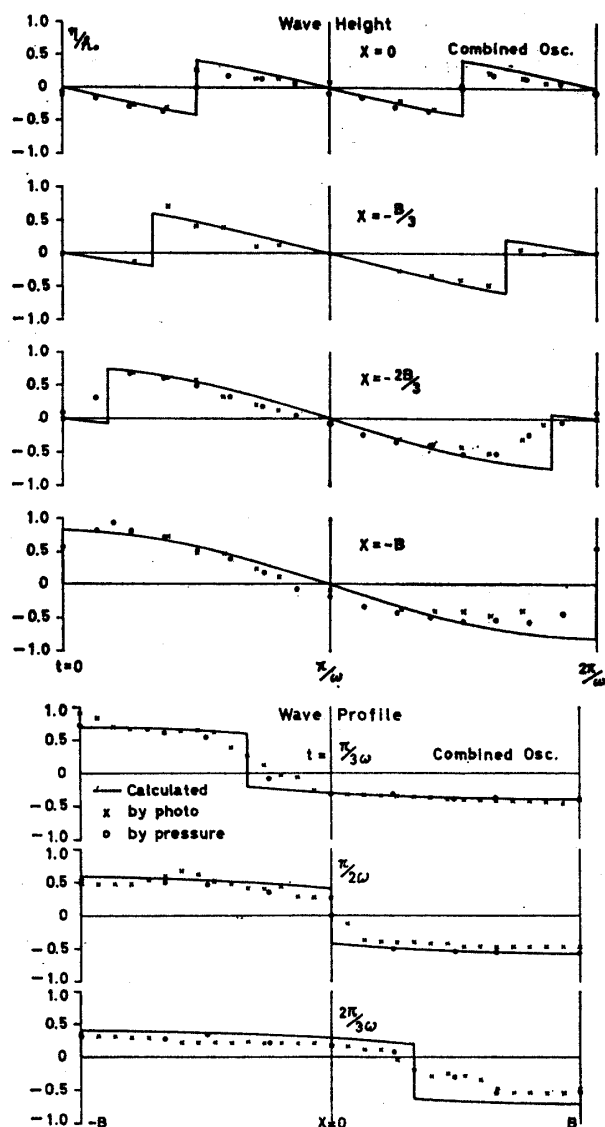


Fig. 8 Waves at $|s| < 1$, $\omega = \omega_0$
Comb. osc. $H=20$ cm below, $\theta_0=1/20$,
 $h_0=3$ cm, bore

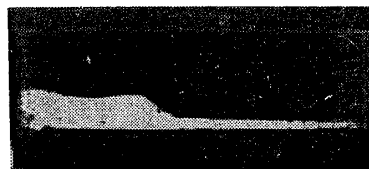


Photo 3 $\omega = \omega_0$, period=1.81 sec, 1st resonance, bore

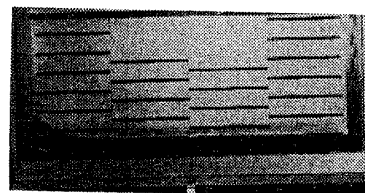


Photo 4 $\omega = \omega_0$, Showing climbing up of wave front onto side wall

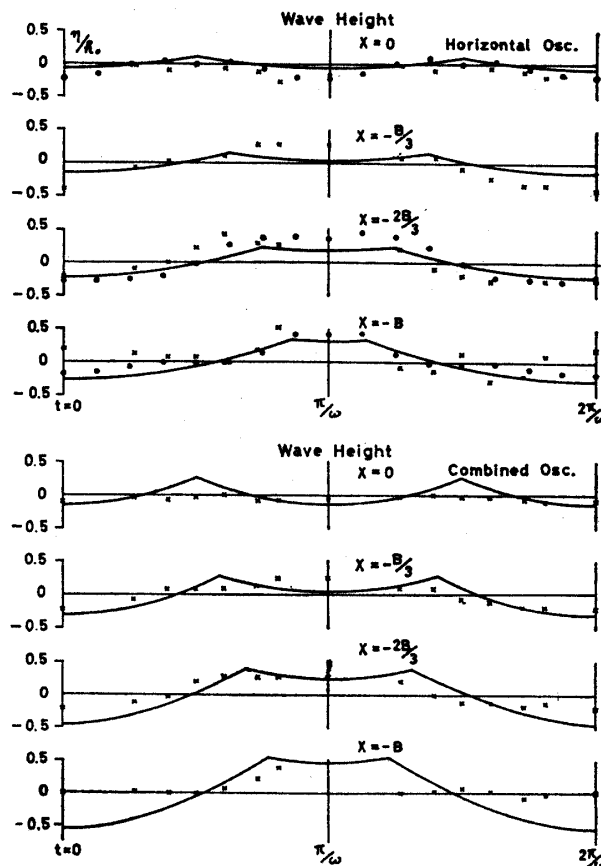


Fig. 9 Waves at $s=+1$, $h_0=3$ cm,
Horiz. osc. $\omega = \omega_{+11} = 1.628 \omega_0$, period=1.11 sec, $r_0=3$ cm, Comb. osc. $\omega = \omega_{+11} = 1.569 \omega_0$, period=1.15 sec, $H=20$ cm, above, $\theta_0=1/20$

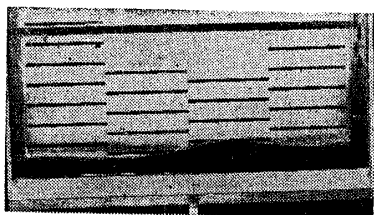


Photo 5 $\omega = \omega_{+11} = 1.196\omega_0$, period = 1.51 sec.
Comb. osc., $\theta_0 = 1/20$, $H = 30$ cm
below, $h_0 = 3$ cm, bore

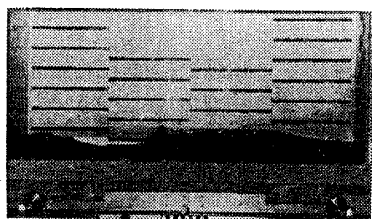


Photo 6 $\omega = 2\omega_0$, period = 0.90 sec, 2nd res.,
Standing wave region, but sometimes shows irregular profile as this picture

転したものである。実験でもほぼそのようになってくる (Fig. 9) がやや定常波に似ており、中央の水位は下りぎみで水は側壁へ片よつたまま波動しているらしい。波形も Fig. 9 に似ていて、ほぼその形を保つたまま左右に往復する (Photo 5)。これが孤立波といえるかは疑わしい。

合成運動で $\omega = 0.61\omega_0$ が $\epsilon^2 = 0$ すなわち波が起らない時で、これも実験で確かめられた。

(4) 2次同調 $\omega = 2\omega_0$ この時理論では定常波となる。実験では $\eta/h_0 < 0.15$ 程度の波高ならば大体理論通りになるが、節となるべき中央と側壁においても水面の微動が認められ、特に側壁で $\eta/h_0 = 0.05$ ほどになる。 $\eta/h_0 \approx 0.5$ にもなる動揺では (ϵ^2 は前者の3倍以上) 非線型効果が現われて $\omega/2$ の分数調波が混り、水面は動揺の2周期でくり返される変動をする。そのため Photo 6 のように複雑な波形となる瞬間がある。Fig. 10 a に測定値の調和解析の1例を示すように、中央部 ($x=0$) と側壁 ($x=-B$) とではいく分複雑で、特に中央では高調波が優勢であるが、その中間では基本波の外に $1/2$ 分数調波だけで表わすことができる。図中の式は實際上充分精密に表現できる級数である。

圧力波高と写真波高との比較の1例が Fig. 10 b である。一致は $\omega = \omega_0$ の時ほどよくない。もつともこの図でも両測定は同じ波で同時に行なつたものではない。

5 実験結果 (II) 3次同調など

(5) ω_{-31} 附近 この場合の計算はない。実験によると、両側壁から出発した波がはげしくぶつかり、波頭を散らしたり、まき返つたりする (Photo 7)。

(6) 3次同調 $\omega = 3\omega_0$ 計算と実測とによる波高図の1例を Fig. 11 a (合成動揺) に示す。この図は水槽の動揺の3周期にわたるものである。図によれば、実験の浅水波では水面の時間変化が水槽の動揺の1周期でくり返されてはいないことが明らかである。従つて理論曲線とは全く合っていない。水面の変化は動揺の3周期 $6\pi/\omega = 2\pi/\omega_0$ を1周期としてくり返されていることが長い記録によつて確かめられたし、また特性曲線 (Fig. 11 b) によつても裏づけられる。この図の中で中断された点線は、他の波にくらべて高さが低いためビシグラフの圧力記録からは明らかに追跡できず、8ミリ映画から判別できたものである。これを理論線 (鎖線の直線) とくらべると、上述の差の外に、両側壁から出る衝撃波が衝突する場所のずれと、衝突時および反射時の立ち降り

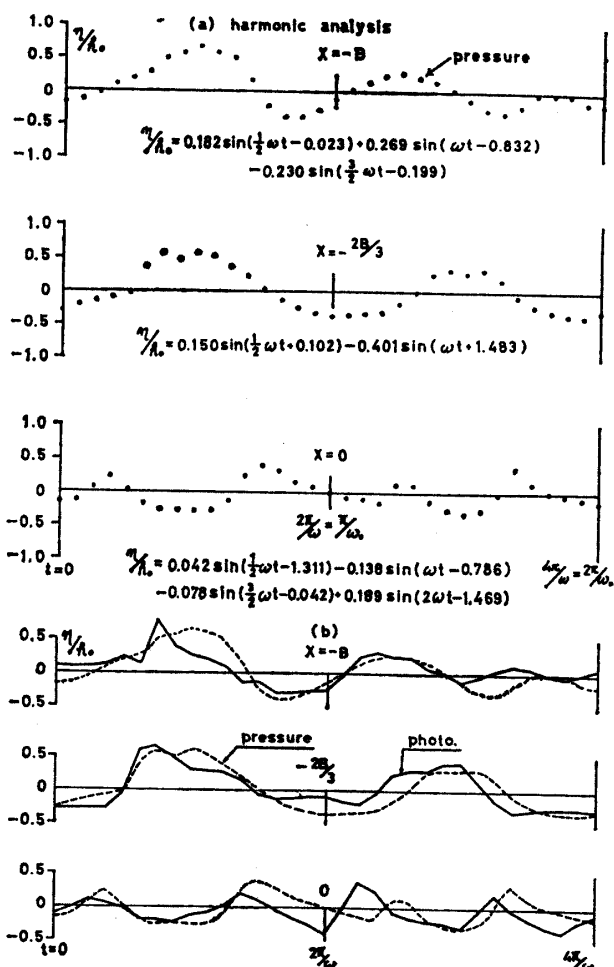


Fig. 10 Waves at $|s| > 1$, $\omega = 2\omega_0$ 2nd res.,
period = 0.90 sec, Horiz. osc. $r_0 = 3$ cm,
 $h_0 = 3$ cm, stand. wave

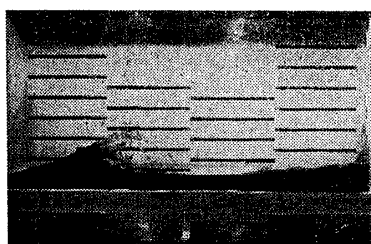


Photo 7 $\omega = \omega_{-31} = 2.164 \omega_0$, period = 0.83 sec. Horiz. osc., $r_0 = 3$ cm, $h_0 = 3$ cm, bore. Showing splashing up of wave crest formed by collision of two fronts

が目立つ。しかし実験曲線も全体としてはほぼ直線となつている。理論線にある両波の衝突が実験では3つに1つしか起こっていない。これは Fig.12 からもわかるように、はじめの波にくらべて2つ目の波が小さく (Fig.11 b の点線で示すもの)、3つ目の波は更に小さいので衝突が観測できないほど小さいか、實際上衝突とならなかつたためであろう。

原点に対称な非線型復原力をもつ振動子に奇数分数調波が伴うという一般的な性質³⁾から推して、上述の波動にも $\omega/3$ の周波数をもつ成分があるとこの現象の説明に都合がよい。水槽の幅の上の各点における波高曲線を調和解析してみると、中央部はやや複雑であるが、その他の大部分の所では $\sin \frac{1}{3} \omega t$ と $\sin \omega t$ との2項でほぼ満足に表わすことができる。ここではそれとは別に $\omega = \omega_0$, $\omega = 3\omega_0$ の時の浅水波の合成で試みたものを示す。その1つは Fig.12⁴⁾ で、鎖線は両理論波高を両者の波高成分は未知 (前述の解析で見当はつく) であるからここでは個々の場合のまま 1:1 とし、また位相差も無視して単純に加えたものである。これを例えば側壁 ($x = -B$) について見ると、動揺の3周期の間に大きな山が2つ続き次に小さい山が1つは $2\pi/3 \omega_0$ の間隔で起こることを定性的に見ることができるが、この傾向は実験曲線と一致している。また Fig.13⁴⁾ は各瞬間の理論波形の合成図と写真による波形との比較である。理論波形は $\omega = \omega_0$, $3\omega_0$ のものを共にそれぞれの波高の $1/2$ づつとし、位相差はないとして作図してある。矢印は波前面が進行していることが認められる時の進む向きを示す。この図では理論線が全般的にみて実験線のかなりよい平均値になつているものも、ほとんど合わないものもある。特に、2つの山がぶつかつて鋭く跳ね上がる波 (理論線で垂直の短い線分) は実際には全く現れない。

このような分数調波は $\omega = 5\omega_0$, $7\omega_0$, $9\omega_0$ の時にも現われることが実験で確かめられており⁴⁾、例えば $5\omega_0$ の調和解析によれば波高曲線は $1/5 \omega$, $3/5 \omega$, ω の有意な大きさの3つの成分をもっている。

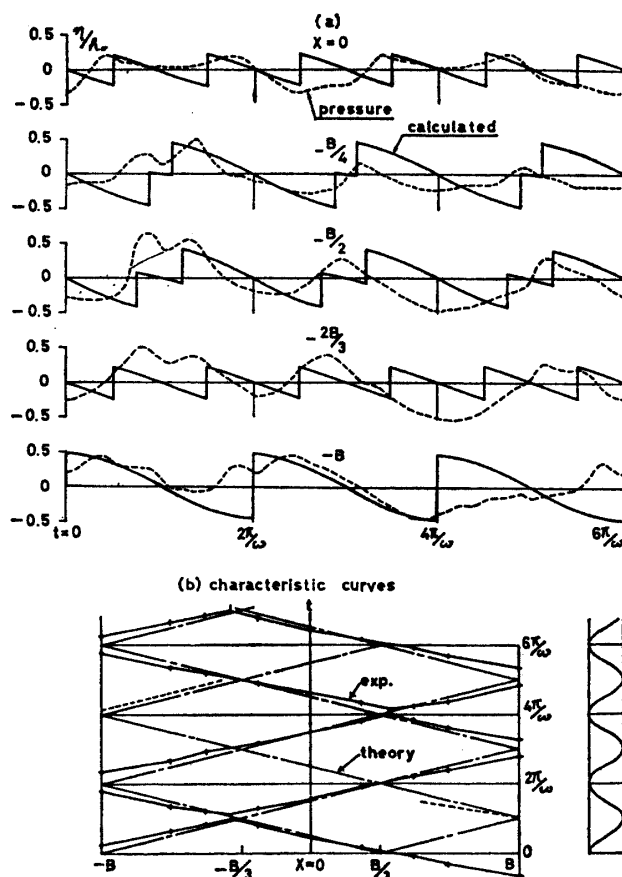


Fig. 11 Waves at $|s| < 1$, $\omega = 3\omega_0$ 3rd res., period = 0.60 sec, Comb. osc. $H = 30$ cm above, $\theta_0 = 1/20$, $h_0 = 3$ cm

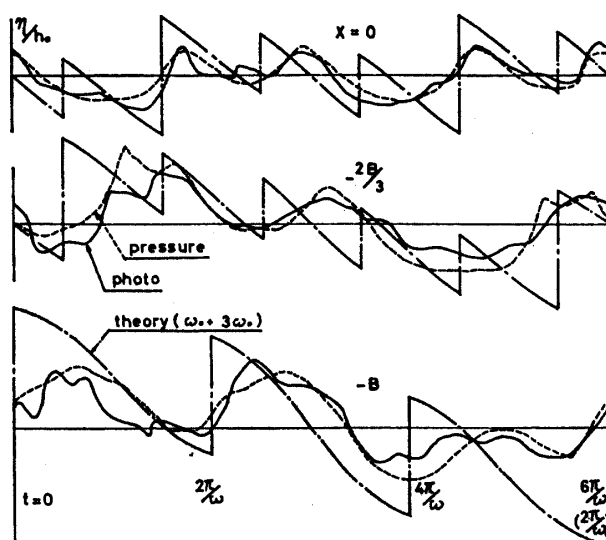


Fig. 12 Waves at $\omega = 3\omega_0$ Composed wave height of theoretical two waves ($\omega_0 + 3\omega_0$) and experiments

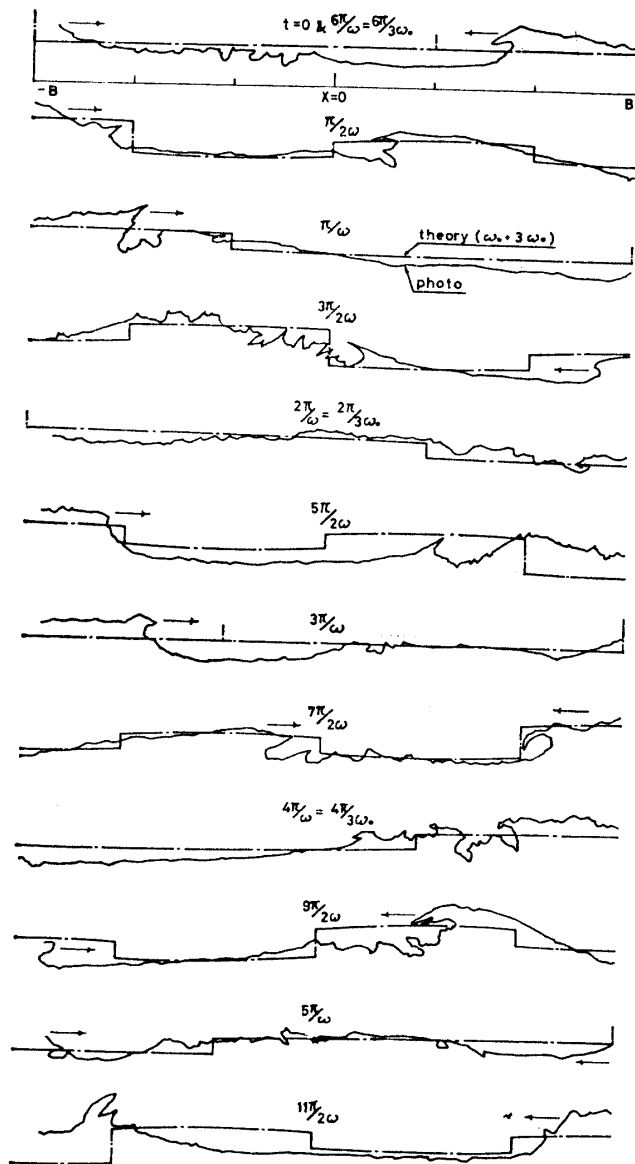


Fig. 13 Comparison of composed theoretical wave profiles with experimental ones at several instants during 3 cycles of osc. of container. Horiz. osc. $r_0=3$ cm, $h_0=3$ cm. Arrows indicate directions of noticeable progression of wave fronts

も 0.7 より大きくなならない。 η_c は $\omega/\omega_0=1$ で有限の高さで理論値とも近いが、1 を超えた所から急に水深や振幅の影響が大きく現われ、理論とも合わない。これは水のはい上りを観測しているためと考えられる。 $\omega/\omega_0=2$ 附近は側壁に節をもつ定常波となるはずであるが実際には多少の動きがある。Fig. 15^{b)} は傾斜動揺、Fig. 16^{b)} は合成動揺で、全体の傾向は水平動揺と似ているが実験の η_c が水深、振幅によつてあまり変わらないことが著しい差である。

7 段波の発生する位置 (水槽の動揺との位相差)

不連続現象 (段波) の起こる時刻 t_0 は前論文²⁾の (5.5) 式 $\sin \frac{1}{2} \omega t_0 = s$ から定まる。 $|s| < 1$ が段波領域で s は前論文²⁾ (4.4.1) で与えられておるが、それを変形すると

$$s = \pi(\omega - n\omega_0) / 6 \cdot \sqrt{3B / (r_0\omega^2 + g\theta_0)}$$

となるから、1 次同調の周辺では $n=1$ とおいて、水平動揺 ($\theta_0=0$)、傾斜動揺 ($r_0=0$) にはそれぞれ

しかしわれわれのように微小振動の理論に従う限り、 ε の高次の項をとり入れることは理論に入れる微量の斉一性の上で無意味であるばかりでなく、それによつても分数調波の存在を理論的に証明することはできない。ところで実際の船に適用する場合を考えると、水槽が船の幅いっぱい延びているとして浅水の固有周期 T_0 は船の幅 $B=16\sim 36$ m の時、水深 h_0 が $h_0/B=1/50$ の時 $T_0=18.1\sim 27.7$ sec, $h_0/B=1/25$ の時 $T_0=12.8\sim 19.2$ sec であるから、これらの $1/3$ または $1/2$ の周期の波に出会う機会が多いと考えねばならないので、分数調波の存在は有意義であろう。

6 1 次同調附近の段波の高さ

非線型理論によつて同調時においても有限な波高が得られるが、計算の過程で r_0, θ_0 の 2 次以上の項を、また波高の式で ε^2 以上の項を省略している。そのため既に知つたように 2 次同調においてさえ ε の大きさによつて考えられる効果が現われ、3 次同調附近ではこの理論からは導き出せない複雑な現象が見られた。1 次同調においても同様な限界があるはずであるので測定と理論とを比較してみる。比較は 1 次同調 $\omega/\omega_0=1$ を中心として、段波が現われる $|s| < 1$ (s の説明は後出) に重点をおき、水槽の側壁における段波の、静水面からの最大の高まり (山) η_c と最低のへこみ (谷) η_t を目測したものと理論値との間で行なう。Fig. 14^{a)} は水平動揺で、(a) は振幅 $r_0=3$ cm とし、水深を $h_0=1, 2, 3$ cm に変えたもの、(b) は $h_0=2$ cm, $r_0=3, 5, 7$ cm と変えたものである。これらからわかることは、まず $\omega/\omega_0=1$ の近傍で η_t が理論値より著しく小さいことで、これは明らかに底面の影響であると考えられる。 $|\eta_t/h_0|$ は当然 1 より大きくはなり得ないわけであるが、図の例では 0.5 程度に押えられ、 $h_0=2$ cm の実験で

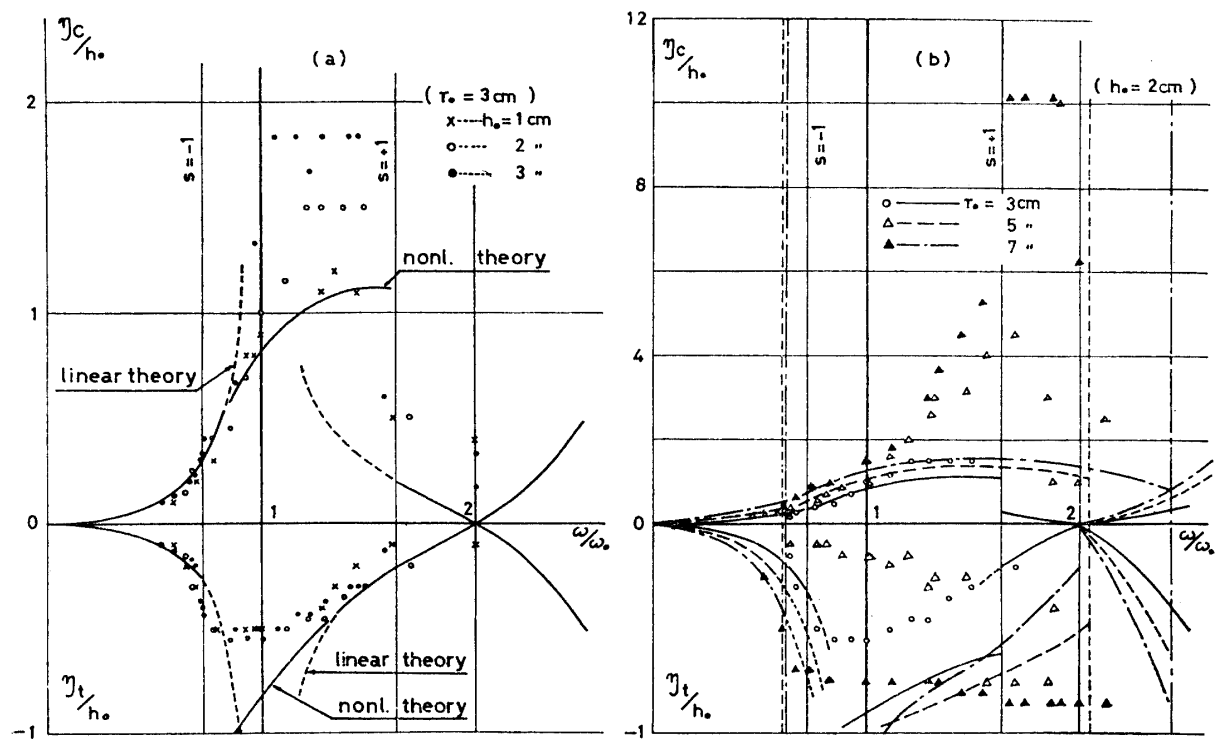


Fig. 14 Comparison of theoretical and exp. wave heights at side wall.
Horiz. osc. (a) r_0 constant, h_0 varied. (b) h_0 const., r_0 varied

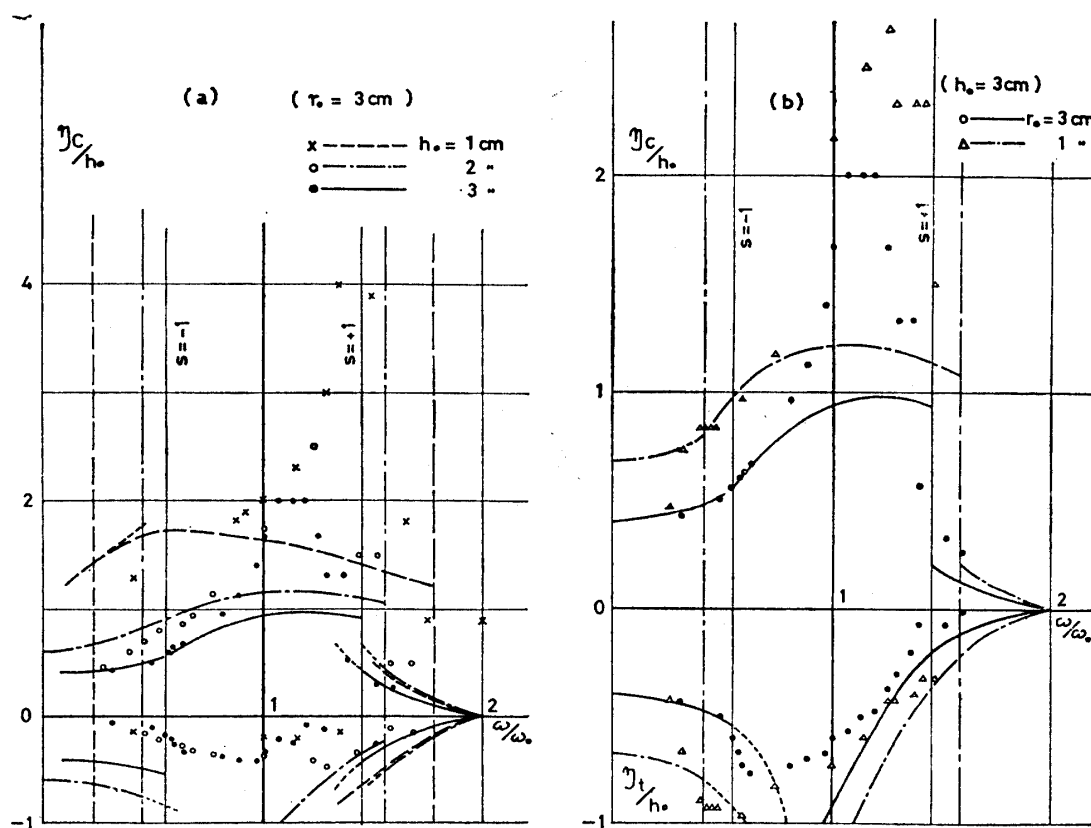


Fig. 15 Comparison. Inc. osc.

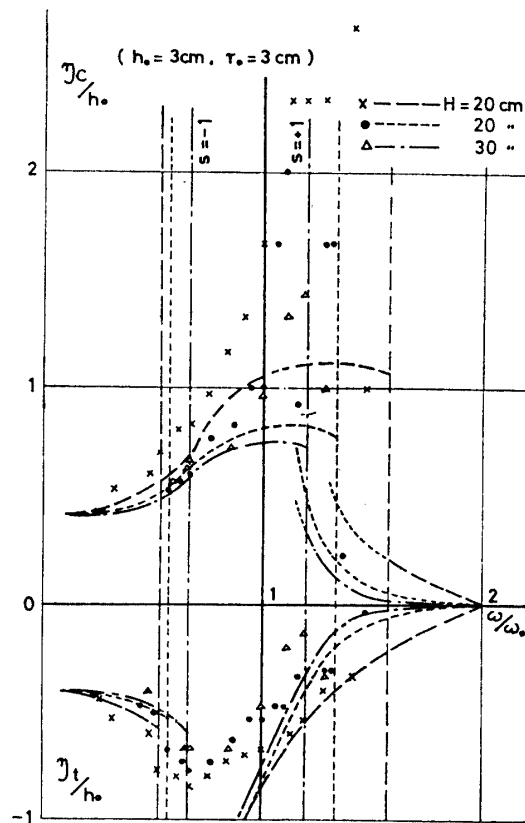


Fig. 16 Comparison. Comb. osc., h_0, r_0 const., H varied, minus sign indicates below

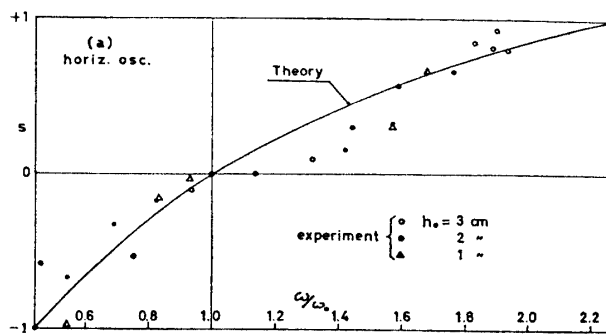
ω/ω_0 との関係は直線的である。上式と観測値との比較を Fig. 17 a⁵, b に示す。実験点は段波またはそれに似た波の前面が側壁にぶつかる時、水槽の位置が振れの端からずれている距離を振幅との比で示している。点の分布の傾向は両者とも理論通りであるが、数値にはかなりのばらつきがある。位相差の 0 が同調周期を中心として前後にひろがっており、特に周期の短い方によっている。これは近似段波が ω_0 の前後にも存在することを示している。

8 総 括

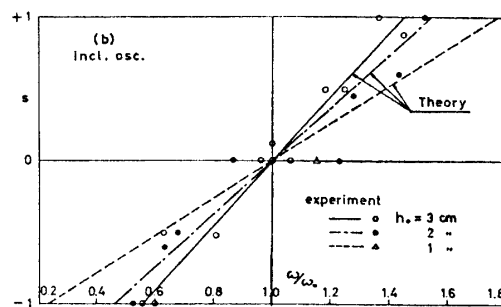
実験との比較によればこの第 1 近似の非線型理論によつても、 $\omega < 3\omega_0$ の範囲、特に $\omega = \omega_0, 2\omega_0$ およびその近傍の現象を定量的にも実用上さし支えない精度で明らかにすることができたと思う。 $\omega \approx 3\omega_0$ になると理論の単純さにくらべて実際の現象は極めて複雑で、定性的には当然入っていると考えられる分数調波の存在を説明することができない。これは理論の出発点における条件を極めて単純にしたからである。しかし現象の記述だけならば、3 次同調においても 1 次と 3 次との同調波形の組合せによつてほぼ再現できることがわかり、更に、既に試みたように Fourier 級数に展開すれば分数調波の表現もでき、実際上の取り扱いにも便利になる。

この論文の草稿を書き終つた頃 Chester らの新しい論文⁶⁾があることに気がついた。それは、われわれと丁度同じ頃、同じ問題を研究していたのであるが、彼らはわれわれとちがい水槽の水平動揺だけをとり扱つていて、水の基礎状態に、波表面の水深方向の速度成分をとり入れることによつて dispersion の影響を含む波動の方程式を求め、更に壁との接触面における境界層内の摩擦の効果をも考えた精緻なものである。解法はかなり近似的であるが、dispersion の項の存在によつて 3 次同調 ($\omega = 3\omega_0$) の時の波に 1/3 分数調波が現われるのである。これによつてわれわれが実験で確認したが解が得られなかつた問題に 1 つの解法を示したことになる。しかし彼は、複雑な波形の生成は、いろいろな高さをもつ一連の cnoidal wave (ω が大きくなると、これは solitary wave になる傾向があるらしい) の存在によると説明するのがより好都合であると言っている。

われわれの解は波の特性を ω の広い範囲にわたつて一般的に厳密に記述してはいないが、船の動揺に起こるよ



(a) Horiz. osc., $r_0 = 3$ cm



(b) Incl. osc., $\theta_0 = 1/20$

Fig. 17 Time lag of waves from osc. of container.

$s = \pi/2 \cdot \sqrt{B/3} r_0 (1 - \omega_0/\omega)$, $\pi^2/2 \cdot \sqrt{h_0/3} B \theta_0 (\omega/\omega_0 - 1)$ である。動揺振幅が一定の時 s は、水平動揺では水深 h_0 に無関係であり、傾斜動揺では h_0 によつて変るが周期比

うな一般の合成動揺における浅水波の生成条件や位相差の関係を知らることができたし、同調時における有限波高を求めることもできたので、実際問題に役立て得ると考える。

この研究には文部省の科学研究費の援助を受けた。

文 献

- 1) 吉岡, 鈴木: 動揺している水槽内の浅水に生ずる波について, その 1 日本造船学会論文集第 123 号, 昭和 43 年 6 月
 - 2) 吉岡, 鈴木, 関: 同上 その 2 日本造船学会論文集第 128 号, 昭和 45 年 12 月
 - 3) C. Hayashi: *Nonlinear Oscillations in Physical Systems*, McGraw-Hill, 1964
 - 4) 石川明男, 小田信次: 横浜国立大学卒業論文, 昭和 45 年 3 月
 - 5) 鈴木勝雄, 加納正信: 同上 昭和 41 年 3 月
 - 6) W. Chester: Resonant oscillations of water waves I. Theory, Proc. of the Royal Soc. of London A. Vol. 306, 1968
W. Chester, J. A. Bones: do. II. Experiment, do.
-